

Concetti chiave e regole

Gli insiemi e la loro rappresentazione

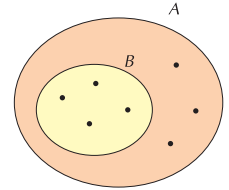
La parola **insieme** indica un raggruppamento di oggetti di natura qualunque pensati come un unico ente; gli oggetti che formano un insieme sono i suoi **elementi**. Un insieme è **finito** se si possono elencare tutti i suoi elementi; infinito in caso contrario. Un insieme che non ha elementi si dice **vuoto**.

Un insieme si può rappresentare:

- per **elencazione** scrivendo l'elenco dei suoi elementi all'interno di una coppia di parentesi graffe
- mediante **proprietà caratteristica** indicando la frase che individua quali sono gli elementi dell'insieme
- graficamente mediante un **diagramma di Eulero-Venn**.

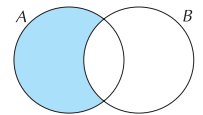
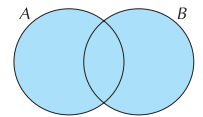
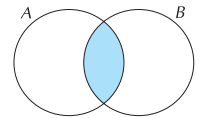
I sottoinsiemi e l'insieme delle parti

Si dice che B è un **sottoinsieme** di un insieme A se tutti gli elementi di B sono anche elementi di A e si scrive $B \subseteq A$. In particolare se in A ci sono altri elementi oltre a quelli di B , allora B è un **sottoinsieme proprio** di A e vale la relazione $B \subset A$; se in A non ci sono altri elementi oltre a quelli di B allora $B = A$. L'insieme A stesso e l'insieme vuoto sono i **sottoinsiemi impropri** di A . L'insieme che ha come elementi tutti i sottoinsiemi, propri e impropri di A , si dice **insieme delle parti** di A e si indica con il simbolo $\mathcal{P}(A)$.

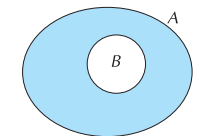


Le operazioni fra insiemi

- **Intersezione:** $A \cap B$ è l'insieme i cui elementi appartengono contemporaneamente sia ad A che a B .
Se l'intersezione fra due insiemi è vuota, i due insiemi si dicono **disgiunti**.
- **Unione:** $A \cup B$ è l'insieme i cui elementi appartengono ad A oppure a B , quindi anche ad entrambi.
- **Differenza:** $A - B$ è l'insieme degli elementi di A che non appartengono a B .



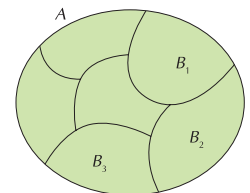
Nel caso particolare in cui B è un sottoinsieme di A , dell'insieme $A - B$ si dice che è il **complementare** di B rispetto ad A e si indica con uno dei seguenti simboli: $\mathcal{C}_A B$ o \bar{B}_A .



La partizione di un insieme

Si dice che si esegue una **partizione** di un insieme A se si possono ripartire gli elementi di A in n sottoinsiemi B_i tali che:

- nessuno dei B_i sia vuoto
- l'intersezione fra due qualsiasi di essi sia l'insieme vuoto
- l'unione di tutti i B_i dia l'insieme A .



Il prodotto cartesiano

Dati due insiemi A e B si definisce poi il **prodotto cartesiano** $A \times B$ come l'insieme i cui elementi sono tutte e sole le **coppie ordinate** (a, b) dove a è un qualunque elemento di A e b è un qualunque elemento di B .

Il prodotto cartesiano fra insiemi si può rappresentare elencando tutte le coppie che si vengono a formare oppure mediante un diagramma a frecce, mediante una tabella a doppia entrata, mediante un diagramma cartesiano oppure mediante un diagramma ad albero.

Le funzioni

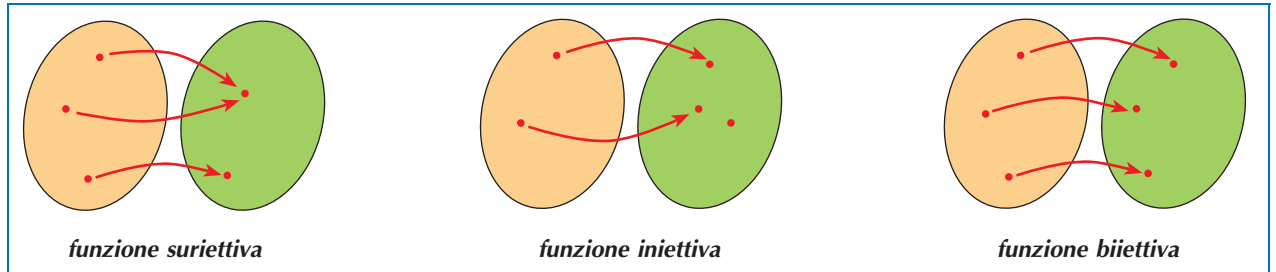
Una **proposizione aperta** è una frase nella quale compaiono delle variabili; le proposizioni aperte si usano per indicare la proprietà caratteristica di un insieme e per mettere in relazione tra loro gli elementi di due insiemi, non necessariamente distinti.

In particolare, si dice **funzione** una relazione tra gli elementi di un insieme A e quelli di un insieme B in modo che ad ogni elemento di A venga associato uno e un solo elemento di B .

Una funzione può essere:

- **suriettiva** se l'insieme delle immagini coincide con B
- **iniettiva** se gli elementi di B hanno al più una sola controimmagine in A ; possono cioè esistere elementi che hanno una sola controimmagine ed elementi che non hanno controimmagine
- **biiettiva** se ad ogni elemento di A resta associato un solo elemento di B e viceversa.

Di una funzione biiettiva si dice che è una **corrispondenza biunivoca**; le funzioni biiettive sono le sole funzioni invertibili.



Una funzione k è il **prodotto** di altre due funzioni f e g , e si scrive $k = g \circ f$, quando la funzione g è applicata agli elementi generati dalla funzione f . La funzione g , anche se è scritta per prima nel prodotto, è quella che viene applicata per seconda.

