APPROFONDIMENTO

La legge di annullamento del prodotto e le equazioni

Nel capitolo dedicato ai numeri interi abbiamo visto che lo zero ha delle caratteristiche che lo distinguono dagli altri numeri; in particolare sappiamo che qualunque numero moltiplicato per zero dà come risultato zero e che da questa caratteristica discende una proprietà molto importante che è nota come **legge di annullamento del prodotto**:

> il prodotto di due numeri è zero se almeno uno di essi è uguale a zero.

Possiamo sfruttare questa proprietà per risolvere equazioni che non sono lineari ma che si possono scrivere come prodotto di due o più fattori lineari uguagliati a zero.

Consideriamo per esempio l'equazione: $(x-4)(3x+1)=0$

Osserviamo che il prodotto tra i binomi che si trovano al primo membro è zero se si annulla il primo oppure il secondo di essi; risolvere questa equazione significa quindi risolvere le equazioni che si ottengono annullando ciascun fattore del prodotto:

- $x-4=0 \quad \rightarrow \quad x=4$
- $3x+1=0 \quad \rightarrow \quad x=-\dfrac{1}{3}$

Possiamo allora concludere che l'insieme delle soluzioni ha due elementi ed è $S=\left\{4, -\dfrac{1}{3}\right\}$.

ESERCIZI

Risolvi le seguenti equazioni applicando la legge di annullamento del prodotto.

1 $(3x+7)(x-8)=0$ $\qquad$ $(4x+5)(x-2)=0$ $\qquad$ $\left[S=\left\{-\dfrac{7}{3}, 8\right\}; S=\left\{-\dfrac{5}{4}, 2\right\}\right]$

2 $(4-3x)(9x-3)=0$ $\qquad$ $-5x(4-6x)=0$ $\qquad$ $\left[S=\left\{\dfrac{4}{3}, \dfrac{1}{3}\right\}; S=\left\{0, \dfrac{2}{3}\right\}\right]$

3 $(1-8x)\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)=0$ $\qquad$ $3x(x-6)=0$ $\qquad$ $\left[S=\left\{\dfrac{1}{8}, -2\right\}; S=\{0, 6\}\right]$

4 $\left(\dfrac{3}{4}x-\dfrac{5}{2}\right)\left(1-\dfrac{1}{4}x\right)=0$ $\qquad$ $\dfrac{1-6x}{3}\cdot\left(\dfrac{5}{2}-x\right)=0$ $\qquad$ $\left[S=\left\{\dfrac{10}{3}, 4\right\}; S=\left\{\dfrac{1}{6}, \dfrac{5}{2}\right\}\right]$

5 $\dfrac{2x+1}{4}\cdot\dfrac{x-1}{3}=0$ $\qquad$ $\dfrac{4x}{5}\left(\dfrac{2x+7}{3}\right)=0$ $\qquad$ $\left[S=\left\{-\dfrac{1}{2}, 1\right\}; S=\left\{0, -\dfrac{7}{2}\right\}\right]$

6 **ESERCIZIO GUIDATO**

$x^2-x=0$

Il polinomio al primo membro non è ancora scritto sotto forma di prodotto di due fattori.

Applicando però la proprietà di raccoglimento lo possiamo scrivere in questa forma:

$$x(x-1)=0$$

Applichiamo adesso la legge di annullamento del prodotto:

- $x = 0$
- $x - 1 = 0 \qquad \rightarrow \qquad x = 1$

L'insieme delle soluzioni è dunque $S = \{0, 1\}$

7 $x^2 + 2x = 0$ $\qquad 7x - x^2 = 0$ $\qquad [S = \{0, -2\}; S = \{0, 7\}]$

8 $9x^2 + 21x = 0$ $\qquad 6x + 4x^2 = 0$ $\qquad \left[S = \left\{0, -\frac{7}{3}\right\}; S = \left\{0, -\frac{3}{2}\right\}\right]$

9 $2x + x^2 = 0$ $\qquad 7x - x^2 = 0$ $\qquad [S = \{0, -2\}; S = \{0, 7\}]$

10 $9x^2 + 21x = 0$ $\qquad 4x^2 - 1 = 0$ $\qquad \left[S = \left\{0, -\frac{7}{3}\right\}; S = \left\{\pm\frac{1}{2}\right\}\right]$

11 $x^2 - 9 = 0$ $\qquad x^2 - 6x = 0$ $\qquad [S = \{3, -3\}; S = \{0, 6\}]$

12 $x^3 - 4x = 0$ $\qquad 2x^3 - 4x^2 = 0$ $\qquad [S = \{0, \pm 2\}; S = \{0, 2\}]$