

# Concetti chiave e regole

## I numeri razionali

Una frazione si ottiene combinando in modo ordinato coppie di numeri naturali; diciamo che due frazioni  $\frac{a}{b}$  e  $\frac{c}{d}$  sono **equivalenti** se  $ad = bc$ . Si chiama **numero razionale** ogni sottoinsieme di frazioni tra loro equivalenti. Per rappresentare un numero razionale si può usare una qualunque delle frazioni tra loro equivalenti oppure il numero decimale, finito o periodico, corrispondente.

Se, con le stesse convenzioni adottate per i numeri interi, associamo ad ogni numero razionale assoluto un segno  $+$  e un segno  $-$  (tranne che allo zero cui non si attribuisce segno) otteniamo l'insieme  $\mathbb{Q}$  dei numeri razionali relativi.

## Le potenze e le proprietà delle potenze

La potenza di un numero razionale si definisce in modo analogo a quella di un numero intero:

- $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ volte}}$  se  $n > 1$

In  $\mathbb{Q}$  è possibile dare un significato anche alle potenze con esponente negativo; assumendo  $n > 0$ :

- $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

Si pone poi:  $a^1 = a$  per ogni  $a$        $a^0 = 1$  se  $a \neq 0$       non si attribuisce significato alla scrittura  $0^0$ .

Se  $n$  e  $m$  sono due numeri interi, tenendo presenti le considerazioni fatte sulla base della potenza, valgono le seguenti proprietà:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \qquad a^n : a^m = a^{n-m} \qquad (a^n)^m = a^{n \cdot m} \qquad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \qquad (a : b)^n = a^n : b^n$$

## Percentuali, rapporti e proporzioni

La percentuale  $p\%$  equivale alla frazione  $\frac{p}{100}$ :  $30\%$  è la stessa cosa di  $\frac{30}{100}$

**Rapporto** fra due numeri  $a$  e  $b$ , con  $b \neq 0$ , è il quoziente  $a : b$ .

Una **proporzione** è l'uguaglianza fra due rapporti  $\frac{a}{b}$  e  $\frac{c}{d}$  (con  $b, d \neq 0$ ) e si scrive  $a : b = c : d$

Per essa vale la proprietà fondamentale  $a \cdot d = b \cdot c$

A partire dalla proporzione  $a : b = c : d$  (dove supponiamo che i quattro numeri siano diversi da zero) se ne possono ottenere altre applicando le seguenti proprietà:

- permutare:  $a : c = b : d$        $d : b = c : a$
- invertire:  $b : a = d : c$
- comporre:  $(a + b) : a = (c + d) : c$        $(a + b) : b = (c + d) : d$
- scomporre:  $(a - b) : a = (c - d) : c$        $(a - b) : b = (c - d) : d$ .

## I numeri reali

Ci sono operazioni, come per esempio l'estrazione di radice, che portano a considerare numeri che non sono razionali. Si chiamano **irrazionali** quei numeri che si possono esprimere mediante un numero decimale illimitato non periodico, vale a dire un numero le cui cifre decimali si susseguono senza mai ripetersi in successione costante.

L'unione fra l'insieme dei numeri razionali e l'insieme dei numeri irrazionali dà origine all'**insieme dei numeri reali**. Un numero reale è quindi un numero che è razionale oppure irrazionale.

## Il grafico delle funzioni

Ogni funzione  $y = f(x)$  può essere rappresentata graficamente in un piano cartesiano mediante l'insieme dei punti di coordinate  $(x, y)$  che si ottengono attribuendo a  $x$  un valore del dominio e calcolando il corrispondente valore di  $y$ .