

LA CIRCONFERENZA E IL CERCHIO

PREREQUISITI

- conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- conoscere gli enti fondamentali della geometria e le loro proprietà
- possedere il concetto di parallelismo e perpendicolarità

CONOSCENZE

1. la definizione di circonferenza e cerchio
2. le parti e le proprietà di circonferenza e cerchio
3. le posizioni reciproche fra retta e circonferenza e di due circonferenze
4. gli angoli al centro ed alla circonferenza e le loro proprietà

ABILITÀ

- A. operare con gli elementi di una circonferenza
- B. tracciare rette (e circonferenze) tangenti e secanti una circonferenza
- C. applicare i teoremi della retta tangente ad una circonferenza
- D. applicare i teoremi relativi agli angoli al centro ed alla circonferenza

PER RICORDARE

Le caratteristiche della circonferenza e del cerchio:

1. la **circonferenza** è l'insieme di tutti e soli i punti di un piano equidistanti da un punto fisso detto centro;
2. il **raggio** è la distanza dal centro ad un punto qualunque della circonferenza;
3. il **cerchio** è la parte di piano delimitata da una circonferenza;
4. la **corda** è un segmento avente gli estremi sulla circonferenza;
5. il **diametro** è una corda passante per il centro ed è il doppio del raggio;
6. l'**arco** è una parte di circonferenza delimitata da due punti presi su di essa;
7. in una stessa circonferenza ad **archi congruenti** corrispondono **corde congruenti** e **viceversa**;
8. il **settore circolare** è ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da due suoi raggi;
9. il **segmento circolare ad una base** è ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda;
10. il **segmento circolare a due basi** è la parte di cerchio compresa fra due corde parallele;
11. per **tre punti non allineati** passa **una** sola circonferenza;
12. per **un punto** passano **infinite** circonferenze;
13. per **due punti distinti** passano **infinite** circonferenze.

Circonferenze e rette nel piano:

14. una **retta esterna** ad una circonferenza non ha con essa **alcun punto** in comune;
15. una **retta tangente** ad una circonferenza ha con essa **un solo punto** in comune;
16. una **retta secante** una circonferenza ha con essa **due punti** in comune;
17. due **circonferenze** sono **esterne** l'una all'altra se la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei loro raggi;
18. due **circonferenze** sono **tangenti esternamente** se la distanza dei loro centri è congruente alla somma dei loro raggi;

19. due **circonferenze** sono **secanti** se la distanza dei loro centri è minore della somma dei loro raggi e maggiore della loro differenza;
20. due **circonferenze** sono **tangenti internamente** se la distanza dei loro centri è congruente alla differenza dei loro raggi;
21. due **circonferenze** sono una **interna** all'altra se la distanza dei loro centri è minore della differenza dei loro raggi;
22. due **circonferenze concentriche** hanno lo stesso centro;
23. la **corona circolare** è la parte di piano delimitata da due circonferenze concentriche di raggi disuguali;
24. la **tangente** ad una circonferenza è sempre **perpendicolare al raggio** nel punto di tangenza;
25. i segmenti che uniscono un punto esterno ad una circonferenza con la circonferenza stessa sono tra loro congruenti;
26. la retta che congiunge un punto esterno ad una circonferenza con il centro della circonferenza è la **bisettrice** dell'angolo formato dalle tangenti condotte dal punto alla circonferenza.

Angoli al centro e alla circonferenza:

27. l'**angolo al centro di una circonferenza** è ogni angolo avente il vertice nel suo centro;
28. in una circonferenza ad **angoli al centro congruenti** corrispondono **archi congruenti** e viceversa;
29. l'**angolo alla circonferenza** è un angolo con il vertice su di essa e i lati secanti (o tangenti) la circonferenza;
30. ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde un solo arco sul quale insiste; viceversa ad ogni arco corrispondono infiniti angoli alla circonferenza;
31. ogni angolo alla circonferenza è **metà** del corrispondente angolo al centro;
32. in ogni triangolo rettangolo la **mediana relativa all'ipotenusa** è congruente alla **metà** dell'**ipotenusa** stessa.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1 Completa la seguente definizione:
la circonferenza è l'insieme di tutti e soli i punti del piano da un punto fisso detto
Tale distanza è detta

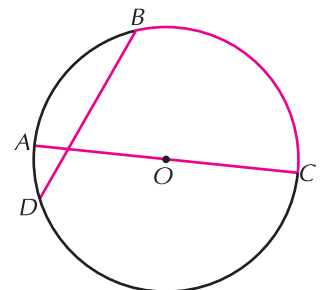
- 2 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

- a. i punti interni di una circonferenza hanno distanza dal centro minore del raggio;
- b. il cerchio è la parte di piano costituita da una circonferenza e dai punti interni ad essa;
- c. si chiama settore circolare ciascuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una corda;
- d. si chiama segmento circolare a due basi la parte di cerchio compresa fra due raggi.



- 3 Aiutandoti con la figura a lato completa le seguenti affermazioni:

- a. BC si dice
- b. BD si dice
- c. AC si dice
- d. OC si dice



- 4 Completa le seguenti affermazioni:

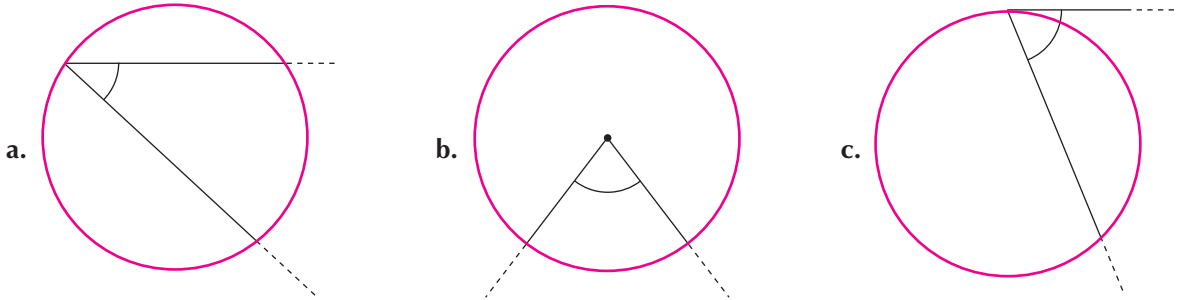
- a. per tre punti non allineati passa circonferenza;
- b. per un punto passano circonferenze;
- c. per due punti distinti passano circonferenze.

- 5 Completa la seguente proprietà:

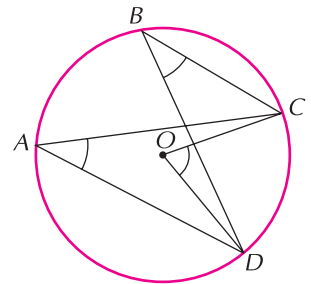
la perpendicolare condotta dal centro di una circonferenza ad una corda la divide in

- 6** Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:
- a. una retta si dice esterna ad una circonferenza se non ha con essa alcun punto in comune; V F
 - b. una retta si dice tangente ad una circonferenza se ha in comune con essa due punti; V F
 - c. due circonferenze si dicono tangenti esternamente se la distanza dei loro centri è congruente alla somma dei raggi; V F
 - d. due circonferenze si dicono secanti se la distanza dei loro centri è maggiore della somma dei loro raggi; V F
 - e. due circonferenze si dicono concentriche se non hanno lo stesso centro. V F

7 Riconosci nelle seguenti figure quando si tratta di angoli al centro o alla circonferenza:



- 8** Aiutandoti con la figura a lato e sapendo che l'angolo \widehat{DAC} misura 35° , rispondi alle seguenti domande:
- a. quanto misura l'angolo \widehat{DBC} ?
 - b. quanto misura l'angolo \widehat{DOC} ?



- 9** Completa le seguenti affermazioni:
- a. ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde arco;
 - b. ad ogni arco corrispondono angoli alla circonferenza.
- 10** Completa le seguenti affermazioni:
- a. se due angoli alla circonferenza sono complementari i loro corrispondenti angoli al centro sono
 - b. in una circonferenza ad angoli al centro congruenti corrispondono archi e viceversa.

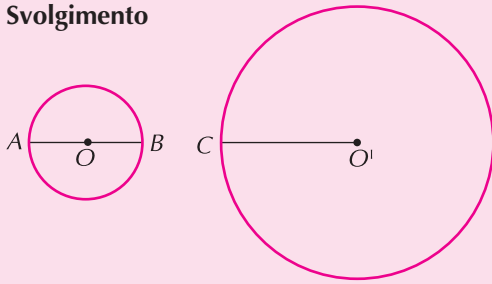
ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

- 1** Calcola la misura del diametro di una circonferenza avente il raggio lungo 12 cm. (Suggerimento: la misura del diametro è il doppio della misura del raggio, quindi)
- 2** Calcola la misura del diametro di una circonferenza avente il raggio lungo 0,25 m.
- 3** Calcola la misura del raggio di una circonferenza avente il diametro lungo 23 dm.

4 *Esercizio Svolto*

Raggio e diametro di una circonferenza

Calcola la misura del raggio di una circonferenza sapendo che è il triplo di quello di un'altra circonferenza con il diametro lungo 58 cm.

Svolgimento

Dati	Incognita
$CO' = 3 \cdot AO$	$\overline{CO'}$
$\overline{AB} = 58 \text{ cm}$	

$$\overline{AO} = \overline{AB} : 2 = (58 : 2) \text{ cm} = 29 \text{ cm}$$

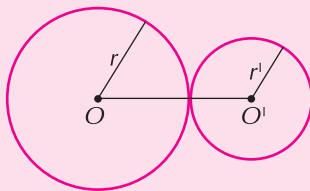
$$\overline{CO'} = 3 \cdot \overline{AO} = (3 \cdot 29) \text{ cm} = 87 \text{ cm}$$

5 Calcola la misura del raggio di una circonferenza sapendo che è la metà di quello di un'altra circonferenza con il diametro lungo 9 m.

6 Calcola la misura del diametro di una circonferenza sapendo che è il doppio di quello di un'altra circonferenza con il raggio lungo 12,2 cm.

7 *Esercizio Svolto***La posizione reciproca di due circonferenze**

Due circonferenze aventi i raggi che misurano rispettivamente 12 cm e 8 cm sono tali che i loro centri distano 20 cm. Qual è la loro posizione reciproca?

Svolgimento

Dati	Incognita
$r = 12 \text{ cm}$	posizione circonferenze
$r' = 8 \text{ cm}$	
$\overline{OO'} = 20 \text{ cm}$	

Essendo $OO' = r + r'$ (infatti $20 = 12 + 8$) le due circonferenze sono tangenti esternamente.

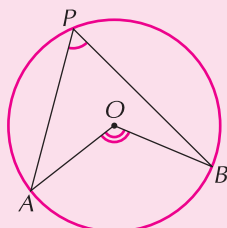
8 Due circonferenze aventi i raggi lunghi rispettivamente 6 cm e 4 cm sono tali che i loro centri distano 28 cm. Qual è la loro posizione reciproca?

9 Due circonferenze aventi i raggi lunghi rispettivamente 9 cm e 15 cm sono tali che i loro centri distano 6 cm. Qual è la loro posizione reciproca?

10 Due circonferenze aventi i diametri lunghi rispettivamente 22 cm e 38 cm sono tali che i loro centri distano 25 cm. Qual è la loro posizione reciproca?

11 *Esercizio Svolto***L'angolo al centro e i corrispondenti angoli alla circonferenza**

Un angolo alla circonferenza è ampio la sesta parte di un angolo giro. Calcola la misura dell'angolo al centro corrispondente.

Svolgimento

Dato	Incognita
$\widehat{APB} = 360^\circ : 6$	\widehat{AOB}

$$\widehat{APB} = 360^\circ : 6 = 60^\circ$$

$$\widehat{AOB} = 2 \cdot \widehat{APB} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

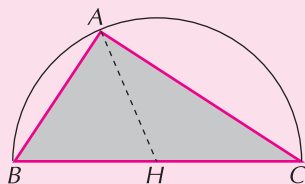
- 12** Un angolo alla circonferenza è ampio la quinta parte di un angolo piatto. Calcola la misura dell'angolo al centro corrispondente.
- 13** Un angolo al centro è ampio la metà di un angolo piatto. Calcola la misura di un angolo alla circonferenza corrispondente.

14 *Esercizio Svolto*

La mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo

In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 63 dm e 84 dm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 52,5 dm. Calcola il perimetro del triangolo.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 63$ dm	$2p_{(ABC)}$
$\overline{AC} = 84$ dm	
$\overline{AH} = 52,5$ dm	

Poiché in ogni triangolo rettangolo la mediana, relativa all'ipotenusa, è la metà dell'ipotenusa stessa:

$$\overline{BC} = 2 \cdot \overline{AH} = (2 \cdot 52,5) \text{ dm} = 105 \text{ dm}$$

$$2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = (63 + 84 + 105) \text{ dm} = 252 \text{ dm}$$

- 15** In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 30 cm e 72 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 39 cm. Calcola il perimetro del triangolo.
- 16** In un triangolo rettangolo un cateto misura 120 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 68 cm. Calcola la misura dell'altro cateto sapendo che il perimetro è 320 cm.

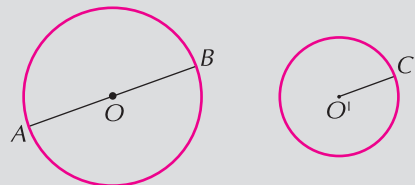
ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO **

1 *Esercizio Guidato*

La relazione esistente tra le misure del raggio e del diametro

Una circonferenza ha la misura del diametro di 48 cm. Calcola la misura del raggio di un'altra circonferenza sapendo che il suo raggio è $\frac{2}{3}$ di quello del raggio della prima.

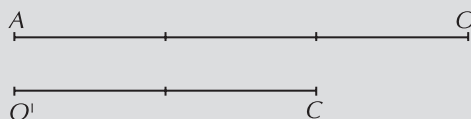
Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 48$ cm	$\overline{O'C}$
$O'C = \frac{2}{3} \cdot AO$	

Calcoliamo il raggio della prima circonferenza: $\overline{AO} = \overline{AB} : 2 = 48 : 2 = 24$ cm

Rappresentiamo il rapporto esistente tra i due raggi:



$$\overline{O'C} = (\overline{AO} : 3) \cdot 2 = (24 : 3) \cdot 2 = 16 \text{ cm}$$

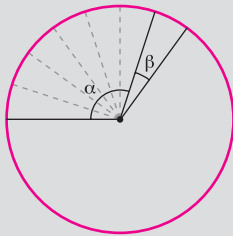
- 2 Una circonferenza ha la misura del diametro di 64 cm. Calcola la misura del raggio di un'altra circonferenza sapendo che il suo raggio è $\frac{5}{4}$ del raggio della prima.
- 3 Una circonferenza ha la misura del raggio di 33 cm. Calcola la misura del raggio di un'altra circonferenza sapendo che il suo diametro è $\frac{7}{11}$ di quello della prima.

4 *Esercizio Guidato*

L'ampiezza di due settori circolari

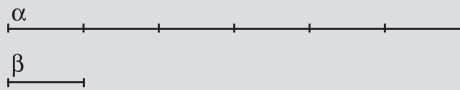
Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che l'ampiezza di uno è $\frac{1}{6}$ di quella dell'altro e che la loro somma è 126° .

Svolgimento



Dati	Incognite
$\beta = \frac{1}{6} \cdot \alpha$	α
$\alpha + \beta = \dots\dots$	β

Rappresentiamo con dei segmenti il rapporto esistente tra le ampiezze dei due settori:



$$\beta = 126^\circ : \dots\dots = 18^\circ$$

$$\alpha = \dots\dots \cdot \dots\dots = \dots\dots$$

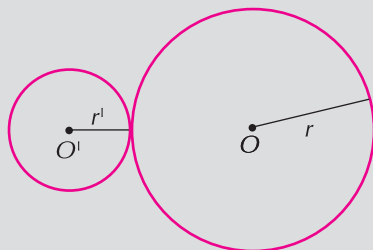
- 5 Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che l'ampiezza di uno è tripla di quella dell'altro e che la loro somma è 304° .

6 *Esercizio Guidato*

Posizione reciproca di due circonferenze

Due circonferenze tangenti esternamente hanno le misure dei raggi l'una il doppio dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 63 dm.

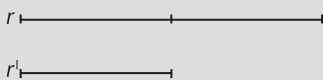
Svolgimento



Dati	Incognite
$r = 2 \cdot r'$	r
$\overline{OO'} = \dots\dots$	r'

Osserviamo che le due circonferenze sono tangenti esternamente pertanto la distanza tra i due centri è congruente alla

Rappresentiamo con dei segmenti il rapporto esistente tra le misure dei raggi:



$$r' = \overline{OO'} : \dots\dots = \dots\dots : \dots\dots = 21 \text{ dm}$$

$$r = r' \cdot \dots\dots = \dots\dots \cdot \dots\dots = \dots\dots$$

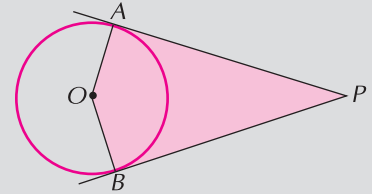
- 7 Due circonferenze tangenti esternamente hanno le misure dei raggi l'una la terza parte dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 132 cm.

8 Due circonferenze tangenti internamente hanno le misure dei raggi l'una il triplo dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 128 dm.

9 *Esercizio Guidato*

Le proprietà delle tangenti ad una circonferenza

Calcola il perimetro del quadrilatero $PAOB$ rappresentato nella figura a lato, sapendo che il diametro della circonferenza misura 210 cm e il segmento di tangenza misura 128 cm.



Svolgimento

Dati	Incognita
$d = \dots\dots\dots$ $\overline{AP} = 128 \text{ cm}$	$2p_{(PAOB)}$

I segmenti OA e OB sono due $\dots\dots\dots$, da cui $\overline{OA} = \overline{OB} = d : \dots = (\dots : \dots) \text{ cm} = 105 \text{ cm}$

I segmenti di tangente PA e PB sono $\dots\dots\dots$, quindi $\overline{PA} = \overline{PB} = \dots\dots\dots$

$2p_{(PAOB)} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AP} + \overline{PB} = \dots + \dots + \dots + \dots \text{ cm} = 466 \text{ cm}$

10 Utilizzando la stessa figura dell'esercizio precedente calcola il perimetro del quadrilatero $PAOB$, sapendo che il diametro della circonferenza misura 99 cm e il segmento di tangenza misura 68 cm.

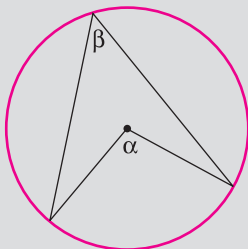
11 Utilizzando la figura dell'esercizio guidato precedente calcola l'ampiezza dell'angolo al centro \widehat{AOB} sapendo che $\widehat{APO} = 50^\circ$.

12 *Esercizio Guidato*

L'angolo al centro e i corrispondenti angoli alla circonferenza

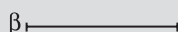
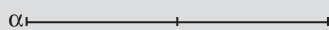
La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di 153° . Calcola le misure di ciascun angolo.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\alpha + \beta = \dots\dots\dots$	α
$\alpha = \dots \beta$	β

Rappresentiamo con due segmenti il rapporto esistente tra le ampiezze dei due angoli:



Per calcolare l'ampiezza dell'angolo alla circonferenza dobbiamo dividere la misura della somma per $\dots\dots$

$\beta = 153^\circ : \dots = \dots\dots\dots$

$\alpha = 2 \cdot \beta = \dots \cdot \dots = \dots\dots\dots$

13 La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di 186° . Calcola le misure di ciascun angolo.

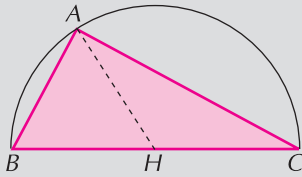
- 14** La differenza delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di 92° . Calcola le misure di ciascun angolo.

15 *Esercizio Guidato*

La mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo

In un triangolo rettangolo la somma e la differenza delle misure dei due cateti sono rispettivamente 34 cm e 14 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 13 cm. Calcola le misure dei cateti e il perimetro del triangolo.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\overline{AB} + \overline{AC} = \dots\dots\dots$	\overline{AB}
$\overline{AC} - \overline{AB} = \dots\dots\dots$	\overline{AC}
$\overline{AH} = \dots\dots\dots$	$2p_{(ABC)}$

Ricordiamo che dalla differenza tra la somma e la differenza di due misure si ottiene il doppio della misura minore, da cui:

$$\overline{AB} = [(\overline{AB} + \overline{AC}) - (\overline{AC} - \overline{AB})] : 2 = [(\dots - \dots) : 2] \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = (\dots\dots + \dots\dots) \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

Ricordando invece la relazione tra ipotenusa e mediana, ricaviamo:

$$\overline{BC} = \overline{AH} \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots \text{ cm} = 26 \text{ cm}$$

$$2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = 60 \text{ cm}$$

- 16** In un triangolo rettangolo la somma e la differenza delle misure dei due cateti sono rispettivamente 92 cm e 28 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 34 cm. Calcola le misure dei cateti e il perimetro del triangolo.

- 17** In un triangolo rettangolo le misure dei due cateti sono l'una tripla dell'altra, la loro somma è 85 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 33,6 cm. Calcola le misure dei cateti e il perimetro del triangolo.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO ***

- 1** Calcola l'ampiezza di due settori circolari sapendo che l'ampiezza di uno è $\frac{5}{7}$ di quella dell'altro e che la loro differenza è 47° .
- 2** Da un punto P esterno ad una circonferenza si traccino le due rette tangenti alla stessa. Determina il raggio della circonferenza sapendo che P dista 18 cm dal centro O e che gli angoli che PO forma con i raggi tracciati nei punti di tangenza misurano 60° .
- 3** Due circonferenze tangenti esternamente hanno le misure dei raggi l'una $\frac{4}{7}$ dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 594 cm.
- 4** Due circonferenze tangenti internamente hanno le misure dei raggi l'una $\frac{3}{8}$ dell'altra. Determina le loro lunghezze sapendo che i due centri distano 205 dm.
- 5** La somma delle misure di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è di 151° . Calcola l'ampiezza di ciascun angolo.

- 6** In un triangolo rettangolo le misure dei due cateti sono l'una $\frac{3}{4}$ dell'altra, la loro somma è 56 cm e la mediana relativa all'ipotenusa è lunga 20 cm. Calcola le misure dei cateti e il perimetro del triangolo.

SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

1. equidistanti; centro; raggio.
2. a. V; b. V; c. F; d. F.
3. a. arco; b. corda; c. diametro; d. raggio.
4. a. una sola; b. infinite; c. infinite.
5. due parti congruenti.
6. a. V; b. F; c. V; d. F; e. F.
7. a. angolo alla circonferenza; b. angolo al centro; c. angolo alla circonferenza.
8. a. 35° ; b. 70° .
9. a. un solo; b. infiniti.
10. a. supplementari; b. congruenti.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

1. 24 cm.
2. 0,5 m.
3. 11,5 dm.
5. 2,25 m.
6. 48,8 cm.
8. esterne.
9. tangenti internamente.
10. secanti.
12. 72° .
13. 45° .
15. 180 cm.
16. 64 cm.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

1. $\overline{AO} = \overline{AB} : 2 = 48 : 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$; $\overline{O'C} = (\overline{AO} : 3) \cdot 2 = (24 : 3) \cdot 2 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$.
2. 40 cm.
3. 21 cm.
4. $\alpha + \beta = 126^\circ$; $\beta = 126^\circ : 7 = 18^\circ$; $\alpha = 18^\circ \cdot 6 = 108^\circ$.
5. 76° ; 228° .
6. $\overline{OO'} = 63 \text{ dm}$; somma dei due raggi; $r' = \overline{OO'} : 3 = 63 : 3 \text{ dm} = 21 \text{ dm}$;
 $r = r' \cdot 2 = 21 \cdot 2 \text{ dm} = 42 \text{ dm}$.
7. 33 cm; 99 cm.
8. 64 dm; 192 dm.
9. $d = 210 \text{ cm}$; raggi; $\overline{OA} = \overline{OB} = d : 2 = 210 : 2 \text{ cm} = 105 \text{ cm}$; congruenti; $\overline{PA} = \overline{PB} = 128 \text{ cm}$;
 $2p_{(PAOB)} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AP} + \overline{PB} = (105 + 105 + 128 + 128) \text{ cm} = 466 \text{ cm}$.
10. 334 cm.
11. 130° .
12. $\alpha + \beta = 153^\circ$; $\alpha = 2 \cdot \beta$; 3 ; $\beta = 153^\circ : 3 = 51^\circ$; $\alpha = 2 \cdot \beta = 51^\circ \cdot 2 = 102^\circ$.
13. 62° ; 124° .
14. 92° ; 184° .
15. $\overline{AB} + \overline{AC} = 34 \text{ cm}$; $\overline{AC} - \overline{AB} = 14 \text{ cm}$; $\overline{AH} = 13 \text{ cm}$;
 $\overline{AB} = [(\overline{AB} + \overline{AC}) - (\overline{AC} - \overline{AB})] : 2 = [(34 - 14) : 2] \text{ cm} = 20 : 2 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$;
 $\overline{AC} = \overline{AB} + 14 \text{ cm} = (10 + 14) \text{ cm} = 24 \text{ cm}$; $\overline{BC} = \overline{AH} \cdot 2 = 13 \cdot 2 \text{ cm} = 26 \text{ cm}$;
 $2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = (10 + 24 + 26) \text{ cm} = 60 \text{ cm}$.
16. 32 cm; 60 cm; 160 cm.
17. 21,25 cm; 63,75 cm; 152,2 cm.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

1. $117^\circ 30'$; $164^\circ 30'$.
2. 9 cm.
3. 216 cm; 378 cm.
4. 123 dm; 328 dm.
5. $50^\circ 20'$; $100^\circ 40'$.
6. 24 cm; 32 cm; 96 cm.