

Concetti chiave e regole

Le equazioni di secondo grado

Un'equazione di secondo grado si può sempre ricondurre alla sua forma normale $ax^2 + bx + c = 0$ nella quale deve essere $a \neq 0$. Se i coefficienti b o c sono nulli l'equazione si dice incompleta e le sue soluzioni si trovano applicando la legge di annullamento del prodotto oppure la definizione di radicale:

$$\bullet \quad ax^2 + bx = 0 \quad \rightarrow \quad x(ax + b) = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$$

$$\bullet \quad ax^2 + c = 0 \quad \rightarrow \quad x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \quad \text{se} \quad -\frac{c}{a} \geq 0$$

$$\bullet \quad ax^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$$

Le soluzioni dell'equazione completa si trovano:

$$\bullet \quad \text{applicando la formula} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

nella quale l'espressione $b^2 - 4ac$ si chiama **discriminante** e si indica con il simbolo Δ ,

$$\bullet \quad \text{oppure la formula ridotta se } b \text{ è pari} \quad x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

In base al valore del discriminante l'equazione:

- ammette due soluzioni reali e distinte se $\Delta > 0$
- ammette due soluzioni reali coincidenti se $\Delta = 0$
- non ha soluzioni reali se $\Delta < 0$.

Relazioni fra coefficienti e soluzioni

Fra le soluzioni x_1 e x_2 di un'equazione di secondo grado ed i suoi coefficienti sussistono le seguenti relazioni:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Mediante la loro applicazione è possibile:

- trovare due numeri conoscendo la loro somma s ed il loro prodotto p risolvendo l'equazione:
 $x^2 - sx + p = 0$
- scomporre il trinomio $ax^2 + bx + c$ con la formula: $a(x - x_1)(x - x_2)$