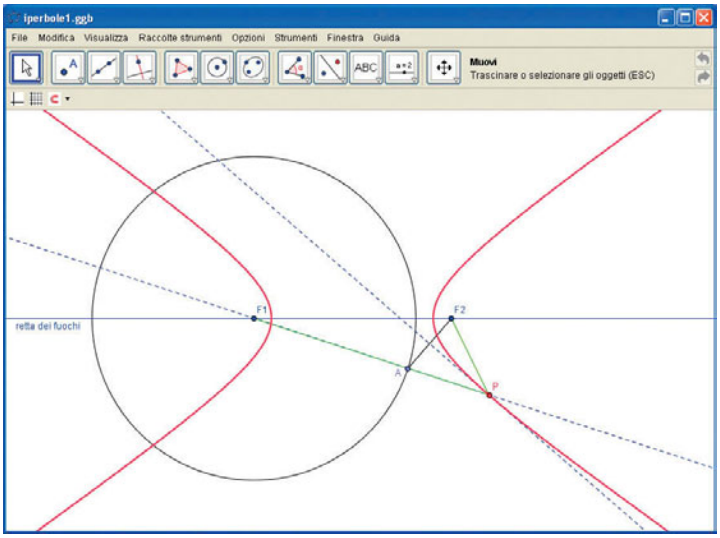
Matematica in laboratorio

1. La costruzione dell'iperbole con GeoGebra

Vogliamo costruire l'iperbole in base alla sua definizione come luogo di punti, noto il valore della costante $2a$. La costruzione è simile a quella che abbiamo fatto per l'ellisse; seguiamo la procedura.

- Disegniamo una retta e prendiamo su di essa due punti F_1 e F_2 che costituiscono i fuochi dell'iperbole.
- Per definire la costante $2a$ che rappresenta la differenza $|PF_1 - PF_2|$, costruiamo una circonferenza avente centro in F_1 e un raggio minore della distanza focale; tale raggio rappresenta il valore di $2a$.
- Preso un punto A sulla circonferenza, tracciamo la retta AF_1.
- Con lo strumento *4-Asse di un segmento* tracciamo l'asse di AF_2 e individuiamo il punto P di intersezione di tale asse con AF_1

I punti che appartengono all'asse di un segmento hanno la caratteristica di essere equidistanti dagli estremi del segmento; nel nostro caso abbiamo che $PA \cong PF_2$.
Abbiamo quindi trovato un punto P per il quale $|PF_1 - PF_2| = 2a$; tutti punti P che si possono individuare con questa costruzione appartegono quindi all'iperbole. Per individuarli apriamo il menu contestuale relativo al punto P (tasto destro del mouse) e attiviamo lo strumento *Traccia attiva*.
Facendo variare il punto A sulla circonferenza il punto P descrive l'iperbole.
La curva può anche essere tracciata in modo permanente con lo strumento *4-Luogo*: basta indicare come primo oggetto il punto P e come secondo oggetto il punto A.



2. L'equazione dell'iperbole con Wiris

Possiamo determinare l'equazione di un'iperbole se conosciamo i semiassi reale e immaginario; il comando è:

iperbole (semiasse_reale,semiasse_immaginario,punto(a,b))

dove il parametro *punto*(a, b) rappresenta il centro dell'iperbole.

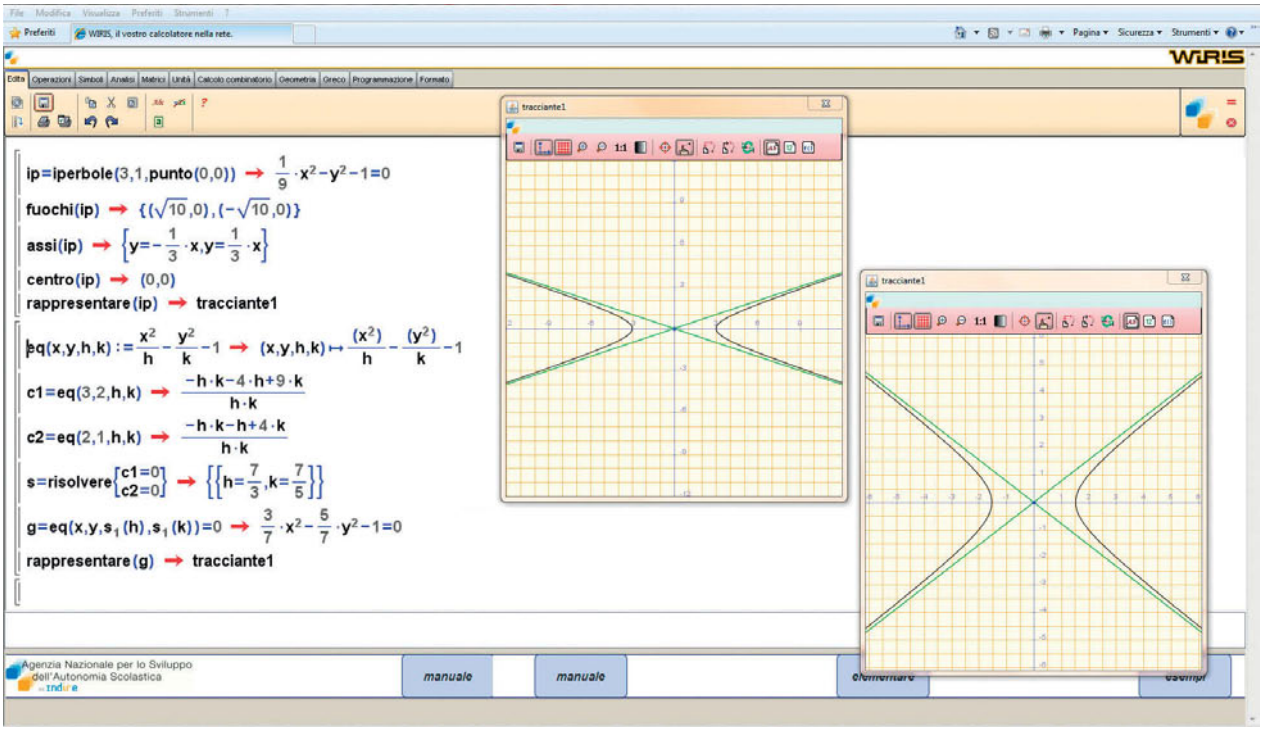
Trovata o assegnata l'equazione di un'iperbole, è possibile invece individuare le sue caratteristiche fondamentali con una serie di comandi:

fuochi (iperbole)	restituisce le coordinate dei fuochi
centro (iperbole)	restituisce le coordinate del centro
assi (iperbole)	restituisce le equazioni degli asintoti

Nel primo blocco di istruzioni della figura che segue puoi vedere un esempio di applicazione di questi comandi e il grafico della corrispondente iperbole (il primo a sinistra).

Nel secondo blocco abbiamo costruito l'equazione dell'iperbole che passa per i punti di coordinate (3, 2) e (2, 1).

© Istituto Italiano Edizioni Atlas



Commentiamo le singole istruzioni.

$$eq(x,y,h,k) := \frac{x^2}{h} - \frac{y^2}{k} - 1$$

Con questa dichiarazione abbiamo assegnato alla variabile *eq* l'equazione generale dell'iperbole nella quale abbiamo indicato per comodità con h e k le costanti a^2 e b^2.

$$c1 = eq\ (3,2,h,k)$$
$$c2 = eq\ (2,1,h,k)$$

Abbiamo in pratica sostiuito le coordinate dei punti nell'equazione generale dell'iperbole.

$$s = risolvere \begin{Bmatrix} c1 = 0 \\ c2 = 0 \end{Bmatrix}$$

Abbiamo risolto il sistema delle due equazioni c1 e c2.

$$g = eq\ \left(x,y,s_1(h),s_1(k)\right) = 0$$

Abbiamo trovato l'equazione dell'iperbole mettendo al posto di h e k le soluzioni del sistema precedente.

$$rappresentare\ (g)$$

Abbiamo costruito il grafico dell'iperbole evidenziando il centro e gli asintoti (il grafico sulla destra).

© ISTITUTO ITALIANO EDIZIONI ATLAS