

# CAP. 1: LA CIRCONFERENZA E IL CERCHIO

## LE CARATTERISTICHE DELLA CIRCONFERENZA E DEL CERCHIO

### richiami della teoria

- La **circonferenza** è l'insieme di tutti e soli i punti di un piano equidistanti da un punto fisso detto centro;
- il **raggio** è la distanza dal centro ad un punto qualunque della circonferenza;
- il **cerchio** è la parte di piano delimitata da una circonferenza;
- la **corda** è un segmento avente gli estremi sulla circonferenza;
- il **diametro** è una corda passante per il centro ed è il doppio del raggio;
- l'**arco** è una parte di circonferenza delimitata da due punti presi su di essa;
- in una stessa circonferenza ad **archi congruenti** corrispondono **corde congruenti** e **viceversa**;
- il **settore circolare** è ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da due suoi raggi;
- il **segmento circolare ad una base** è ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda;
- il **segmento circolare a due basi** è la parte di cerchio compresa fra due corde parallele;
- per **tre punti non allineati** passa **una** sola circonferenza;
- per **un punto** passano **infinite** circonferenze;
- per **due punti distinti** passano **infinite** circonferenze.

### COMPRESIONE DELLA TEORIA

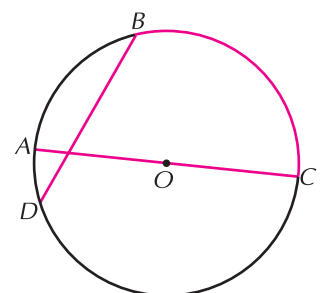
1 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

- a. i punti interni di una circonferenza hanno distanza dal centro minore del raggio;
- b. il cerchio è la parte di piano costituita da una circonferenza e dai punti interni ad essa;
- c. si chiama settore circolare ciascuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una corda;
- d. si chiama segmento circolare a due basi la parte di cerchio compresa fra due raggi.



2 Aiutandoti con la figura a lato completa le seguenti affermazioni:

- a.  $BC$  si dice .....
- b.  $BD$  si dice .....
- c.  $AC$  si dice .....
- d.  $OC$  si dice .....



3 Completa la seguente proprietà:

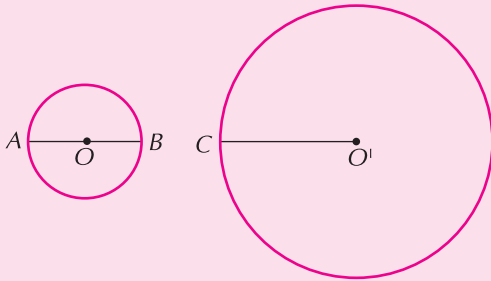
la perpendicolare condotta dal centro di una circonferenza ad una corda la divide in .....

## APPLICAZIONE

- 4** Calcola la misura del diametro di una circonferenza avente il raggio lungo 12 cm.  
(Suggerimento: la misura del diametro è il doppio della misura del raggio, quindi .....)
- 5** Calcola la misura del diametro di una circonferenza avente il raggio lungo 0,25 m.
- 6** Calcola la misura del raggio di una circonferenza avente il diametro lungo 23 dm.

### 7 *Esercizio Svolto*

Calcola la misura del raggio di una circonferenza sapendo che è il triplo di quello di un'altra circonferenza con il diametro lungo 58 cm.



Dati	Incognita
$CO' = 3 \cdot AO$	$\overline{CO'}$
$\overline{AB} = 58 \text{ cm}$	

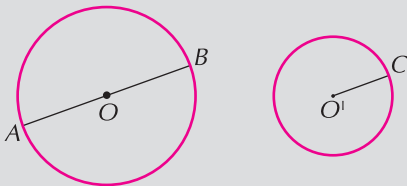
$$\overline{AO} = \overline{AB} : 2 = (58 : 2) \text{ cm} = 29 \text{ cm}$$

$$\overline{CO'} = 3 \cdot \overline{AO} = (3 \cdot 29) \text{ cm} = 87 \text{ cm}$$

- 8** Calcola la misura del raggio di una circonferenza sapendo che è la metà di quello di un'altra circonferenza con il diametro lungo 9 m. [2,25 m]
- 9** Calcola la misura del diametro di una circonferenza sapendo che è il doppio di quello di un'altra circonferenza con il raggio lungo 12,2 cm. [48,8 cm]

### 10 *Esercizio Guidato*

Una circonferenza ha la misura del diametro di 48 cm. Calcola la misura del raggio di un'altra circonferenza sapendo che il suo raggio è  $\frac{2}{3}$  di quello del raggio della prima.

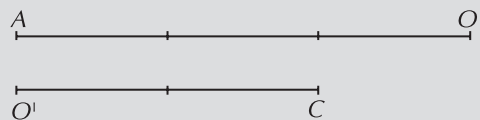


Dati	Incognita
$\overline{AB} = 48 \text{ cm}$	$\overline{O'C}$
$O'C = \frac{2}{3} \cdot AO$	

Calcoliamo il raggio della prima circonferenza:  $\overline{AO} = \overline{AB} : 2 = 48 : \dots \text{ cm} = 24 \text{ cm}$

Rappresentiamo il rapporto esistente tra i due raggi:

$$\overline{O'C} = (\overline{AO} : 3) \cdot 2 = (24 : \dots) \cdot 2 \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

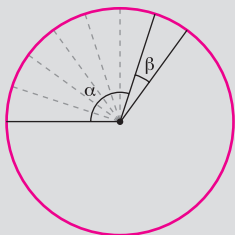


- 11** Una circonferenza ha la misura del diametro di 64 cm. Calcola la misura del raggio di un'altra circonferenza sapendo che il suo raggio è  $\frac{5}{4}$  del raggio della prima. [40 cm]

**12** Una circonferenza ha la misura del raggio di 33 cm. Calcola la misura del raggio di un'altra circonferenza sapendo che il suo diametro è  $\frac{7}{11}$  di quello della prima. [21 cm]

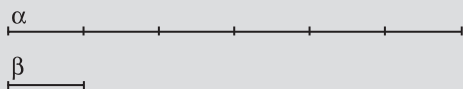
**13** *Esercizio Guidato*

Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che l'ampiezza di uno è  $\frac{1}{6}$  di quella dell'altro e che la loro somma è  $126^\circ$ .



Dati	Incognite
$\beta = \frac{1}{6} \cdot \alpha$	$\alpha$
$\alpha + \beta = \dots\dots$	$\beta$

Rappresentiamo con dei segmenti il rapporto esistente tra le ampiezze dei due settori:



$$\beta = 126^\circ : \dots\dots = 18^\circ$$

$$\alpha = \dots\dots \cdot \dots\dots = \dots\dots$$

**14** Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che l'ampiezza di uno è tripla di quella dell'altro e che la loro somma è  $304^\circ$ . [76°; 228°]

**15** Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che l'ampiezza di uno è  $\frac{5}{7}$  di quella dell'altro e che la loro differenza è  $47^\circ$ . [117° 30'; 164° 30']

## LA POSIZIONE RECIPROCA DI CIRCONFERENZE E RETTE

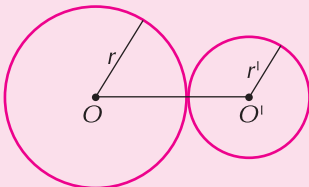
### richiami della teoria

- Una **retta esterna** ad una circonferenza non ha con essa **alcun punto** in comune;
- una **retta tangente** ad una circonferenza ha con essa **un solo punto** in comune;
- una **retta secante** una circonferenza ha con essa **due punti** in comune;
- due **circonferenze** sono **esterne** l'una all'altra se la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei loro raggi;
- due **circonferenze** sono **tangenti esternamente** se la distanza dei loro centri è congruente alla somma dei loro raggi;
- due **circonferenze** sono **secanti** se la distanza dei loro centri è minore della somma dei loro raggi e maggiore della loro differenza;
- due **circonferenze** sono **tangenti internamente** se la distanza dei loro centri è congruente alla differenza dei loro raggi;
- due **circonferenze** sono una **interna** all'altra se la distanza dei loro centri è minore della differenza dei loro raggi;
- due **circonferenze concentriche** hanno lo stesso centro;
- la **corona circolare** è la parte di piano delimitata da due circonferenze concentriche di raggi disuguali;
- la **tangente** ad una circonferenza è sempre **perpendicolare al raggio** nel punto di tangenza;
- i segmenti che uniscono un punto esterno ad una circonferenza con la circonferenza stessa sono tra loro congruenti;
- la retta che congiunge un punto esterno ad una circonferenza con il centro della circonferenza è la **bisettrice** dell'angolo formato dalle tangenti condotte dal punto alla circonferenza.

### APPLICAZIONE

#### 16 *Esercizio Svolto*

Due circonferenze aventi i raggi che misurano rispettivamente 12 cm e 8 cm sono tali che i loro centri distano 20 cm. Qual è la loro posizione reciproca?



Dati	Incognita
$r = 12 \text{ cm}$	posizione circonferenze
$r' = 8 \text{ cm}$	
$\overline{OO'} = 20 \text{ cm}$	

Essendo  $OO' = r + r'$  (infatti  $20 = 12 + 8$ ) le due circonferenze sono tangenti esternamente.

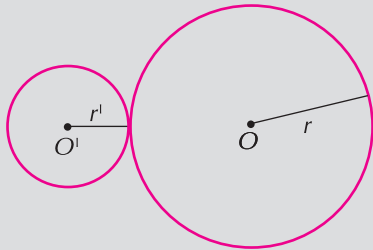
**17** Due circonferenze aventi i raggi lunghi rispettivamente 6 cm e 4 cm sono tali che i loro centri distano 28 cm. Qual è la loro posizione reciproca?

**18** Due circonferenze aventi i raggi lunghi rispettivamente 9 cm e 15 cm sono tali che i loro centri distano 6 cm. Qual è la loro posizione reciproca?

**19** Due circonferenze aventi i diametri lunghi rispettivamente 22 cm e 38 cm sono tali che i loro centri distano 25 cm. Qual è la loro posizione reciproca?

**20** *Esercizio Guidato*

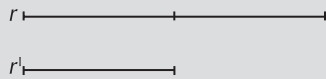
Due circonferenze tangenti esternamente hanno le misure dei raggi l'una il doppio dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 63 dm.



Dati	Incognite
$r = 2 \cdot r'$	$r$
$\overline{OO'} = \dots\dots\dots$	$r'$

Osserviamo che le due circonferenze sono tangenti esternamente pertanto la distanza tra i due centri è congruente alla .....

Rappresentiamo con dei segmenti il rapporto esistente tra le misure dei raggi:



$$r' = \overline{OO'} : \dots\dots\dots = \dots\dots\dots : \dots\dots\dots = 21 \text{ dm}$$

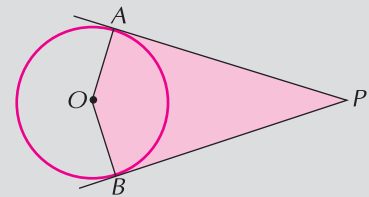
$$r = r' \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

**21** Due circonferenze tangenti esternamente hanno le misure dei raggi l'una la terza parte dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 132 cm. [33 cm; 99 cm]

**22** Due circonferenze tangenti internamente hanno le misure dei raggi l'una il triplo dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 128 dm. [64 dm; 192 dm]

**23** *Esercizio Guidato*

Calcola il perimetro del quadrilatero  $PAOB$  rappresentato nella figura a lato, sapendo che il diametro della circonferenza misura 210 cm e il segmento di tangenza misura 128 cm.



Dati	Incognita
$d = \dots\dots\dots$	$2p_{(PAOB)}$
$\overline{AP} = 128 \text{ cm}$	

I segmenti  $OA$  e  $OB$  sono due ....., da cui  $\overline{OA} = \overline{OB} = d : \dots\dots = (\dots\dots : \dots\dots) \text{ cm} = 105 \text{ cm}$

I segmenti di tangente  $PA$  e  $PB$  sono ....., quindi  $\overline{PA} = \overline{PB} = \dots\dots\dots$

$$2p_{(PAOB)} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AP} + \overline{PB} = \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots \text{ cm} = 466 \text{ cm}$$

**24** Utilizzando la stessa figura dell'esercizio precedente calcola il perimetro del quadrilatero  $PAOB$ , sapendo che il diametro della circonferenza misura 99 cm e il segmento di tangenza misura 68 cm. [235 cm]

**25** Utilizzando la figura dell'esercizio guidato precedente calcola l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{AOB}$  sapendo che  $\widehat{APB} = 50^\circ$ . [130°]

**26** Da un punto  $P$  esterno ad una circonferenza si traccino le due rette tangenti alla stessa. Determina il raggio della circonferenza sapendo che  $P$  dista 18 cm dal centro  $O$  e che gli angoli che  $PO$  forma con i raggi tracciati nei punti di tangenza misurano  $60^\circ$ . [9 cm]

- **27** Due circonferenze tangenti esternamente hanno le misure dei raggi l'una  $\frac{4}{7}$  dell'altra. Determina le lunghezze dei due raggi sapendo che i due centri distano 594 cm. [216 cm; 378 cm]
- **28** Due circonferenze tangenti internamente hanno le misure dei raggi l'una  $\frac{3}{8}$  dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 205 dm. [123 dm; 328 dm]

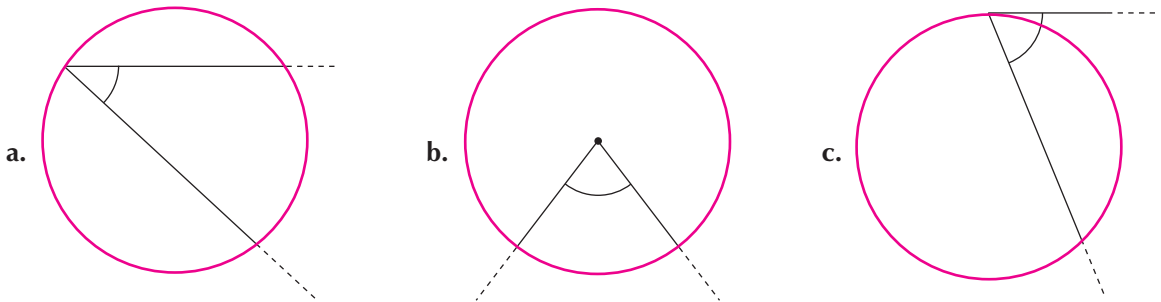
# ANGOLI AL CENTRO E ALLA CIRCONFERENZA

## richiami della teoria

- L'angolo al centro di una circonferenza è ogni angolo avente il vertice nel suo centro;
- in una circonferenza ad angoli al centro congruenti corrispondono archi congruenti e viceversa;
- l'angolo alla circonferenza è un angolo con il vertice su di essa e i lati secanti (o tangenti) la circonferenza;
- ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde un solo arco sul quale insiste; viceversa ad ogni arco corrispondono infiniti angoli alla circonferenza;
- ogni angolo alla circonferenza è metà del corrispondente angolo al centro;
- in ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa.

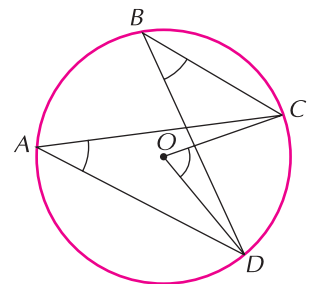
## COMPRESIONE DELLA TEORIA

**29** Riconosci nelle seguenti figure quando si tratta di angoli al centro o alla circonferenza:



**30** Aiutandoti con la figura a lato e sapendo che l'angolo  $\widehat{DAC}$  misura  $35^\circ$ , rispondi alle seguenti domande:

- a. quanto misura l'angolo  $\widehat{DBC}$ ?
- b. quanto misura l'angolo  $\widehat{DOC}$ ?



**31** Completa le seguenti affermazioni:

- a. ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde ..... arco;
- b. ad ogni arco corrispondono ..... angoli alla circonferenza.

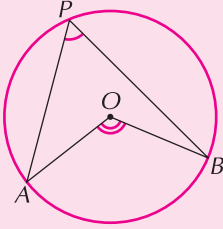
**32** Completa le seguenti affermazioni:

- a. se due angoli alla circonferenza sono complementari i loro corrispondenti angoli al centro sono .....
- b. in una circonferenza ad angoli al centro congruenti corrispondono archi ..... e viceversa.

## APPLICAZIONE

### 33 *Esercizio Svolto*

Un angolo alla circonferenza è ampio la sesta parte di un angolo giro. Calcola la misura dell'angolo al centro corrispondente.



Dato	Incognita
$\widehat{APB} = 360^\circ : 6$	$\widehat{AOB}$

$$\widehat{APB} = 360^\circ : 6 = 60^\circ$$

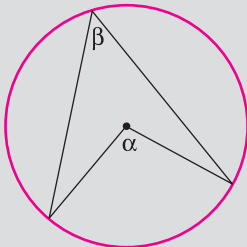
$$\widehat{AOB} = 2 \cdot \widehat{APB} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

34 Un angolo alla circonferenza è ampio la quinta parte di un angolo piatto. Calcola la misura dell'angolo al centro corrispondente. [72°]

35 Un angolo al centro è ampio la metà di un angolo piatto. Calcola la misura di un angolo alla circonferenza corrispondente. [45°]

### 36 *Esercizio Guidato*

La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di  $153^\circ$ . Calcola le misure di ciascun angolo.



Dati	Incognite
$\alpha + \beta = \dots\dots\dots$	$\alpha$
$\alpha = \dots\dots \beta$	$\beta$

Rappresentiamo con due segmenti il rapporto esistente tra le ampiezze dei due angoli:

$\alpha$

$\beta$

Per calcolare l'ampiezza dell'angolo alla circonferenza dobbiamo dividere la misura della somma per .....

$$\beta = 153^\circ : \dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\alpha = 2 \cdot \beta = \dots\dots \cdot \dots\dots = \dots\dots\dots$$

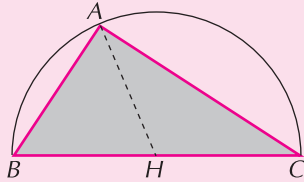
37 La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di  $186^\circ$ . Calcola le misure di ciascun angolo. [62°; 124°]

38 La differenza delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di  $92^\circ$ . Calcola le misure di ciascun angolo. [92°; 184°]

### 39 *Esercizio Svolto*

In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 63 dm e 84 dm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 52,5 dm. Calcola il perimetro del triangolo.





Dati	Incognita
$\overline{AB} = 63 \text{ dm}$	$2p_{(ABC)}$
$\overline{AC} = 84 \text{ dm}$	
$\overline{AH} = 52,5 \text{ dm}$	

Poiché in ogni triangolo rettangolo la mediana, relativa all'ipotenusa, è la metà dell'ipotenusa stessa:

$$\overline{BC} = 2 \cdot \overline{AH} = (2 \cdot 52,5) \text{ dm} = 105 \text{ dm}$$

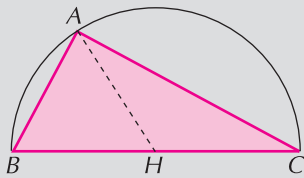
$$2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = (63 + 84 + 105) \text{ dm} = 252 \text{ dm}$$

**40** In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 30 cm e 72 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 39 cm. Calcola il perimetro del triangolo. [180 cm]

**41** In un triangolo rettangolo un cateto misura 120 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 68 cm. Calcola la misura dell'altro cateto sapendo che il perimetro è 320 cm. [64 cm]

**42** *Esercizio Guidato*

In un triangolo rettangolo la somma e la differenza delle misure dei due cateti sono rispettivamente 34 cm e 14 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 13 cm. Calcola le misure dei cateti e il perimetro del triangolo.



Dati	Incognite
$\overline{AB} + \overline{AC} = \dots\dots\dots$	$\overline{AB}$
$\overline{AC} - \overline{AB} = \dots\dots\dots$	$\overline{AC}$
$\overline{AH} = \dots\dots\dots$	$2p_{(ABC)}$

Ricordiamo che dalla differenza tra la somma e la differenza di due misure si ottiene il doppio della misura minore, da cui:

$$\overline{AB} = [(\overline{AB} + \overline{AC}) - (\overline{AC} - \overline{AB})] : 2 = [(\dots\dots - \dots\dots) : 2] \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

Ricordando invece la relazione tra ipotenusa e mediana, ricaviamo:

$$\overline{BC} = \overline{AH} \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots \text{ cm} = 26 \text{ cm}$$

$$2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = 60 \text{ cm}$$

**43** In un triangolo rettangolo la somma e la differenza delle misure dei due cateti sono rispettivamente 92 cm e 28 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 34 cm. Calcola le misure dei cateti e il perimetro del triangolo. [32 cm; 60 cm; 160 cm]

**44** In un triangolo rettangolo le misure dei due cateti sono l'una tripla dell'altra, la loro somma è 85 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 33,6 cm. Calcola le misure dei cateti e il perimetro del triangolo. [21,25 cm; 63,75 cm; 152,2 cm]

● **45** La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di 151°. Calcola l'ampiezza di ciascun angolo. [50° 20'; 100° 40']

● **46** In un triangolo rettangolo le misure dei due cateti sono l'una  $\frac{3}{4}$  dell'altra, la loro somma è 56 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 20 cm. Calcola le misure dei cateti e il perimetro del triangolo. [24 cm; 32 cm; 96 cm]