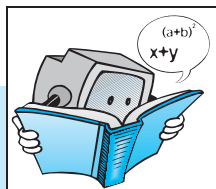


# I MONOMI



## Per ricordare

★ In un'espressione ci possono essere dei numeri il cui valore non è noto a priori; per esempio,  $2(a + b)$  è l'espressione che rappresenta il perimetro di un rettangolo i cui lati hanno misura  $a$  e  $b$ . Esse si chiamano **espressioni algebriche** ed assumono un valore numerico particolare solo quando alle lettere che vi compaiono si assegnano numeri precisi.

★ A seconda della forma, un'espressione algebrica prende nomi particolari; i **monomi** sono quelle espressioni nelle quali non compaiono operazioni di addizione e di sottrazione; se poi gli esponenti delle lettere sono numeri naturali, allora il monomio si dice intero. Di un monomio intero si definisce:

- il **grado complessivo** che è la somma dei gradi delle lettere che lo compongono
- il **grado rispetto ad una particolare lettera** che è il grado con cui quella lettera compare.

Per esempio, del monomio  $\frac{1}{2}a^4b^2$  possiamo dire che: ha coefficiente  $\frac{1}{2}$  e parte letterale  $a^4b^2$ , ha grado complessivo 6, grado 4 rispetto alla lettera  $a$ , grado 2 rispetto alla lettera  $b$ , grado 0 rispetto a qualunque altra lettera che non compare.

Diciamo poi che due monomi sono:

- **simili** se hanno la stessa parte letterale:  $+3a^2x$        $-7a^2x$
- **opposti** se sono simili ed hanno coefficienti numerici opposti:  $-2ab^3$        $+2ab^3$

★ Con i monomi si possono eseguire le seguenti operazioni:

- **addizione e sottrazione** solo se i monomi sono simili; in questo caso si sommano o si sottraggono i coefficienti e si lascia inalterata la parte letterale:

$$3ax + 5ax = 8ax \qquad 2a^2y - \frac{1}{2}a^2y = \frac{3}{2}a^2y$$

Non si può eseguire la somma o la differenza di monomi che non sono simili.

- **moltiplicazione**, applicando le proprietà delle potenze e sommando gli esponenti delle lettere uguali:

$$(+5ax^2) \cdot (-3xy^3) = -15ax^3y^3 \qquad \left(-\frac{1}{2}x^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}xy\right) = +\frac{2}{3}x^3y$$

- **divisione**, applicando le proprietà delle potenze e sottraendo gli esponenti delle lettere uguali:

$$\frac{2}{3}a^2b : \left(-\frac{1}{9}a\right) = -6ab$$

Occorre poi precisare che se il primo monomio (monomio dividendo) ha gli esponenti delle lettere che sono minori di quelli delle corrispondenti lettere del secondo monomio (monomio divisore), il quoziente non è un monomio intero:

$$5x^2y^3 : (-2axy^4) = -\frac{5}{2}a^{-1}xy^{-1}$$

Si dice allora che il primo monomio **non** è divisibile per il secondo.

- **elevamento a potenza**, applicando di nuovo le proprietà delle potenze e moltiplicando gli esponenti delle lettere per la potenza comune:

$$\left(+\frac{3}{2}a^2xy^3\right)^3 = \frac{27}{8}a^6x^3y^9$$

★ Fra due o più monomi interi si possono calcolare il **massimo comune divisore** (M.C.D.) e il **minimo comune multiplo** (m.c.m.) con le seguenti regole del tutto analoghe a quelle per determinare le stesse quantità fra numeri:

- il M.C.D. è il monomio che ha come coefficiente il M.C.D. fra i coefficienti (1 se i coefficienti sono frazionari) e come parte letterale il prodotto delle lettere comuni prese con il minimo esponente:

$$M.C.D.(3a^2bx^3, 6ab^2) = 3ab$$

- il m.c.m. è il monomio che ha come coefficiente il m.c.m. fra i coefficienti (1 se i coefficienti sono frazionari) e come parte letterale il prodotto delle lettere comuni e non comuni prese con il massimo esponente:

$$m.c.m.\left(\frac{1}{2}ab^3y^2, 2a^2b^2\right) = a^2b^3y^2$$

## ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO

- 1 Classifica i seguenti monomi indicandone il grado complessivo e il grado rispetto a ciascuna lettera; raggruppa poi i monomi simili:

$$\frac{4}{5}x^3y^2 \quad -2x^2y \quad -7x^2y \quad 4xy \quad \frac{1}{2}ab^2 \quad -\frac{3}{4}a^2b \quad 5x^3y^2 \quad 3x^2y \quad -3a^2b \quad \frac{1}{2}y \quad -8a^3b$$

$$5ab^2 \quad 8a^3b \quad 6ab^3 \quad -\frac{2}{3}a^3b^2x \quad \frac{1}{4}ab^3y \quad -\frac{1}{3}a^3x \quad \frac{1}{2}a^3c \quad \frac{7}{3}a^3b^2x \quad \frac{2}{3}ab^3y \quad 7ab^3$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni in cui compaiono addizioni e sottrazioni fra monomi:

### 2 ESERCIZIO SVOLTO

$$-\frac{1}{3}a^2b - \left(\frac{1}{4}ab^2 + \frac{1}{6}ab^2\right) + \left(\frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{3}a^2b\right) - \left(\frac{1}{4}ab^2 - 2ab^2\right)$$

Sommiamo i monomi simili all'interno di ciascuna parentesi:

$$-\frac{1}{3}a^2b - \left(+\frac{5}{12}ab^2\right) + \left(+\frac{5}{6}a^2b\right) - \left(-\frac{7}{4}ab^2\right)$$

Togliamo le parentesi:  $-\frac{1}{3}a^2b - \frac{5}{12}ab^2 + \frac{5}{6}a^2b + \frac{7}{4}ab^2$

Evidenziamo i monomi simili sottolineandoli allo stesso modo:

$$-\frac{1}{3}a^2b - \frac{5}{12}ab^2 + \frac{5}{6}a^2b + \frac{7}{4}ab^2$$

Sommando otteniamo:  $\frac{4}{3}ab^2 + \frac{1}{2}a^2b$

3  $xy - (-4x^2y^2) - (3x^2y^2 + 2x^2y^2) - (3x^2y^2 + x^2y^2) - (-xy) - x^2y^2$  [2xy - 6x^2y^2]

4  $-\left(-\frac{5}{6}ab^2 - \frac{4}{5}ab^2 - \frac{2}{3}ab^2\right) - \left(\frac{1}{6}ab^2 - ab^2\right) - \left[\left(\frac{4}{5}ab^2 + \frac{9}{5}ab^2 - \frac{1}{6}ab^2 - ab^2\right) + \left(\frac{1}{6}ab^2 - \frac{1}{5}ab^2 + \frac{1}{3}ab^2\right)\right]$  [2ab^2]

5  $\frac{1}{5}xy + \frac{2}{3}xy - \left(-\frac{1}{3}xy\right) - \left(\frac{1}{4}xy + 2xy\right) - \left[\frac{3}{10}xy - \left(\frac{1}{4}xy + 2xy\right) - \frac{1}{10}xy\right] - \frac{2}{3}xy$  [ $\frac{1}{3}xy$ ]

6  $\frac{1}{4}ab^3 - \left(\frac{3}{14}b^2 + \frac{1}{14}b^2\right) - \left[ab^3 - \frac{1}{4}ab^3 + \left(ab^3 - \frac{2}{3}ab^3 + 3ab^3\right) - 2ab^3\right] - \frac{1}{7}b^2$  [ $-\frac{3}{7}b^2 - \frac{11}{6}ab^3$ ]

7  $\frac{1}{4}a^2bc^3 - \left(-5abc - \frac{6}{5}abc\right) - \left(\frac{9}{4}a^2bc^3 + 2a^2bc^3\right) - \left[10abc - 2abc - \left(2abc - \frac{3}{5}abc\right)\right] - (-a^2bc^3)$  [ $-\frac{2}{5}abc - 3a^2bc^3$ ]

8  $\frac{3}{4}xz^2 - \left(\frac{4}{5}xz^2 - \frac{4}{3}xz^2\right) - \left(-\frac{1}{2}xyz\right) - \left(xz^2 + \frac{1}{4}xz^2\right) - \left[\frac{2}{3}xyz + \frac{2}{5}xyz - \left(\frac{1}{3}xyz - \frac{1}{2}xyz - \frac{1}{5}xyz\right) + \left(-\frac{2}{5}xyz\right) - \frac{8}{15}xyz\right]$  [ $\frac{1}{30}xz^2$ ]

9  $\left(\frac{6}{5}abc + abc - \frac{9}{5}abc\right) - \left(\frac{1}{2}ab^2c - 3ab^2c - ab^2c\right) - \left[2abc - \left(\frac{4}{5}abc - \frac{1}{2}abc\right) + \frac{1}{2}abc - abc\right]$  [ $\frac{7}{2}ab^2c - \frac{4}{5}abc$ ]

10  $\frac{1}{2}x^2y - \left(\frac{1}{5}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 - xy^2\right) - \left[-\left(+\frac{1}{6}x^2y\right) + \left(\frac{1}{2}x^2y - \frac{4}{3}x^2y - \frac{1}{6}x^2y\right)\right] + \left[\left(\frac{1}{2}xy^2 - \frac{2}{5}xy^2 - xy^2\right) - \left(xy^2 - \frac{1}{2}xy^2\right)\right]$  [ $\frac{17}{10}xy^2 + \frac{5}{3}x^2y$ ]

$$11 \quad \left(\frac{1}{2}ab^3 + 2ab^3\right) - \left(-\frac{5}{2}a^3\right) - \left[8ab^3 - 5ab^3 - \left(\frac{7}{3}ab^3 + \frac{3}{2}ab^3 - ab^3\right)\right] +$$

$$- \left[\left(a^3 + \frac{1}{2}a^3 - \frac{1}{3}a^3 - 2a^3\right) - \left(\frac{1}{4}a^3 - 2a^3 - a^3 - \frac{1}{2}a^3\right)\right] \quad \left[\frac{1}{12}a^3 + \frac{7}{3}ab^3\right]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni contenenti anche prodotti di monomi:

### 12 ESERCIZIO SVOLTO

$$\left(\frac{1}{2}ab + \frac{1}{3}ab - \frac{1}{6}ab\right) \cdot \left(+\frac{9}{4}a^2\right) \cdot \left(\frac{5}{6}b^2 - \frac{4}{3}b^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}c^2\right)$$

Sommiamo innanzi tutto i monomi simili all'interno delle parentesi:

$$= \left(+\frac{2}{3}ab\right) \cdot \left(+\frac{9}{4}a^2\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}b^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}c^2\right)$$

Il segno del prodotto è +; moltiplicando le parti numeriche troviamo coefficiente 1; per la parte letterale applichiamo le proprietà delle potenze e sommiamo gli esponenti delle lettere uguali:

$$= +a^3b^3c^2$$

$$13 \quad \frac{1}{4}a^2c \cdot \left(\frac{4}{3}ab^2 - \frac{5}{6}ab^2\right) \cdot \frac{4}{3}c^2 \cdot \left(\frac{3}{2}a^2bc - \frac{1}{4}a^2bc\right) \quad \left[\frac{5}{24}a^5c^4b^3\right]$$

$$14 \quad \left(\frac{9}{5}a^2c - a^2c\right) \cdot \left(c^3 - \frac{1}{3}c^3 - \frac{1}{6}c^3\right) \cdot \left(\frac{4}{5}ab^2 - \frac{1}{6}ab^2 + \frac{1}{5}ab^2\right) \quad \left[\frac{1}{3}a^3b^2c^4\right]$$

$$15 \quad \left(\frac{6}{5}abc - \frac{3}{4}abc + \frac{3}{10}abc\right) \cdot \frac{14}{3}ac^2 \cdot \left(a^2b^2 - \frac{1}{3}a^2b^2 - \frac{1}{6}a^2b^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}a - \frac{1}{6}a\right) \quad \left[\frac{7}{8}a^5b^3c^3\right]$$

$$16 \quad \left(\frac{12}{5}a^2b^2c - \frac{14}{10}a^2b^2c + 2a^2b^2c\right) \cdot \left(\frac{1}{3}ab^2 - \frac{1}{6}ab^2\right) \cdot \left(\frac{16}{3}a^2c - 2a^2c\right) \quad \left[\frac{5}{3}a^5b^4c^2\right]$$

$$17 \quad \left(\frac{1}{2}xy + \frac{7}{3}xy + \frac{1}{6}xy\right) \cdot \frac{1}{5}x^2y \cdot \left(\frac{4}{5}xy^2 - \frac{1}{6}xy^2 + xy^2 - \frac{4}{3}xy^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}z^2 + \frac{4}{9}z^2\right) \quad \left[\frac{1}{5}x^4y^4z^2\right]$$

$$18 \quad \left(\frac{2}{3}yz^2 + \frac{4}{5}yz^2 - \frac{2}{15}yz^2\right) \cdot \left(x^2z^3 - \frac{1}{3}x^2z^3\right) \cdot \left(y^2 - \frac{1}{4}y^2 + \frac{3}{5}y^2\right) \quad \left[\frac{6}{5}x^2y^3z^5\right]$$

$$19 \quad \left(\frac{8}{7}xy^2 - \frac{3}{14}xy^2 + \frac{1}{7}xy^2\right) \cdot \left(\frac{11}{6}x^2z^3 - \frac{1}{5}x^2z^3\right) \cdot \left(11x^2yz^2 - x^2yz^2 - 2x^2yz^2\right) \quad \left[14x^5y^3z^5\right]$$

$$20 \quad \left(4xy^2 - \frac{5}{2}xy^2 + xy^2\right) \cdot \left(\frac{13}{6}x^2yz^3 - \frac{3}{5}x^2yz^3 + \frac{1}{30}x^2yz^3\right) \cdot \left(\frac{4}{3}x^3y^3z - \frac{1}{4}x^3y^3z - \frac{5}{6}x^3y^3z\right) \quad \left[x^6y^6z^4\right]$$

$$21 \quad \left(\frac{19}{12}x^2yz - \frac{3}{4}x^2yz + \frac{2}{3}x^2yz\right) \cdot \frac{1}{9}xy^2 \cdot \left(\frac{4}{25}x^3yz - \frac{3}{10}x^3yz - \frac{2}{5}x^3yz\right) \cdot \left(5xy^2z + \frac{5}{9}xy^2z\right) \quad \left[-\frac{1}{2}x^7y^6z^3\right]$$

$$22 \quad \frac{1}{4}ab \cdot \left(\frac{3}{2}b^2 - \frac{1}{4}b^2\right) + \left(2a^2b + \frac{2}{3}a^2b\right) \cdot \left(\frac{5}{6}b + \frac{3}{4}b - \frac{7}{12}b\right) - \frac{1}{2}b \cdot \left(ab^2 - \frac{3}{8}ab^2\right) \quad \left[\frac{8}{3}a^2b^2\right]$$

$$23 \quad \left(\frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{3}ab^2\right) \cdot \left(ab - \frac{1}{2}ab\right) + \frac{3}{2}b \cdot \left(\frac{1}{6}a^2b^2 + \frac{2}{3}a^2b^2\right) - \frac{5}{9}ab \cdot \left(ab^2 + \frac{3}{2}ab^2 - \frac{1}{4}ab^2\right) \quad \left[\frac{5}{12}a^2b^3\right]$$

$$24 \quad \left(\frac{2}{3}yz^2 - \frac{2}{5}yz^2\right) \cdot \left(2x^2z - \frac{1}{3}x^2z\right) + \left(\frac{1}{4}x^2z^3 - \frac{2}{3}x^2z^3\right) \cdot \left(\frac{2}{5}y - \frac{2}{15}y + \frac{4}{5}y\right) + \left(\frac{4}{3}xy^2 + \frac{4}{5}xy^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}z^2 + z^2\right) \quad \left[\frac{8}{9}xy^2z^2\right]$$

$$25 \quad \left(\frac{6}{5}xy + \frac{4}{5}xy\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}x\right) + \left(\frac{3}{5}xy^2 + \frac{7}{3}xy^2 + \frac{1}{15}xy^2\right) \cdot \left(\frac{4}{3}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{2}x\right) + \left(x^2 - \frac{1}{2}x^2\right) \cdot (3y + y) \quad [6x^2y^2]$$

$$26 \quad \left(\frac{1}{2}x^2y + \frac{1}{7}x^2y - \frac{1}{14}x^2y\right) \cdot \left(2xy - \frac{4}{15}xy - \frac{1}{3}xy\right) - \left(2x^2 - \frac{8}{7}x^2 - \frac{9}{35}x^2\right) \cdot \left(\frac{2}{5}xy^2 + \frac{5}{6}xy^2 + \frac{1}{10}xy^2\right) + \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{2}{9}x^3\right) \cdot \left(xy + \frac{2}{7}xy\right) \quad \left[\frac{1}{2}x^4y\right]$$

$$27 \quad \left(\frac{1}{2}xyz^2 - \frac{1}{3}xyz^2\right) \cdot \left(\frac{5}{3}xz - \frac{2}{15}xz - \frac{1}{3}xz\right) + \left(x^2y^2 - \frac{1}{5}x^2y^2 - \frac{1}{2}x^2y^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}yz^2 + yz^2\right) + \left(\frac{3}{2}x^2z^3 + \frac{1}{10}x^2z^3 + \frac{1}{5}x^2z^3\right) \cdot \left(\frac{10}{9}y - y\right) \quad \left[\frac{1}{2}x^2y^3z^2\right]$$

$$28 \quad \left(\frac{5}{12}xy^3 - \frac{1}{4}xy^3 + \frac{1}{3}xy^3\right) \cdot (-2x^4y) + \left(\frac{5}{2}x^2y - \frac{3}{4}x^2y - \frac{3}{8}x^2y\right) \cdot \left(\frac{1}{3}x^2y - \frac{5}{33}x^2y - \frac{1}{11}x^2y\right) + \left(\frac{5}{6}x^3y - \frac{2}{5}x^3y - \frac{1}{10}x^3y\right) \cdot \left(\frac{1}{2}xy - \frac{1}{8}xy\right) \quad [-x^5y^4]$$

$$29 \quad \frac{8}{5}x \cdot \left(\frac{1}{3}x^2yz + \frac{1}{6}x^2yz + \frac{1}{18}x^2yz\right) - \left(2xyz - \frac{4}{15}xyz - \frac{1}{3}xyz\right) \cdot \left(\frac{1}{14}xy^2 - \frac{1}{7}xy^2 - \frac{1}{2}xy^2\right) + \left(\frac{1}{3}xz + \frac{5}{33}xz + \frac{2}{11}xz\right) \cdot \left(\frac{11}{3}x^2y - 2x^2y - \frac{1}{3}x^2y\right) \quad \left[\frac{4}{5}x^2y^3z\right]$$

$$30 \quad \left(\frac{8}{7}yz^2 + \frac{3}{5}yz^2 + \frac{9}{35}yz^2\right) \cdot \left(\frac{3}{2}xy - \frac{5}{8}xy - \frac{3}{8}xy\right) - \frac{7}{5}xyz \cdot \left(\frac{1}{7}yz + \frac{13}{35}yz + \frac{1}{5}yz\right) + \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{3}x^2\right) \cdot \left(3yz^2 - \frac{9}{7}yz^2\right) \quad [x^2yz^2]$$

$$31 \quad \left(\frac{3}{2}xz + \frac{1}{5}xz + \frac{3}{10}xz\right) \cdot \left(\frac{1}{2}y^2 - y^2\right) - \left(\frac{1}{2}yz + yz\right) \cdot \left(\frac{1}{2}xy^2 - \frac{2}{3}xy^2 - \frac{3}{4}xy^2 + \frac{7}{12}xy^2\right) + \left(\frac{5}{6}z - \frac{1}{3}z - \frac{2}{9}z\right) \cdot \left(2xy^2 + xy^2 + \frac{3}{5}xy^2\right) \quad \left[\frac{1}{2}xy^3z\right]$$

Calcola le seguenti potenze di monomi:

$$32 \quad \left(+\frac{1}{2}a^2b^3\right)^4 \quad \left(-\frac{3}{5}ax^2\right)^3 \quad (-2b^2xy^3)^4 \quad \left(+\frac{3}{4}a^4b^3\right)^3$$

$$33 \quad \left[\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^2\right]^3 \quad [(2ab^3)^3]^2 \quad [(-xyz^2)^3]^3 \quad \left[\left(-\frac{1}{3}a^3bx^4\right)^4\right]^2$$

Semplifica le seguenti espressioni contenenti anche potenze di monomi:

### 34 ESERCIZIO SVOLTO

$$(2ab^2)^2 + a \cdot (-b^2)^2 \cdot (-a) - \frac{4}{3}a^2b \left(\frac{5}{3}b^3 + \frac{4}{3}b^3\right)$$

Nel primo passaggio calcoliamo le potenze dei monomi indicati ed eseguiamo la somma dei due monomi simili nell'ultima parentesi:

$$4a^2b^4 + a \cdot b^4 \cdot (-a) - \frac{4}{3}a^2b \cdot (+3b^3)$$

Eseguiamo adesso le moltiplicazioni:  $4a^2b^4 - a^2b^4 - 4a^2b^4$

Sommiamo i monomi simili ottenuti:  $-a^2b^4$

$$35 \quad \left[\left(\frac{1}{4}ab^2\right)^0\right]^3 + (a^2 - \frac{1}{2}a^2) \left(\frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{7}ab^2 - \frac{1}{14}ab^2\right) - 1 \quad \left[\frac{2}{7}a^3b^2\right]$$

$$36 \quad (xy^2 + \frac{1}{3}xy^2) \left(x + \frac{1}{2}x\right)^2 - x^3 \cdot \left(\frac{3}{5}y - \frac{1}{10}y\right)^2 \quad \left[\frac{11}{4}x^3y^2\right]$$

$$37 \quad \left[\left(\frac{xy}{2}\right)^2\right]^3 + \frac{3}{2}(x^2y)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}xy^2 - \frac{1}{4}xy^2\right)^2 \quad \left[\frac{7}{64}x^6y^6\right]$$

$$38 \quad \left(ab^2 - \frac{1}{3}ab^2\right)^2 - \frac{1}{3}ab^2 \cdot \left(\frac{2}{5}ab^2 + \frac{1}{10}ab^2 + \frac{5}{6}ab^2\right) + (a^2b)^3 \quad [a^6b^3]$$

$$39 \quad [(-xy^2z)^3]^2 - (-2x^2y^4z^2)^3 - 3 \cdot (-2x^3y^4z^3)^2 \cdot \left(y^2 - \frac{1}{2}y^2\right)^2 \quad [6x^6y^{12}z^6]$$

$$40 \quad \left(2xyz^2 - \frac{4}{15}xyz^2 - \frac{1}{3}xyz^2\right) [8x^3y^3 - (-3xy)^3] + \frac{1}{8}xy \cdot (+2xy)^3 - (-5x^2y^2z - 2x^2y^2z)^2 \quad [x^4y^4]$$

$$41 \quad xy^2 \cdot \left(\frac{1}{4}xz - \frac{1}{2}xz\right)^3 + (-x^2y)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}z + \frac{1}{2}z\right)^3 - \frac{7}{8}x^4y^2z^3 \quad \left[-\frac{15}{32}x^4y^2z^3\right]$$

$$42 \quad (-xy) \cdot (-xy) \cdot (-xy)^2 - (+xy^2)^3 + xy^3 \cdot \left(\frac{2}{5}x^3y - \frac{3}{5}x^3y - \frac{4}{5}x^3y\right) \quad [-x^3y^6]$$

$$43 \quad [(-ax)^3]^3 + \left(a^2x + \frac{1}{2}a^2x\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{7}a^5x^7 - \frac{1}{14}a^5x^7 + \frac{3}{7}a^5x^7\right) \quad \left[\frac{1}{8}a^9x^9\right]$$

Esegui le seguenti divisioni fra monomi

#### 44 ESERCIZIO SVOLTO

$$\left(-\frac{4}{5}a^3b^4z^3\right) : \left(+\frac{3}{25}ab^2\right)$$

Il segno del quoziente è  $-$ ; calcoliamo il coefficiente:  $\frac{4}{5} : \frac{3}{25} = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{3} = \frac{20}{3}$

Calcoliamo la parte letterale applicando le proprietà delle potenze e sottraendo gli esponenti delle lettere uguali:  $a^{3-1}b^{4-2}z^{3-0} = a^2b^2z^3$

Il quoziente è quindi  $-\frac{20}{3}a^2b^2z^3$

$$45 \quad (+100a^3b^4c) : (+20a^3b^3c) \quad \left(+\frac{16}{3}x^5y^5z^3\right) : \left(-\frac{4}{27}x^3y^4z^2\right) \quad [+5b; -36x^2yz]$$

$$46 \quad \left(-\frac{2}{3}x^2y^3z^7\right) : \left(-\frac{5}{9}x^2y^3z^5\right) \quad (+x^6y^2z^4) : \left(+\frac{4}{5}x^4yz^3\right) \quad \left[+\frac{6}{5}z^2; +\frac{5}{4}x^2yz\right]$$

$$47 \quad \left(-\frac{6}{5}x^4y^5z^5\right) : \left(+\frac{3}{10}x^4y^4z^4\right) \quad \left(-\frac{11}{4}m^6n^5t^4\right) : \left(-\frac{11}{8}m^2n^5t^2\right) \quad [-4yz; +2m^4t^2]$$

$$48 \quad (+16m^5n^3t^2) : \left(+\frac{8}{3}m^5n^3\right) \quad \left(-\frac{25}{3}m^6n^6t^5\right) : (-5m^3n^2t^3) \quad [+6t^2; +\frac{5}{3}m^3n^4t^2]$$

$$49 \quad \left(-\frac{1}{12}x^3y^3z^9\right) : \left(+\frac{1}{36}x^2yz^8\right) \quad (+45x^5y^2z) : \left(-\frac{15}{3}x^2yz\right) \quad [-3xy^2z; -9x^3y]$$

$$50 \quad \left(-\frac{15}{2}m^2n^3t\right) : \left(-\frac{5}{4}m^2n^2t\right) \quad \left(+\frac{36}{5}m^6n^4t^2\right) : (-12m^5n^3t^2) \quad \left[+6n; -\frac{3}{5}mn\right]$$

Stabilisci se i seguenti monomi sono divisibili:

$$51 \quad (4a^6b^7c^8); \left(\frac{16}{9}a^8b^7c^6\right) \quad \left(-\frac{42}{7}a^9b^3c^6\right); (6a^6b^6c^6) \quad [\text{no, no}]$$

$$52 \quad \left(\frac{2}{3}ab^2\right)^2; \left(\frac{32}{9}a^4b^4\right) \quad \left(\frac{1}{3}a^2b^2c\right)^3; \left(\frac{2}{9}a^3b^2c\right)^2 \quad [\text{no, si}]$$

$$53 \quad \left(\frac{64}{5}x^3y^5z^5\right); \left(\frac{16}{25}x^2y^5z^4\right) \quad \left(\frac{4}{3}x^8y^2\right); \left(\frac{7}{9}x^4yz\right)^2 \quad [\text{si, no}]$$

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di monomi.

#### 54 ESERCIZIO SVOLTO

$$3a^2b^4 \quad 2a^2b \quad -\frac{1}{2}ax^3$$

Essendoci un coefficiente frazionario, la parte numerica sia del M.C.D. che del m.c.m. è 1;

M.C.D.: l'unica lettera comune è la  $a$  e va presa con il minimo esponente, quindi  
M.C.D. =  $a$

m.c.m.: le lettere vanno prese tutte con il massimo esponente, quindi: m.c.m. =  $a^2b^4x^3$

55	$9abc$	$3a^2b^3$	$9a^3bc$	$[3ab; 9a^3b^3c]$
56	$12xy^3$	$4x^4y^2z^2$	$8x^5y^2$	$[4xy^2; 24x^5y^3z^2]$
57	$\frac{3}{8}m^2n^4t^2$	$\frac{5}{2}mn^2t^2$	$\frac{6}{5}m^2n^3t$	$[mn^2t; m^2n^4t^2]$
58	$11x^3y^2z$	$5x^2y^5z^2$	$2x^4y^3z^3$	$[x^2yz; 110x^4y^5z^3]$
59	$30a^3$	$15x^4y^2z$	$-10y^2z^5$	$[5; 30a^3x^4y^2z^5]$
60	$\frac{3}{2}x^3y^2z^2$	$-\frac{1}{4}x^2y^5z^3$	$x^4y^6z^2$	$[x^2y^2z^2; x^4y^6z^3]$
61	$-\frac{7}{5}x^3y^3$	$\frac{7}{6}x^3yz$	$x^4y^5z^3$	$[x^3y; x^4y^5z^3]$
62	$7a^3bc$	$-21a^3b^2c^2$	$5a^2bc$	$[a^2bc; 105a^3b^2c^2]$
63	$8a^4bc^4$	$-16a^3b^2c$	$-4a^3b$	$[4a^3b; 16a^4b^2c^4]$
64	$-3x^2y^5z^3$	$5x^2y^3z^2$	$2x^5y^3z^6$	$[x^2y^3z^2; 30x^5y^5z^6]$
65	$5n^2t^3$	$m^2n^4t^2$	$-4mn^5$	$[n^2; 20m^2n^5t^3]$
66	$-\frac{2}{5}m^3nt$	$\frac{1}{3}m^5$	$-\frac{2}{7}m^2n^2t^2$	$[m^2; m^5n^2t^2]$

## ESERCIZI DI APPROFONDIMENTO

Semplifica le seguenti espressioni riassuntive:

- 1  $\left[ \left( \frac{4}{3}x^2y^2z^2 \right)^2 - \frac{1}{9}x^4y^4z^4 \right]^2 : \left[ (x^5y^3z^9) : \left( \frac{3}{5}xy^2z \right) \right]$   $\left[ \frac{5}{3}x^4y^7 \right]$
- 2  $\left[ \left( x^2 + \frac{1}{5}x^2 \right) + \left( \frac{2}{5}x \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{7}{2}xy + xy + \frac{1}{2}xy \right) - \frac{4}{5}x^3y$   $[6x^3y]$
- 3  $\left[ \left( \frac{11}{5}x^4y^3z^5 - x^4y^3z^5 \right) : (x^2y^2z^2)^2 \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2}yz + \frac{1}{3}yz \right)^2 : \left( \frac{1}{5}z^3 - \frac{1}{10}z^3 \right) \right]$   $[10z]$
- 4  $\left( xz - \frac{1}{3}xz - \frac{5}{3}xz \right)^3 \left( 2xy - \frac{4}{15}xy - \frac{1}{3}xy \right) - x^6z^4y : \left( -\frac{1}{2}x^2z \right)$   $\left[ \frac{3}{5}x^4yz^3 \right]$
- 5  $\left[ (x^2y)^3 z \right]^2 : \left( x^3y^2z - \frac{1}{2}x^3y^2z \right) + \left( \frac{1}{2}y^2z^4 + \frac{1}{4}y^2z^4 - \frac{1}{3}y^2z^4 \right) \cdot 3xy - 2x^9y^4z$   $\left[ \frac{5}{4}xy^3z^4 \right]$
- 6  $\left\{ \left( x^2y + \frac{1}{4}x^2y \right) + \left[ (x^3y)^2 : \left( \frac{4}{5}x^4y \right) \right] \right\}^2 : \left[ \left( -\frac{2}{3}x^2 \right) \cdot \left( -\frac{1}{2}y \right)^2 : \left( +\frac{1}{15}y \right) \right]$   $\left[ -\frac{5}{2}x^2y \right]$
- 7  $\left( \frac{7}{3}xz - xz \right)^2 + \left( \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x \right)(-y) - \left( \frac{4}{3}xz^2 - \frac{4}{15}xz^2 \right) \left( \frac{6}{5}x + \frac{2}{15}x + \frac{1}{3}x \right) + \frac{1}{12}xy$   $[xy]$



$$\mathbf{8} \quad \left(-\frac{2}{5}bc\right)^3 \cdot \left\{ \left[ \left(-\frac{2}{5}bc\right)^3 \right]^2 : \left(-\frac{2}{5}bc\right)^7 \right\} - \left\{ \left[ \left(-\frac{3}{5}bc\right)^6 \cdot \left(-\frac{3}{5}bc\right)^2 \right]^2 : \left[ \left(-\frac{3}{5}bc\right)^5 \right]^3 \right\}^2$$

$$\left[-\frac{1}{5}b^2c^2\right]$$

$$\mathbf{9} \quad \left(\frac{5}{3}a - \frac{1}{4}a - \frac{7}{12}a\right)^3 \cdot (-2)\left(\frac{3}{5}bc\right)^2 + \left(\frac{2}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{2}abc\right)^2 \cdot (-a)$$

$$\left[-\frac{1}{3}a^3b^2c^2\right]$$

$$\mathbf{10} \quad \left[(ab)^3c^2 + \frac{1}{2}a^3b^3c^2\right]^2 : \left[(-abc)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}a^2b^2 + \frac{1}{4}a^2b^2\right)\right] : (-3ab)^2$$

$$\left[\frac{3}{11}c^2\right]$$

$$\mathbf{11} \quad \left[-\frac{2}{3} \cdot (x^2z)^2\right]^3 : \left(-\frac{5}{9}x^4z^5\right) : \left(\frac{11}{10}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{5}x^2\right)^4 - \left(\frac{2}{3}x^2z\right)^2 : \left(\frac{1}{3}x^4z\right)$$

$$\left[-\frac{13}{10}z\right]$$

$$\mathbf{12} \quad \left[\left(\frac{1}{2}x - 2x\right)^2 \cdot \left(yz + \frac{1}{3}yz\right)\right]^2 + \left(\frac{2}{5}xy\right)^2 \cdot (7y - 2y) - (-3x^2yz^2)^3 : (-3x^2yz^4)$$

$$\left[\frac{4}{5}x^2y^3\right]$$

$$\mathbf{13} \quad \left[-3\left(-xy - \frac{1}{3}xy\right)^3\right] : (5xy + 3xy)^2 + \left(\frac{1}{3}x^2y - x^2y\right)^2 + \frac{1}{5}x \cdot \left(\frac{2}{3}x^2y^3 + \frac{1}{6}x^2y^3\right) : \left[\left(-\frac{3}{2}\right)(xy)^2\right]$$

$$\left[\frac{4}{9}x^4y^2\right]$$

$$\mathbf{14} \quad \left[\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}a\right)^3 \cdot (-bc)^2 + \left(\frac{1}{3}a^2bc^2 + \frac{2}{15}a^2bc^2 - \frac{5}{3}a^2bc^2\right) \cdot \left(ab - \frac{1}{6}ab\right) + (ab)^4 \cdot \left(\frac{1}{4}c - \frac{1}{5}c\right)\right] :$$

$$: \left[\left(-\frac{1}{5}c\right)(-ab)^2\right]$$

$$\left[-\frac{1}{4}a^2b^2\right]$$

$$\mathbf{15} \quad \left\{ \left[(xy^2)^2z\right]^2 : \left(\frac{1}{2}xy^4z - \frac{1}{3}xy^4z\right) \right\} - \left[\frac{3}{8}x^3(yz)^4 : \left(\frac{1}{2}z\right)^3\right] + 2x^3y^4z$$

$$\left[5x^3y^4z\right]$$

$$\mathbf{16} \quad \left\{ \left[-(17xz + 15xz)\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^4 \cdot (-z)\right] - \left[(-5yz^2x)\left(yz - \frac{1}{2}yz\right)^2\right] - \left[\left(\frac{1}{2}y^2z^4 + \frac{1}{4}y^2z^4 - \frac{1}{3}y^2z^4\right) \cdot 3xy\right] \right\} : (x^3yz)^2$$

$$\left[2x^3y^2\right]$$

$$\mathbf{17} \quad \left(\frac{4}{3}x^3y^3z - \frac{1}{4}x^3y^3z - \frac{5}{6}x^3y^3z\right) - \left[\left(\frac{1}{2}xy\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{9}xyz + \frac{1}{3}xyz + \frac{4}{9}xyz\right)\right] + \left[\left(x^4y^2z^4\right) : \left(\frac{3}{5}x^4yz^3\right)\right]$$

$$\left[\frac{5}{3}yz\right]$$

$$\mathbf{18} \quad \left\{ \left[\left(-\frac{3}{2}ab\right)^6 : \left(-\frac{3}{2}ab\right)^2\right]^2 : \left(\frac{81}{16}a^3b^3\right)^2 + \left(\frac{11}{10}a^2b + \frac{1}{2}a^2b + \frac{2}{5}a^2b\right)\left(ab^2 + \frac{1}{2}ab^2\right) - (-ab)^2 \right\} :$$

$$: (+ab)^2$$

$$\left[3ab\right]$$

$$\mathbf{19} \quad \left[\left(abc - \frac{1}{7}abc\right)^2 \cdot (50a^3b - a^3b)\right]^2 : \left(\frac{6}{5}ab^3c \cdot (27a^2c + 3a^2c)\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}a^2\right)^3 : (3a)^2$$

$$\left[\frac{11}{8}a^4\right]$$

$$20 \left\{ \left[ \left( \frac{2}{3} a^2 b^2 \right)^3 : \left( \frac{1}{9} a^4 b^4 - a^4 b^4 \right) \right]^3 : \left[ \left( -\frac{1}{2} a \right)^3 - a^3 + \frac{5}{4} a^3 \right] \right\} : \left( +\frac{2}{3} ab \right)^2 + \frac{1}{3} a(-b^2)^2 \quad \left[ -\frac{1}{3} ab^4 \right]$$

$$21 \left[ \left( \frac{3}{20} x^4 y^3 z^5 - \frac{1}{2} x^4 y^3 z^5 + \frac{1}{20} x^4 y^3 z^5 \right) : \left( x^2 y^2 z - \frac{7}{10} x^2 y^2 z \right)^2 \right] \cdot \left( y - \frac{1}{5} y - \frac{1}{2} y \right)^2 - \frac{3}{4} x y^2 z^4 : \\ : \left( +\frac{5}{2} xyz \right) \quad \left[ -\frac{3}{5} yz^3 \right]$$

$$22 \left[ \left( -3a^3 b^3 c^4 \right)^2 \cdot \left( -\frac{1}{3} a^2 b c^2 \right) : \left( \frac{3}{2} a^8 b^7 c^6 + 3a^8 b^7 c^6 \right) \right] + \left[ \left( \frac{1}{6} a^2 b^4 c^4 - \frac{1}{5} a^2 b^4 c^4 + \frac{3}{10} a^2 b^4 c^4 \right) : \right. \\ \left. : \left( ab^2 - \frac{3}{5} ab^2 \right)^2 \right] \quad [c^4]$$

$$23 \left\{ \left[ \left( \frac{8}{3} x y^2 z^3 \right) \cdot \left( \frac{15}{2} x^3 y z - \frac{3}{4} x^3 y z \right) \right] : \left( 5xyz - \frac{1}{2} xyz \right)^2 + \left[ \left( \frac{2}{3} xyz \right)^2 : \left( \frac{11}{4} y + \frac{5}{4} y \right) \right] \right\} : \\ : \left( -\frac{1}{2} xz \right)^2 \quad [4y]$$

$$24 \left( \frac{2}{3} xy \right)^2 \cdot \left( 2y - \frac{1}{2} y - \frac{3}{2} y \right)^2 \cdot \left( -\frac{1}{2} x^2 \right) + \left[ \left( \frac{1}{2} x - 2x \right)^2 \cdot \left( y^2 + \frac{1}{3} y^2 \right) \right]^2 - \frac{15}{4} x^4 y^4 \quad \left[ \frac{21}{4} x^4 y^4 \right]$$

$$25 \left( \frac{1}{3} ab^2 + \frac{1}{18} ab^2 + \frac{1}{6} ab^2 \right) \cdot \left( \frac{3}{2} a^2 b + \frac{1}{5} a^2 b + \frac{1}{10} a^2 b \right) : \left( \frac{1}{2} ab \right)^3 - \left( \frac{20}{3} a^3 \right) \cdot \left( b^3 - \frac{1}{2} b^3 - \frac{1}{5} b^3 \right) + \\ - \left( \frac{64}{7} a^2 \right) \left( \frac{5}{2} b^2 + b^2 \right) : (2ab)^2 \quad [-2a^3 b^3]$$

$$26 \left\{ \left[ \left( \frac{6}{5} x^4 y^3 z^5 - x^4 y^3 z^5 \right) : \left( \frac{1}{2} xyz \right)^2 \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} yz - 3yz \right)^2 : \left( \frac{1}{2} z^3 \right) \right] \right\} + \left[ \frac{8}{9} x^6 y^6 z^5 : \left( xy - \frac{1}{3} xy \right)^2 \right] \\ [10x^4 y^4 z^5]$$

$$27 \left\{ \left( \frac{4}{3} x^3 y z - \frac{1}{4} x^3 y z + \frac{1}{12} x^3 y z \right) - \left[ \left( \frac{1}{3} xz \right)^2 \cdot \left( \frac{3}{2} y^2 z + 2y^2 z - \frac{1}{2} y^2 z \right)^2 : \left( -\frac{1}{2} yz \right)^3 \right] + \right. \\ \left. - \left[ \left( x^4 y^2 z^4 \right) : \left( \frac{6}{7} xyz^3 \right) \right] \right\} : (-2x)^2 \quad [2yz]$$

$$28 \left[ \left( \frac{1}{2} xy + \frac{1}{3} xy \right)^2 : \left( \frac{1}{9} x + \frac{7}{12} x \right) \right] + \left( \frac{1}{4} x + x \right) \left( \frac{5}{3} y + \frac{1}{3} y \right)^2 - \left[ (3xy)^3 : \left( \frac{3}{2} x^2 y + \frac{1}{5} x^2 y + \frac{1}{10} x^2 y \right) \right] \\ [-9xy^2]$$

$$29 \frac{1}{5} x^2 \cdot \left( \frac{1}{2} z - z \right) + \left[ \left( x^2 z - \frac{1}{5} x^2 z \right) : \left( \frac{1}{2} x \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{7}{2} xy + xy + \frac{1}{2} xy \right) + \left( -\frac{1}{2} xyz \right)^4 : \\ : \left( \frac{5}{2} x^2 y^4 z^3 - \frac{3}{4} x^2 y^4 z^3 - \frac{9}{8} x^2 y^4 z^3 \right) \quad [16xyz]$$