

CAP 1: I POLIGONI

LE CARATTERISTICHE DEI POLIGONI

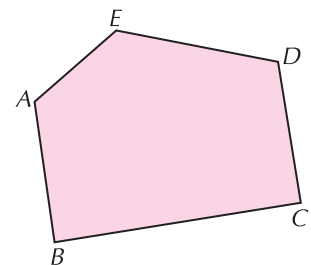
richiami della teoria

- Il **poligono** è la parte di piano finita delimitata da una spezzata chiusa;
- il **perimetro** di un poligono è la somma delle misure dei suoi lati;
- i **vertici**, i **lati** e gli **angoli** interni di un poligono sono di uguale numero;
- gli **angoli interni** di un poligono sono formati da ogni coppia di lati consecutivi;
- gli **angoli esterni** di un poligono sono formati da un lato con il prolungamento di un lato ad esso consecutivo;
- ogni **angolo esterno** e l'**angolo interno** adiacente ad esso sono supplementari;
- un poligono **convesso** non viene attraversato dal prolungamento di qualche suo lato;
- un poligono **concavo** viene attraversato dal prolungamento di qualche suo lato;
- un poligono con tutti i lati congruenti è **equilatero**, con tutti gli angoli congruenti è **equiangolo**, con tutti i lati e gli angoli congruenti è **regolare**;
- la **diagonale** di un poligono è un segmento che unisce due vertici non consecutivi;
- per calcolare il numero delle diagonali di un poligono devi applicare la formula: $n \cdot (n - 3) : 2$ (con $n =$ numero dei lati del poligono);
- il numero delle diagonali uscenti da ciascun vertice del poligono è uguale al numero dei lati diminuito di tre.

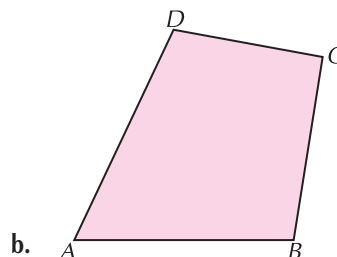
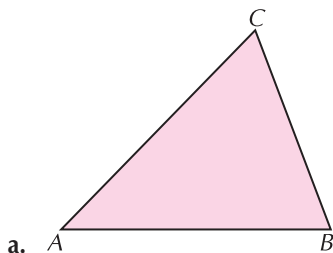
COMPrensione della teoria

1 Completa la seguente definizione:
si chiama poligono la parte di piano delimitata da

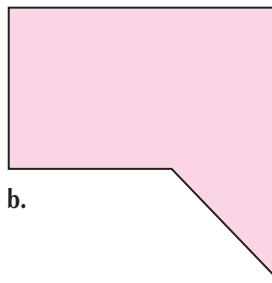
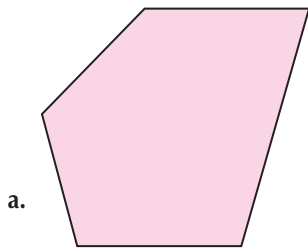
2 Aiutandoti con la figura a lato completa:
il poligono rappresentato ha: vertici: A, B, \dots, D, \dots ;
5: $AB, BC, \dots, \dots, \dots$;
..... angoli: $\widehat{EAB}, \dots, \dots, \dots, \dots$;
il poligono è dunque un



3 Nei seguenti poligoni indica con un archetto blu gli angoli esterni e con uno nero quelli interni:



4 Distingui i seguenti poligoni in concavi e convessi:



5 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

- un poligono con quattro lati si chiama quadrilatero;
- un poligono con sei lati si chiama pentagono;
- un poligono con tutti i lati congruenti si dice regolare;
- un poligono con tutti gli angoli congruenti si dice equiangolo;
- un poligono con tutti i lati e tutti gli angoli congruenti si dice equilatero.



6 Completa le seguenti affermazioni:

- la diagonale di un poligono è un segmento che unisce
- il triangolo diagonali;
- la relazione che lega il numero di diagonali al numero di lati in un poligono è:

APPLICAZIONE

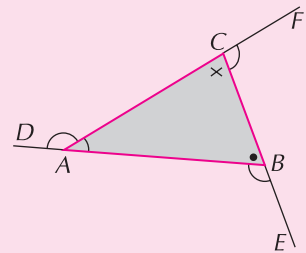
7 *Esercizio Solto*

Disegna un triangolo e metti in evidenza i suoi vertici, i suoi lati, i suoi angoli interni ed esterni e le sue diagonali.

Il triangolo ha:

- 3 vertici, i punti A, B, C ;
- 3 lati, i segmenti AB, BC, AC ;
- 3 angoli interni: $\widehat{CAB}, \widehat{ABC}, \widehat{BCA}$;
- 3 angoli esterni: $\widehat{DAC}, \widehat{ABE}, \widehat{FCB}$.

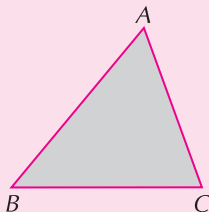
Il triangolo è l'unico poligono che non ha diagonali.



8 Disegna un quadrilatero e metti in evidenza i suoi vertici, i suoi lati, i suoi angoli interni ed esterni e le sue diagonali.

9 *Esercizio Solto*

Calcola il perimetro di un triangolo sapendo che un lato misura 25 cm e gli altri due superano la misura di questo rispettivamente di 4 cm e 7 cm.



Dati	Incognita
$\overline{BC} = 25 \text{ cm}$	$2p_{(ABC)}$
$\overline{AC} = \overline{BC} + 4 \text{ cm}$	
$\overline{AB} = \overline{BC} + 7 \text{ cm}$	

Essendo il perimetro la somma delle misure dei lati calcoliamo la loro lunghezza:

$$\overline{AC} = \overline{BC} + 4 \text{ cm} = (25 + 4) \text{ cm} = 29 \text{ cm}$$

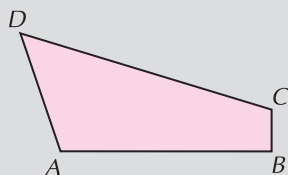
$$\overline{AB} = \overline{BC} + 7 \text{ cm} = (25 + 7) \text{ cm} = 32 \text{ cm}$$

$$2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = (25 + 29 + 32) \text{ cm} = 86 \text{ cm}$$

- 10** Calcola il perimetro di un triangolo sapendo che i lati misurano 12 cm, 15 cm e 28 cm.
- 11** Il perimetro di un triangolo è 45 cm e due dei suoi lati misurano rispettivamente 16 cm e 20 cm. Quanto è lungo il terzo lato? [9 cm]
- 12** Il perimetro di un quadrilatero è 108 cm e tre dei suoi lati misurano rispettivamente 30 cm, 36 cm, 23 cm. Quanto è lungo il quarto lato? [19 cm]
- 13** Calcola la misura di due lati congruenti di un quadrilatero sapendo che gli altri due lati misurano rispettivamente 26 dm e 31 dm e il perimetro è 89 dm. [16 dm]
- 14** Due lati di un quadrilatero misurano 15 cm, 20 cm, mentre il terzo supera di 7 cm la misura del primo e il quarto è 9 cm inferiore alla misura del secondo. Calcola il perimetro del quadrilatero. [68 cm]
- 15** I lati di un pentagono sono tali che due sono congruenti e misurano ciascuno 32 dm, il terzo e il quarto sono rispettivamente uguali al doppio e alla metà di uno dei due lati congruenti ed il quinto supera il quarto di 5 dm. Calcola il perimetro del pentagono. [165 dm]

16 *Esercizio Guidato*

Calcola il perimetro di un quadrilatero sapendo che il primo lato misura 20 cm, il secondo e il terzo rispettivamente $\frac{1}{5}$ del primo e 5 cm in più del primo e il quarto il triplo del secondo.



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 20 \text{ cm}$	$2p_{(ABCD)}$
$BC = \frac{1}{5} \cdot AB$	
$\overline{CD} = \overline{AB} + 5 \text{ cm}$	
$AD = 3 \cdot BC$	

Essendo il perimetro la delle misure dei lati calcoliamo la loro lunghezza.

Rappresentiamo i lati BC e AB :

$$\overline{BC} = \frac{1}{5} \cdot \overline{AB} = (\dots : \dots) \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = \overline{AB} + \dots = (\dots + \dots) \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = \dots \cdot \dots = (\dots \cdot \dots) \text{ cm} = \dots$$

$$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \dots + \dots + \overline{AD} = (\dots + \dots + \dots + 12) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

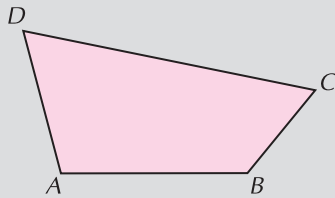
- 17** Calcola il perimetro di un triangolo sapendo che un lato misura 26 cm e gli altri due rispettivamente 5 cm e 11 cm più del primo. [94 cm]

18 Calcola il perimetro di un esagono i cui lati sono a due a due congruenti e misurano rispettivamente: il primo 15 cm, il secondo 6 cm in più del primo e il terzo $\frac{1}{3}$ del secondo. [86 cm]

● **19** Un pentagono ha un lato lungo 24 cm, gli altri misurano rispettivamente la metà, $\frac{1}{3}$, il doppio e il triplo del primo. Calcola il perimetro del pentagono ed esprimi il risultato in metri. [1,64 m]

20 *Esercizio Guidato*

Un quadrilatero di perimetro 60 cm ha due lati che misurano rispettivamente 15 cm e 9 cm e gli altri due sono uno il doppio dell'altro. Calcola la misura di questi ultimi due lati.



Dati	Incognite
$2p_{(ABCD)} = 60$ cm	\overline{AD}
$\overline{AB} = 15$ cm	\overline{DC}
$\overline{BC} = 9$ cm	
$AD = \frac{1}{2} \cdot DC$	

Conoscendo le misure di due lati e il perimetro è possibile calcolare la somma delle misure degli altri due lati:

$$\overline{AD} + \overline{DC} = 2p_{(ABCD)} - (\overline{AB} + \dots) = [60 - (\dots + \dots)] \text{ cm} = (\dots - \dots) \text{ cm} = 36 \text{ cm}$$

Rappresentiamo ora i segmenti AD e DC :



Dalla figura si capisce che 36 cm = 3 segmenti unitari.

$$\overline{AD} = (\dots + \dots) : \dots = (\dots : \dots) \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

$$\overline{DC} = \overline{AD} \cdot \dots = (\dots \cdot \dots) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

21 Tre lati di un quadrilatero misurano rispettivamente 25 cm, 42 cm e 27 cm; calcola la misura del quarto lato sapendo che il perimetro è 112 cm. [18 cm]

22 In un triangolo avente il perimetro di 56 dm, un lato misura 19 dm e gli altri due differiscono di 5 dm. Calcola la misura degli altri due lati. [16 dm, 21 dm]

23 In un quadrilatero due lati sono congruenti e misurano ciascuno 14 cm e gli altri due sono uno il triplo dell'altro. Calcola la misura di questi ultimi due lati sapendo che il perimetro è 64 cm. [9 cm, 27 cm]

● **24** In un quadrilatero la somma di due lati è uguale alla somma degli altri due, il primo lato misura 12 cm, il secondo supera il primo di 6 cm e gli altri due sono uno il doppio dell'altro. Calcola la misura dei lati e il perimetro del quadrilatero. [12 cm, 18 cm, 10 cm, 20 cm, 60 cm]

● **25** Determina il perimetro di un triangolo sapendo che un lato misura 36 cm e gli altri due sono rispettivamente $\frac{3}{2}$ e $\frac{3}{4}$ del primo. [117 cm]

● **26** In un esagono due lati sono rispettivamente il doppio e la metà di un terzo lato. Determina la misura dei lati sapendo che il perimetro è 84 dm e che i lati sono a due a due congruenti. [6 dm, 6 dm, 12 dm, 12 dm, 24 dm, 24 dm]

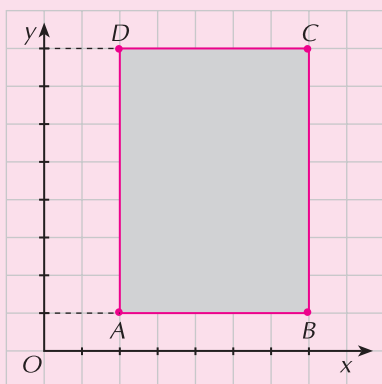
● **27** In un quadrilatero di perimetro pari a 50 dm due lati misurano 17 dm e 8 dm. Calcola la misura degli altri due lati sapendo che sono uno $\frac{2}{3}$ dell'altro. [10 dm, 15 dm]

- **28** In un triangolo di perimetro 108 cm, il secondo lato è $\frac{3}{4}$ del primo ed il terzo $\frac{5}{3}$ del secondo. Calcola la misura dei tre lati. [36 cm, 27 cm, 45 cm]

Calcola i perimetri dei quadrilateri ottenuti unendo i seguenti punti.

29 *Esercizio Suelto*

$A(2; 1); B(7; 1); C(7; 8); D(2; 8)$.



Essendo i lati AB e CD paralleli all'asse x , calcoliamo la loro lunghezza eseguendo la differenza delle ascisse degli estremi:

$$\overline{AB} = x_B - x_A = 7 - 2 = 5$$

$$\overline{CD} = x_C - x_D = 7 - 2 = 5$$

Essendo i lati AD e BC paralleli all'asse y , calcoliamo la loro lunghezza eseguendo la differenza delle ordinate degli estremi:

$$\overline{AD} = y_D - y_A = 8 - 1 = 7$$

$$\overline{BC} = y_C - y_B = 8 - 1 = 7$$

$$\text{Da cui } 2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 5 + 7 + 5 + 7 = 24.$$

30 $A(0; 3); B(9; 3); C(9; 6); D(0; 6)$.

[24]

31 $A(3; 2); B(5; 2); C(5; 8); D(3; 8)$.

[16]

32 $A(1; 3); B(1; 6); C(8; 3); D(8; 6)$.

[20]

33 $A(1; 1); B(6; 1); C(6; 3); D(8; 3); E(8; 5); F(1; 5)$.

[22]

34 $O(0; 0); A(6; 0); B(6; 10); C(0; 10)$.

[32]

35 $A(2; 2); B(10; 2); C(10; 13); D(7; 13); E(7; 9); F(2; 9)$.

[38]

LE PROPRIETÀ DEI POLIGONI

richiami della teoria

- La misura di ogni lato di un poligono deve essere sempre minore della somma di tutti gli altri;
- la **somma di un angolo** interno e del suo corrispondente **angolo esterno** misura 180° ;
- la **somma degli angoli interni** di un triangolo è 180° ;
- la **somma degli angoli interni** di un poligono è uguale a tanti angoli piatti quanti sono i lati meno due;
- per calcolare il **numero dei lati di un poligono** conoscendo la somma degli angoli interni, devi dividere tale somma per 180° ed aggiungere al risultato 2;
- la **somma degli angoli esterni** di un poligono è sempre uguale a 360° .

COMPRESIONE DELLA TEORIA

- 36** Quali delle seguenti terne di angoli possono essere gli angoli interni di un triangolo?
- a. $30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$; b. $60^\circ, 80^\circ, 40^\circ$;
 c. $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$; d. $30^\circ, 60^\circ, 60^\circ$.
- 37** Quali delle seguenti quaterne di angoli possono essere gli angoli interni di un quadrilatero?
- a. $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$; b. $50^\circ, 90^\circ, 20^\circ, 50^\circ$;
 c. $20^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 70^\circ$; d. $45^\circ, 45^\circ, 150^\circ, 120^\circ$.

APPLICAZIONE

38 *Esercizio Svolto*

Calcola l'ampiezza dell'angolo esterno di un poligono sapendo che il corrispondente angolo interno è di 50° .

Ricordiamo che la somma di ogni angolo con il suo corrispondente angolo esterno è 180° ; da cui
 Angolo esterno = $180^\circ - \text{angolo interno} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

- 39** Calcola l'ampiezza dell'angolo esterno di un poligono corrispondente ad un angolo interno con ampiezza 80° .

40 *Esercizio Svolto*

Calcola l'ampiezza del terzo angolo di un triangolo sapendo che i primi due misurano rispettivamente 75° e 25° .



Dati	Incognita
$\alpha = 75^\circ$	γ
$\beta = 25^\circ$	
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$	

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (75^\circ + 25^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ.$$

41 Calcola l'ampiezza del quarto angolo di un quadrilatero sapendo che i primi tre misurano rispettivamente 100° , 68° e 75° . [117°]

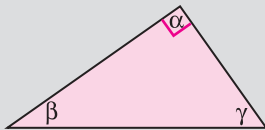
42 In un triangolo un angolo misura 120° ; calcola la misura degli altri due angoli sapendo che sono congruenti. [30°]

43 Un angolo di un quadrilatero misura 50° e altri due misurano rispettivamente la metà e il triplo del primo; calcola l'ampiezza del quarto angolo. [135°]

44 Un angolo di un quadrilatero misura 60° ; calcola l'ampiezza degli altri tre angoli sapendo che il secondo angolo è il doppio del primo, il terzo angolo è la metà del secondo più 40° . [120°; 100°; 80°]

45 *Esercizio Guidato*

In un triangolo un angolo misura 90° e gli altri due differiscono di 20° . Calcola l'ampiezza degli angoli del triangolo.



Dati	Incognite
$\alpha = 90^\circ$	β
$\gamma - \beta = 20^\circ$	γ
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$	

Conoscendo la somma di tutti gli angoli e l'ampiezza di α è possibile determinare la somma di β e
 $\beta + \gamma = 180^\circ - \dots = 180^\circ - 90^\circ = \dots^\circ$

Degli angoli β e γ ora sono note e differenza, quindi

$$2 \cdot \beta = (\beta + \gamma) \dots (\gamma - \dots) = 90^\circ - \dots = 70^\circ$$

$$\beta = 70^\circ : \dots = \dots$$

$$\gamma = 35^\circ + \dots = 55^\circ$$

46 Calcola l'ampiezza degli angoli di un triangolo sapendo che uno misura 60° e gli altri due sono uno il doppio dell'altro. [60°, 40°, 80°]

47 Calcola l'ampiezza degli angoli di un triangolo sapendo che uno misura 80° e gli altri sono uno $\frac{1}{4}$ dell'altro. [80°, 20°, 80°]

48 In un quadrilatero gli angoli sono a due a due congruenti e le loro misure sono una il triplo dell'altra. [45°, 45°, 135°, 135°]

● **49** In un triangolo due angoli misurano rispettivamente il doppio ed il triplo del primo; calcola la misura della loro ampiezza. [30°, 60°, 90°]

● **50** Calcola l'ampiezza degli angoli di un quadrilatero sapendo che uno misura 100° e gli altri due misurano rispettivamente 20° in più e 40° in meno del primo. [100°, 120°, 60°, 80°]

● **51** Un angolo di un triangolo misura 72° , calcola la misura degli altri due sapendo che sono uno $\frac{3}{5}$ dell'altro. [40° 30'; 67° 30']

● **52** In un quadrilatero due angoli sono l'uno il triplo dell'altro e gli altri due sono uno $\frac{1}{7}$ dell'altro. Calcola l'ampiezza di tutti gli angoli sapendo che la somma dei primi due angoli misura 180° . [45°, 135°, 22° 30'; 157° 30']

- **53** In un quadrilatero le ampiezze di tre angoli sono tali che due sono rispettivamente $\frac{3}{2}$ e $\frac{5}{2}$ del terzo. Calcola l'ampiezza di questi tre angoli sapendo che il quarto angolo misura 80° . [84°, 140°, 56°]

54 *Esercizio Guidato*

Calcola la misura di un angolo di un ottagono regolare.

Ricordiamo che la somma degli angoli interni di un poligono è data dalla formula $S_i = \dots^\circ \cdot (\dots - 2)$ dove con n si indica il numero dei del poligono.

Nel nostro caso allora $S_i = \dots \cdot (\dots - 2) = 180^\circ \cdot \dots = \dots$

Quindi $\alpha = \dots : \dots = 135^\circ$.

- **55** Calcola la misura di un angolo interno di un pentagono regolare. [108°]
- **56** Calcola la misura di un angolo interno di un esagono regolare. [120°]
- **57** Calcola la misura di un angolo di un decagono regolare. [144°]
- **58** La somma degli angoli interni di un poligono regolare è 1080° . Di che poligono si tratta? [ottagono]
- **59** Calcola il numero dei lati di un poligono regolare sapendo che la somma dell'ampiezza dei suoi angoli interni è 4320° . [26]