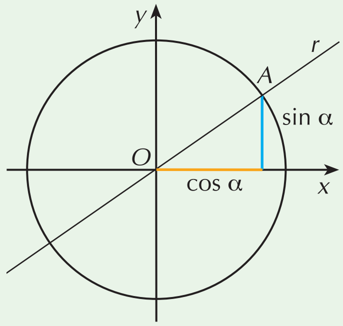
Approfondimento

La tangente e il coefficiente angolare di una retta

Il coefficiente angolare m di una retta è un indicatore della sua pendenza ed è quindi legato all'angolo α che essa forma con la direzione positiva dell'asse x. Una retta che passa per l'origine interserca la circonferenza goniometrica in un punto P le cui coordinate sono, rispettivamente, il coseno e il seno dell'angolo α:



$P(\cos\alpha, \sin\alpha)$

Il coefficiente angolare m, visto che la retta passa per l'origine, è il rapporto $\frac{y_0}{x_0}$ tra le coordinate di uno qualunque dei punti della retta, dunque:

$$m = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \text{cioè} \qquad \boxed{m = \tan\alpha}$$

Poiché tutte le rette tra loro parallele hanno lo stesso coefficiente angolare, questa relazione è valida per qualsiasi retta che non sia parallela all'asse y; sappiamo infatti che per queste rette non è definito il coefficiente angolare. A conferma di ciò sappiamo che $\tan\frac{\pi}{2}$ non esiste.

Primo esempio: la retta di equazione $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ ha coefficiente angolare $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$; poiché $\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ se $\alpha = 30°$, la retta ha questa inclinazione rispetto all'asse positivo delle ascisse.

Secondo esempio: la retta che passa per il punto $A(2, -1)$ ed ha una pendenza di 45° ha coefficiente angolare $m = \tan 45° = 1$; essa ha quindi equazione $y + 1 = 1 \cdot (x - 2)$ cioè $y = x - 3$.

Esercizi

1 In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, scrivi l'equazione della retta che forma con la direzione positiva dell'asse x un angolo di 45° e che passa per $P(-1, 0)$. $[y = x + 1]$

2 Determina l'ampiezza dell'angolo che la retta di equazione $y = \sqrt{3}x + 5$ forma col verso positivo dell'asse x. $[60°]$

3 Una retta forma un angolo di 30° con la direzione positiva dell'asse delle ascisse; scrivi l'equazione della retta ad essa parallela che passa per il punto $\left(2, -\frac{3}{4}\right)$. $[4\sqrt{3}x - 12y - 8\sqrt{3} - 9 = 0]$

4 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto $P(2, 1)$ ed è parallela alla retta passante per l'origine degli assi, inclinata di 45° rispetto alla direzione positiva dell'asse delle ascisse. $[y = x - 1]$

5 Calcola il seno dell'angolo che la retta di equazione $y - 3x - 1 = 0$ forma con il semiasse positivo delle ascisse. $\left[\frac{3\sqrt{10}}{10}\right]$

6 Calcola il coseno dell'angolo che la retta di equazione $\sqrt{3}y + 2x - 4 = 0$ forma con il semiasse positivo delle ascisse.

$\left[-\sqrt{\frac{3}{7}}\right]$

7 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto di incontro delle rette di equazione $-3x - y + 2 = 0$ e $6x - y - 16 = 0$ e che forma un angolo di $30°$ con la direzione positiva dell'asse delle ascisse.

$\left[x - \sqrt{3}y - 4\sqrt{3} - 2 = 0\right]$

8 Determina l'angolo che una qualunque delle rette del fascio delle perpendicolari alla retta di equazione $y + \sqrt{3}x + 2 = 0$ forma con il semiasse positivo delle ascisse. [$30°$]

9 Considera il punto medio M del segmento AB, di estremi $A(0, 6)$ e $B(6, 0)$; per esso traccia la retta r inclinata di $60°$ rispetto alla direzione positiva del semiasse delle ascisse. Indica con C il punto in cui r interseca la retta di equazione $2\sqrt{3}x + 2y - 6 = 0$, da esso traccia una retta s che passa anche per $D\left(\frac{9}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$. Che relazione c'è fra la retta s e la retta AB? [sono parallele]