

Parallelogrammi e trapezi



Matematica in laboratorio

1. I PARALLELOGRAMMI CON GEOGEBRA

Esercitazione 1. Costruire un parallelogramma dati tre vertici consecutivi

Per risolvere questo problema usiamo la definizione di parallelogramma; i passi della costruzione sono i seguenti:

1. si disegnano tre punti A , B , C nel piano euclideo
2. si costruisce la retta che passa per A e B
3. si costruisce la retta che passa per B e C
4. da A si traccia la parallela ad BC
5. da C si traccia la parallela ad AB
6. si trova il punto D di intersezione delle rette ai punti 4. e 5.
7. si disegna il poligono $ABCD$.

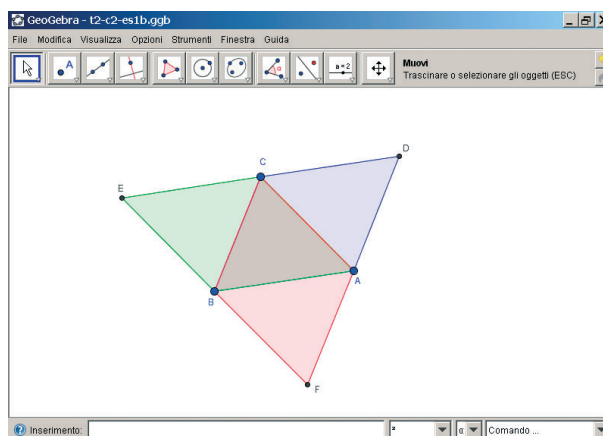
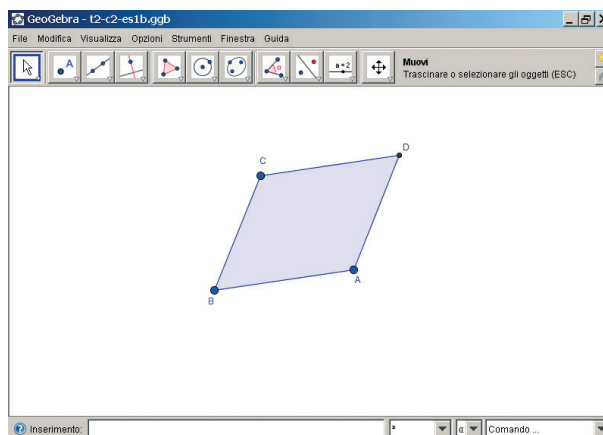
Ma quanti parallelogrammi possiamo costruire con tre punti? Oltre a quello trovato, che è stato costruito a partire dal vertice B , ne esistono altri due perché possiamo ripetere la stessa costruzione a partire dal vertice A oppure dal vertice C . Otteniamo così i parallelogrammi $ABCD$, $ABEC$, $ACBF$.

Dunque, a meno di fissare l'ordine con cui si devono susseguire le lettere:

tre punti non allineati definiscono sempre tre parallelogrammi.

Poiché è di uso frequente la costruzione di un parallelogramma noti tre dei suoi vertici, conviene memorizzare la costruzione in uno strumento, come abbiamo fatto per il trasporto di un segmento. Ricordiamo la procedura:

- attiviamo il comando *Strumenti/Crea nuovo strumento*
- indichiamo come oggetti finali il quarto vertice e il parallelogramma (attenzione all'ordine dei punti)



- indichiamo come oggetti iniziali i tre punti
- diamo nome *parallelogramma tre vertici* allo strumento e salviamo in un file.

Esercitazione 2. Dividere un segmento in n parti congruenti

Dividere un segmento in 2 parti congruenti significa trovare il suo punto medio, dividere in 4 parti significa trovare il punto medio di ciascuno dei segmenti individuati, dividere in 8 parti significa trovare il punto medio di ciascuno dei segmenti ottenuti nel caso precedente; in sostanza se n è una potenza di 2 il problema non presenta particolari difficoltà perché si applica più volte il concetto di punto medio.

Dividere un segmento in un numero di parti che non è una potenza del 2 comporta una procedura diversa che applica il teorema della corrispondenza di Talete; questa procedura ha comunque carattere generale e si può applicare per un n qualsiasi, quindi anche una potenza del 2.

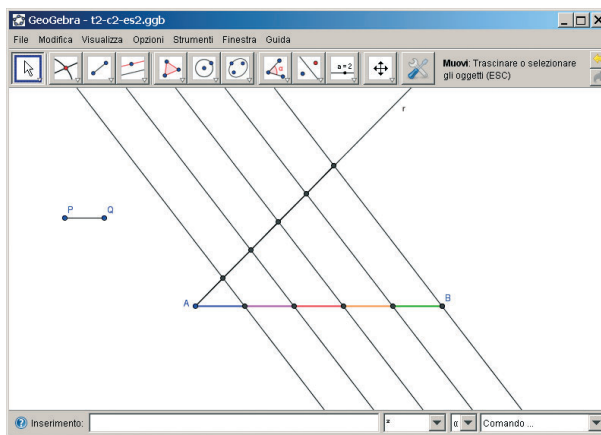
Per eseguirla ci serviremo dello strumento di **trasporto dei segmenti** che deve quindi essere reso disponibile aprendo il file corrispondente dal menu *File/Apri*.

Disegniamo dunque un segmento AB e supponiamo di volerlo dividere in 5 parti congruenti; i passi sono i seguenti:

1. disegniamo un segmento PQ (per questioni di visualizzazione dell'immagine non deve essere troppo lungo);
2. disegniamo una semiretta r avente origine in A ;
3. trasportiamo il segmento PQ su r in modo che il primo estremo sia in A ;
4. ripetiamo il trasporto altre quattro volte scegliendo come primo estremo ogni volta l'ultimo punto disegnato;
5. dall'ultimo punto ottenuto su r tracciamo la retta s che passa per B ;
6. da ciascuno dei punti estremi dei segmenti trasportati tracciamo la parallela alla retta s ;
7. determiniamo i punti di intersezione con il segmento AB di ciascuna retta del fascio di parallele costruito;
8. usando lo strumento *3-Segmento tra due punti* tracciamo i segmenti in cui AB rimane suddiviso (eventualmente modifichiamo il colore di questi segmenti per renderli più visibili).

È adesso possibile verificare con lo strumento *10-Relazione tra due oggetti* che i cinque segmenti ottenuti sono congruenti.

In questa costruzione il segmento AB e la semiretta r rappresentano le due trasversali del fascio di rette parallele; avendo disegnato segmenti congruenti su r , anche quelli individuati sul segmento AB lo sono.



ESERCIZI

1. Costruisci un parallelogramma $ABCD$, prendi un punto S sul lato AB ed un punto T sul lato CD in modo che $AS \cong CT$; verifica che $SBTD$ è un parallelogramma.
2. Disegna:
 - a. un rettangolo note le lunghezze dei suoi lati
 - b. un rombo note le sue diagonali
 - c. un quadrato nota la lunghezza del suo lato.

3. Disegna un parallelogramma e traccia il segmento che unisce i punti medi di due lati opposti; verifica che tale segmento è congruente agli altri due lati del parallelogramma.
 4. Dopo aver disegnato un parallelogramma, trova il punto O di intersezione delle sue diagonali; verifica che ogni segmento che passa per O e che ha gli estremi sui lati del parallelogramma ha O come punto medio.
 5. Due parallelogrammi hanno un lato in comune e si trovano in semipiani opposti rispetto a tale lato; verifica che anche il quadrilatero che si ottiene congiungendo i vertici non comuni è un parallelogramma.
 6. Dopo aver disegnato un quadrilatero qualsiasi, trova i punti medi dei suoi lati e costruisci il quadrilatero che li ha come vertici; verifica che tale quadrilatero è un parallelogramma.
 7. Dopo aver costruito un rombo:
 - a. verifica che le sue diagonali sono bisettrici degli angoli;
 - b. traccia le bisettrici degli angoli formati dalle diagonali e determina i loro punti di intersezione con i lati del rombo;
 - c. verifica che tali punti sono i vertici di un quadrato.
 8. Dopo aver costruito un parallelogramma $ABCD$, prendi un punto S su AB ; trasporta il segmento AS sul lato CD in modo che sia $AS \cong CT$. Verifica che anche $SBTD$ è un parallelogramma.
 9. Disegna:
 - a. un trapezio qualsiasi
 - b. un trapezio isoscele e verifica che gli angoli adiacenti alle due basi sono congruenti
 - c. un trapezio rettangolo.
 10. Dati tre segmenti, disegna un trapezio isoscele in modo che due di essi siano le basi e il terzo lato sia il lato obliquo.
 11. Disegna un triangolo ABC e prendi un punto P sul lato AC ; traccia la retta PM , dove M è il punto medio del lato BC e indica con Q il punto di intersezione della retta PM con la retta del lato AB . Stabilisci quando il punto Q esiste e quando non esiste motivando la tua risposta in base alle conoscenze acquisite in questo capitolo.
 12. Disegna un parallelogramma $ABCD$ di centro O e indica con M il punto medio del lato AB e con N il punto medio del lato CD ; trova il punto D' simmetrico del vertice D rispetto a M e il punto A' simmetrico di A rispetto a N . Verifica che:
 - a. i punti A', C, B, D' sono allineati
 - b. i punti M, O, N sono allineati
 - c. i quadrilateri $ADBD'$ e $ACA'D$ sono parallelogrammi.
 13. Costruisci un quadrato e trova una procedura per circoscrivere ad esso un altro quadrato che abbia un lato parallelo alla diagonale del primo.
 14. Disegna un rombo $ABCD$ e dai vertici B e D traccia le rette parallele alla diagonale AC . Sulla parallela per B prendi due punti P e Q simmetrici rispetto a B e sulla parallela per D due punti simmetrici R e S rispetto a D .
 - a. Verifica che il quadrilatero convesso di vertici P, Q, S, R è un trapezio isoscele.
 - b. Stabilisci come devono essere presi i punti P, Q, S, R in modo che il quadrilatero sia un rettangolo oppure un quadrato.
-