

IL TEOREMA DI PITAGORA

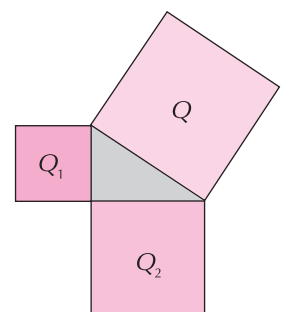
L'ENUNCIATO DEL TEOREMA DI PITAGORA

richiami della teoria

■ **Teorema di Pitagora:** in un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti; formule: $i = \sqrt{c^2 + C^2}$; $C = \sqrt{i^2 - c^2}$; $c = \sqrt{i^2 - C^2}$.

COMPRESIONE DELLA TEORIA

- 1 Indica quale delle seguenti affermazioni è quella corretta. Il teorema di Pitagora mette in relazione i lati:
 - a. di tutti i triangoli;
 - b. dei triangoli equilateri;
 - c. dei triangoli rettangoli;
 - d. dei triangoli isosceli.
- 2 Completa le seguenti uguaglianze relative al teorema di Pitagora (i , c , C rappresentano rispettivamente l'ipotenusa, il cateto minore e il cateto maggiore).
 - a. $i = \dots\dots\dots$;
 - b. $C = \dots\dots\dots$;
 - c. $c = \dots\dots\dots$
- 3 Data la figura a lato, una sola delle seguenti uguaglianze è errata, individua e correggila:
 - a. $Q = Q_1 + Q_2$;
 - b. $Q_2 = Q_1 - Q$;
 - c. $Q_1 = Q - Q_2$.



APPLICAZIONE

- 4 Completa la seguente tabella relativa ad un triangolo rettangolo.

cateto minore (in cm)	cateto maggiore (in cm)	ipotenusa (in cm)
9	12	
	52	65
87		145
111	148	

5 Date le misure dei due cateti di un triangolo rettangolo, calcola la misura dell'ipotenusa:

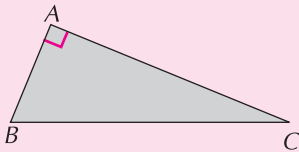
- a. $c = 21$ cm; $C = 28$ cm; $i = \dots\dots\dots$
 b. $c = 13$ cm; $C = 84$ cm; $i = \dots\dots\dots$
 c. $c = 99$ cm; $C = 132$ cm; $i = \dots\dots\dots$
 d. $c = 21$ cm; $C = 220$ cm; $i = \dots\dots\dots$

6 Date le misure dell'ipotenusa e di uno dei due cateti di un triangolo rettangolo, calcola la misura dell'altro cateto:

- a. $c = 18$ cm; $i = 30$ cm; $C = \dots\dots\dots$
 b. $C = 60$ cm; $i = 61$ cm; $c = \dots\dots\dots$
 c. $c = 57$ cm; $i = 95$ cm; $C = \dots\dots\dots$
 d. $C = 264$ cm; $i = 265$ cm; $c = \dots\dots\dots$

7 *Esercizio Suelto*

Calcola l'area e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che i due cateti misurano rispettivamente 42 cm e 56 cm.



Dati	Incognite
$\overline{AB} = 42$ cm	$A_{(ABC)}$
$\overline{AC} = 56$ cm	$2p_{(ABC)}$

Calcoliamo la misura dell'ipotenusa applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{42^2 + 56^2} \text{ cm} = \sqrt{1764 + 3136} \text{ cm} = \sqrt{4900} \text{ cm} = 70 \text{ cm.}$$

$$\text{Calcoliamo l'area: } A_{(ABC)} = \overline{AB} \cdot \overline{AC} : 2 = (42 \cdot 56 : 2) \text{ cm}^2 = 1176 \text{ cm}^2$$

$$\text{Determiniamo il perimetro: } 2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = (42 + 70 + 56) \text{ cm} = 168 \text{ cm.}$$

8 In un triangolo rettangolo il cateto maggiore misura 72 cm ed è $\frac{4}{3}$ del minore. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [216 cm; 1944 cm²]

9 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 12,5 cm ed è di 5 cm più lunga del cateto minore. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [30 cm; 37,5 cm²]

10 In un triangolo rettangolo avente l'area di 294 cm² il cateto minore misura 21 cm. Calcola il perimetro del triangolo. [84 cm]

11 La somma del cateto minore e dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 128 cm e la loro differenza 98 cm. Calcola l'area e il perimetro del triangolo. [840 cm²; 240 cm]

12 La somma dei due cateti di un triangolo rettangolo misura 294 cm e la loro differenza 42 cm. Calcola il perimetro, l'area e la lunghezza dell'altezza relativa all'ipotenusa. [504 cm; 10584 cm²; 100,8 cm]

13 In un triangolo rettangolo i due cateti sono uno $\frac{4}{3}$ dell'altro. Calcola il perimetro e la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa sapendo che l'area del triangolo è 8664 cm². [456 cm; 91,2 cm]

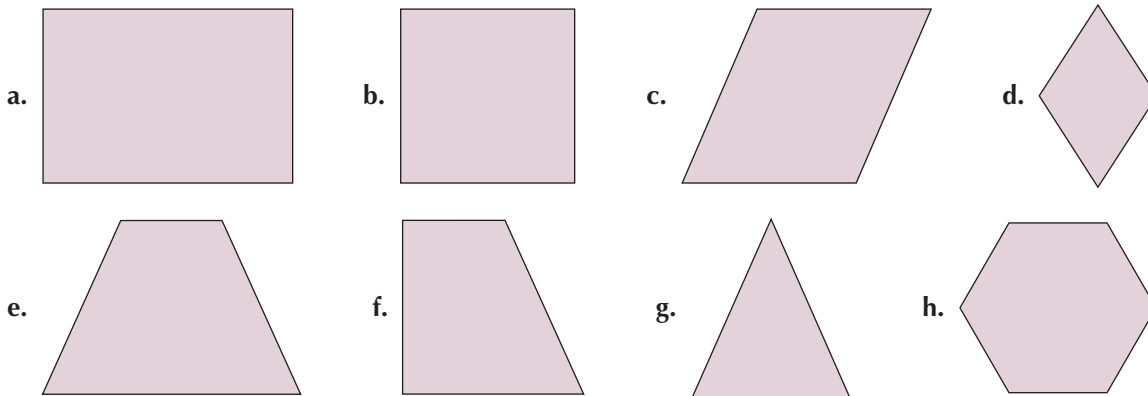
IL TEOREMA DI PITAGORA NEI POLIGONI

richiami della teoria

- Un **quadrato** è diviso da una diagonale in due triangoli rettangoli isosceli congruenti;
- un **triangolo isoscele** è diviso dall'altezza relativa alla base in due triangoli rettangoli congruenti;
- un **triangolo equilatero** è diviso dall'altezza relativa ad uno qualunque dei suoi lati in due triangoli rettangoli congruenti;
- un **rettangolo** è diviso dalla diagonale in due triangoli rettangoli congruenti;
- un **rombo** è diviso dalle due diagonali in quattro triangoli rettangoli congruenti;
- un **parallelogrammo** è diviso dall'altezza relativa ad un lato in un triangolo rettangolo e in un trapezio rettangolo;
- un **trapezio isoscele** è diviso dalle due altezze in un rettangolo e in due triangoli rettangoli congruenti;
- un **trapezio rettangolo** è diviso dall'altezza in un rettangolo e in un triangolo rettangolo;
- i **poligoni regolari** vengono divisi in tanti triangoli isosceli congruenti quanti sono i lati del poligono.

COMPRESIONE DELLA TEORIA

- 14** Nelle seguenti figure metti in evidenza i triangoli rettangoli che si ottengono tracciando in modo opportuno altezze, diagonali, ecc.

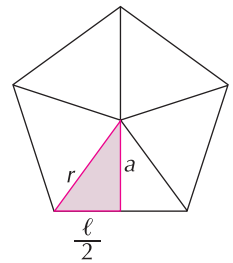


- 15** Completa le seguenti regole:

- a. la misura dell'altezza di un triangolo equilatero si ottiene moltiplicando la della misura del suo lato per la di 3; in simboli: $h = \dots\dots\dots$;
- b. la misura del lato di un triangolo equilatero si ottiene dividendo il della misura per la di 3; in simboli: $l = \dots\dots\dots$;
- c. la misura della diagonale di un quadrato è uguale al della misura del suo lato per la di 2; in simboli: $d = \dots\dots\dots$;
- d. la misura del lato di un quadrato si ottiene la misura della sua diagonale per la di 2; in simboli: $l = \dots\dots\dots$;
- e. i poligoni regolari vengono scomposti in tanti triangoli congruenti quanti sono i Ogni triangolo può a sua volta essere suddiviso in due

16 Applica il teorema di Pitagora al pentagono regolare della figura a lato e completa le seguenti formule:

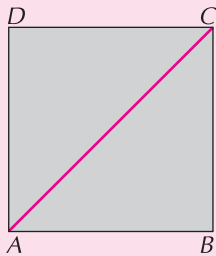
- a. $r = \dots\dots\dots$;
 b. $a = \dots\dots\dots$;
 c. $\frac{\ell}{2} = \dots\dots\dots$



APPLICAZIONE

17 *Esercizio Svolto*

Calcola la misura della diagonale di un quadrato sapendo che l'area è 576 cm^2 .



Dato	Incognita
$A_{(ABCD)} = 576 \text{ cm}^2$	\overline{AC}

Calcoliamo la misura del lato del quadrato:

$$\overline{AB} = \sqrt{A} = \sqrt{576} \text{ cm} = 24 \text{ cm.}$$

Applichiamo la formula per calcolare la lunghezza della diagonale del quadrato:

$$d = \overline{AB} \cdot \sqrt{2} = (24 \cdot \sqrt{2}) \text{ cm} = (24 \cdot 1,414) \text{ cm} = 33,936 \text{ cm.}$$

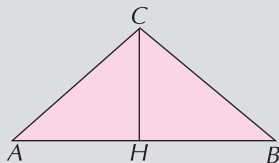
18 Calcola il perimetro di un quadrato sapendo che la diagonale misura $35,35 \text{ cm}$. [100 cm]

19 In un quadrato l'area è 1024 cm^2 . Calcola la misura della diagonale. [45,248 cm]

20 Calcola l'area di un quadrato sapendo che la diagonale è lunga $42,42 \text{ cm}$. [900 cm²]

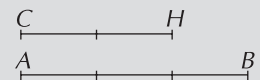
21 *Esercizio Guidato*

In un triangolo isoscele la somma delle lunghezze della base e dell'altezza ad essa relativa misurano 540 cm e l'altezza è $\frac{2}{3}$ della base. Calcola il perimetro del triangolo.



Dati	Incognita
$\overline{AB} + \overline{CH} = 540 \text{ cm}$	$2p_{(ABC)}$
$CH = \frac{2}{3} \cdot AB$	

Rappresentiamo con un disegno il dato relativo al rapporto fra altezza e base:



Le parti uguali che compongono la base più l'altezza sono 5, pertanto:

$$(\dots : 5) \text{ cm} = \dots \text{ cm} \text{ (segmento unitario)}$$

$$\overline{CH} = (\dots \cdot 2) \text{ cm} = \dots \text{ cm};$$

$$\overline{AB} = (\dots \cdot 3) \text{ cm} = 324 \text{ cm.}$$

$$\text{Determiniamo la misura della metà della base: } \overline{AH} = \dots : 2 = (\dots : 2) \text{ cm} = 162 \text{ cm.}$$

Per calcolare la misura del lato obliquo AC applichiamo il teorema di Pitagora nel triangolo

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HC}^2} = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\dots + \dots} \text{ cm} = \sqrt{72900} \text{ cm} = 270 \text{ cm}.$$

Calcoliamo il perimetro: $2p_{(ABC)} = \dots + \dots + \dots = (\dots + 270 + \dots) \text{ cm} = 864 \text{ cm}.$

22 Un triangolo isoscele ha la base e uno dei due lati obliqui che misurano rispettivamente 21 cm e 17,5 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [56 cm; 147 cm²]

23 In un triangolo isoscele la base e l'altezza misurano rispettivamente 138 cm e 92 cm. Calcola il perimetro del triangolo. [368 cm]

24 In un triangolo isoscele l'area è di 14 700 cm². Calcola il perimetro del triangolo sapendo che la base è $\frac{8}{3}$ dell'altezza. [630 cm]

25 Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo isoscele avente un cateto lungo 40 cm. [136,56 cm]

26 Un triangolo equilatero ha l'altezza lunga 17,32 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [60 cm; 173,2 cm²]

27 Un triangolo isoscele ha l'area di 2352 cm² e la base lunga 84 cm. Calcola:
 a. il perimetro del triangolo; [224 cm]
 b. l'area di un quadrato avente il lato congruente a $\frac{3}{8}$ del perimetro del triangolo; [7056 cm]
 c. l'area di un rettangolo avente il perimetro doppio di quello del quadrato e altezza lunga 128 cm. [26624 cm²]

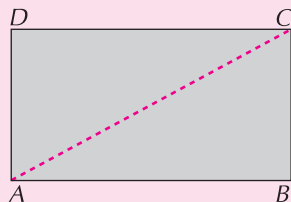
28 In un triangolo ABC gli angoli adiacenti alla base AB sono ampi rispettivamente 45° e 60°. Calcola il perimetro e l'area del triangolo sapendo che l'altezza relativa alla base AB misura 50 cm. [207,31 cm; 1971,75 cm²]

29 Calcola il perimetro del triangolo ottusangolo ABC sapendo che l'altezza CH relativa alla base AB e la base stessa misurano rispettivamente 86,6 cm e 150 cm e l'angolo \widehat{BAC} è ampio 120°. [467,94 cm]

30 Un pentagono è formato da un quadrato e da un triangolo isoscele avente la base coincidente con un lato del quadrato. Sapendo che l'area del quadrato è 225 cm² e che uno dei due lati congruenti del triangolo isoscele misura 12,5 cm, calcola l'area e il perimetro del pentagono. [300 cm²; 70 cm]

31 *Esercizio Svolto*

Calcola l'area di un rettangolo sapendo che la base e la diagonale misurano rispettivamente 124 cm e 155 cm.



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 124 \text{ cm}$	$A_{(ABCD)}$
$\overline{AC} = 155 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura dell'altezza del rettangolo applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{155^2 - 124^2} \text{ cm} = \sqrt{24025 - 15376} \text{ cm} = \sqrt{8649} \text{ cm} = 93 \text{ cm}.$$

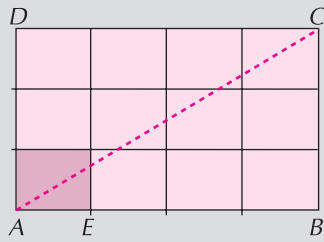
Determiniamo l'area del rettangolo: $A_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = (124 \cdot 93) \text{ cm}^2 = 11532 \text{ cm}^2.$

32 Calcola il perimetro l'area di un rettangolo sapendo che la diagonale e l'altezza misurano rispettivamente 205 cm e 123 cm. [574 cm; 20172 cm²]

33 Calcola la misura della diagonale e l'area di un rettangolo avente il perimetro di 140 cm ed una dimensione $\frac{3}{4}$ dell'altra. [50 cm; 1200 cm²]

34 *Esercizio Guidato*

In un rettangolo l'area è 300 cm² e la base è $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Calcola il perimetro e la misura della diagonale del rettangolo.



Dati	Incognite
$A_{(ABCD)} = 300 \text{ cm}^2$	$2P_{(ABCD)}$
$AB = \frac{4}{3} \cdot AD$	\overline{AC}

Determiniamo il numero di quadratini che compongono la figura: $4 \cdot 3 = 12$

Determiniamo l'area di ciascun quadratino in colore: $A_{(ABCD)} : n^\circ \text{ quadratini} = 300 : 12 = 25 \text{ cm}^2$

Determiniamo la misura del lato di ogni quadratino: $\overline{AE} = \sqrt{A_{(\text{quadrato})}} = \sqrt{25} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

Determiniamo la lunghezza della base del rettangolo: $\overline{AB} = (5 \cdot 4) \text{ cm} = 20 \text{ cm}$

Determiniamo la lunghezza dell'altezza del rettangolo: $\overline{AD} = (5 \cdot 3) \text{ cm} = 15 \text{ cm}$

Determiniamo il perimetro del rettangolo:

$$2P_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) = (20 + 15 + 20 + 15) \text{ cm} = 70 \text{ cm}.$$

Calcoliamo la misura della diagonale applicando il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo ABC:

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} \text{ cm} = \sqrt{400 + 225} \text{ cm} = \sqrt{625} \text{ cm} = 25 \text{ cm}.$$

35 L'area di un rettangolo 4200 cm². Calcola il perimetro e la misura della diagonale sapendo che la base è $\frac{7}{24}$ dell'altezza. [310 cm; 125 cm]

36 Un quadrato ha l'area di 2756,25 cm². Calcola la misura della diagonale di un rettangolo isoperimetrico al quadrato sapendo che le sue dimensioni sono una $\frac{3}{4}$ dell'altra. [75 cm]

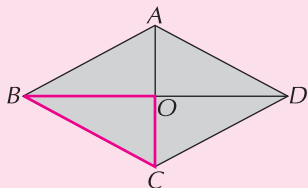
37 Il perimetro di un rettangolo è 518 cm e le sue dimensioni sono una $\frac{4}{3}$ dell'altra. Calcola:
 a. la misura della diagonale del rettangolo; [185 cm]
 b. il perimetro di un quadrato equivalente a $\frac{4}{3}$ del rettangolo. [592 cm]

38 In un rettangolo ABCD la somma e la differenza delle due dimensioni misura rispettivamente 230 cm e 70 cm. Si prenda sul lato maggiore CD un segmento DE pari a $\frac{2}{5}$ di CD. Dopo aver unito il punto E con gli estremi della diagonale AC, calcola l'area e il perimetro dei triangoli AED, ACE e ABC. [2400 cm², 240 cm; 3600 cm², 360 cm; 6000 cm², 400 cm]

39 In un rettangolo la somma e la differenza delle misure della diagonale AC e della base maggiore AB sono rispettivamente 108 cm e 12 cm. Dopo aver condotto dal punto D la perpendicolare DE alla diagonale AC e dal punto E la perpendicolare EH al lato DC, calcola il perimetro e l'area del triangolo DEH. [69,12 cm; 199,06 cm²]

40 *Esercizio Svolto*

Calcola il perimetro di un rombo sapendo che le due diagonali misurano rispettivamente 102 cm e 136 cm.



Dati	Incognita
$\overline{AC} = 102 \text{ cm}$	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{BD} = 136 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura delle semidiagonali del rombo: $\overline{CO} = \overline{AC} : 2 = (102 : 2) \text{ cm} = 51 \text{ cm}$;
 $\overline{BO} = \overline{BD} : 2 = (136 : 2) \text{ cm} = 68 \text{ cm}$

Applichiamo il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo BCO:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CO}^2 + \overline{BO}^2} = \sqrt{51^2 + 68^2} \text{ cm} = \sqrt{2601 + 4624} \text{ cm} = \sqrt{7225} \text{ cm} = 85 \text{ cm}$$

quindi: $2p_{(ABCD)} = 4 \cdot \overline{BC} = (4 \cdot 85) \text{ cm} = 340 \text{ cm}$.

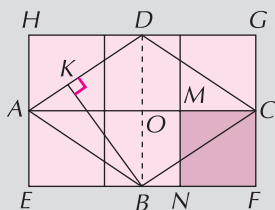
41 Calcola il perimetro di un rombo sapendo che le due diagonali sono lunghe rispettivamente 198 cm e 264 cm. [660 cm²]

42 La diagonale maggiore di un rombo è lunga 400 cm ed è $\frac{40}{9}$ della minore. Calcola l'area e il perimetro del rombo. [18000 cm²; 820 cm]

43 Un rombo è isoperimetrico ad un quadrato avente l'area di 3906,25 cm². Calcola l'area del rombo e la misura della sua altezza sapendo che la diagonale minore è lunga 75 cm. [3750 cm²; 60 cm]

44 *Esercizio Guidato*

In un rombo l'area è 972 cm² e le due diagonali sono una $\frac{3}{2}$ dell'altra. Calcola il perimetro e la misura dell'altezza del rombo.



Dati	Incognite
$A_{(ABCD)} = 972 \text{ cm}^2$	$2p_{(ABCD)}$
$AC = \frac{3}{2} \cdot DB$	\overline{BK}

Raddoppiamo l'area del rombo ottenendo così il rettangolo EFGH in cui le dimensioni sono una $\frac{3}{2}$ dell'altra e la cui area è data da:

$$A_{(EFGH)} = A_{(ABCD)} \cdot 2 = (\dots \cdot 2) \text{ cm}^2 = 1944 \text{ cm}^2.$$

Questo rettangolo è formato da $3 \cdot 2 = 6$ quadratini congruenti.

Calcoliamo l'area di uno dei quadratini: $A_{(CMNF)} = A_{(EFGH)} : 6 = (\dots : 6) \text{ cm}^2 = 324 \text{ cm}^2$

Determiniamo la misura del lato del quadrato: $\overline{CF} = \sqrt{A_{(CMNF)}} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 18 \text{ cm}$

Calcoliamo la misura di EF che corrisponde alla diagonale: $\overline{EF} = (3 \cdot \dots) \text{ cm} = 54 \text{ cm}$

Calcoliamo la misura di EH che corrisponde alla diagonale: $\overline{EH} = (2 \cdot \dots) \text{ cm} = 36 \text{ cm}$

Applichiamo il teorema di Pitagora per calcolare la misura del lato del rombo:

$$\overline{AB} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \sqrt{18^2 + \dots^2} \text{ cm} = \sqrt{\dots + 729} \text{ cm} = \sqrt{1053} \text{ cm} = 32,45 \text{ cm}$$

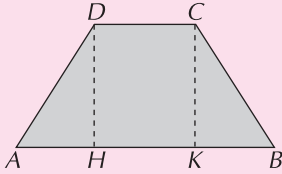
Determiniamo il perimetro: $2p_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot \dots = 129,8 \text{ cm}$

Determiniamo la misura dell'altezza: $\overline{BK} = A_{(ABCD)} : \overline{AD} = (972 : 32,45) \text{ cm} = 29,95 \text{ cm}$.

- 45** In un rombo una diagonale è $\frac{4}{3}$ dell'altra e la loro differenza è 112 cm. Calcola l'area di un quadrato isoperimetrico al rombo. [78400 cm²]
- 46** L'area di un rombo è 384 cm². Calcola la misura della diagonale minore e il perimetro sapendo che la diagonale maggiore è lunga 32 cm. [24 cm; 80 cm]
- 47** Il perimetro di un rombo è 100 cm e il suo lato è congruente alla diagonale minore. Calcola la misura della diagonale maggiore e l'area del rombo. [43,3 cm 541,25 cm²]
- 48** In un rombo la somma e la differenza delle due diagonali misurano rispettivamente 18,6 cm e 10,2 cm. Calcola l'area di un quadrato avente il perimetro doppio rispetto a quello del rombo. [225 cm²]
- 49** L'ipotenusa e il cateto maggiore di un triangolo rettangolo sono congruenti rispettivamente alla diagonale maggiore di un rombo e al lato di un quadrato avente l'area di 92,16 cm². Calcola l'area del triangolo e la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa sapendo che il perimetro del rombo è 26 cm e la diagonale minore misura 7,8 cm. [19,2 cm²; 3,69 cm]
- 50** In un rombo la somma delle due diagonali è lunga 552 cm ed una è $\frac{8}{15}$ dell'altra. Calcola la misura del raggio del cerchio inscritto nel rombo e il perimetro di un quadrato equivalente ai $\frac{3}{5}$ del rombo. [84,7 cm; 576 cm]

51 *Esercizio Svolto*

In un trapezio isoscele l'altezza e la semidifferenza delle due basi misurano rispettivamente 148 cm e 111 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore è lunga 160 cm.



Dati	Incognite
$\overline{DH} = \overline{CK} = 148$ cm	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{AH} = \overline{KB} = 111$ cm	$A_{(ABCD)}$
$\overline{DC} = 160$ cm	

Calcoliamo la misura del lato obliquo applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{DH}^2} = \sqrt{111^2 + 148^2} \text{ cm} = \sqrt{12321 + 21904} \text{ cm} = \sqrt{34225} \text{ cm} = 185 \text{ cm}$$

Calcoliamo la misura della base maggiore:

$$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HK} + \overline{KB} = (111 + 160 + 111) \text{ cm} = 382 \text{ cm}.$$

Determiniamo il perimetro del trapezio:

$$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{DA} = (382 + 185 + 160 + 185) \text{ cm} = 912 \text{ cm}.$$

Determiniamo l'area del trapezio:

$$A_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \overline{HD} : 2 = [(382 + 160) \cdot 148 : 2] \text{ cm}^2 = 40108 \text{ cm}^2.$$

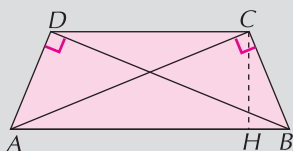
- 52** In un trapezio isoscele il lato obliquo e l'altezza misurano rispettivamente 115 cm e 69 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base maggiore misura 294 cm. [634 cm; 13938 cm²]

- 53** In un trapezio isoscele l'area è 5632 cm², le basi sono una $\frac{17}{5}$ dell'altra e la loro differenza è lunga 96 cm. Calcola il perimetro del trapezio. [336 cm]

- 54** In un trapezio isoscele il lato obliquo misura 200 cm, l'altezza è lunga 160 cm e la base maggiore è $\frac{17}{10}$ del lato obliquo. Calcola il perimetro e l'area del trapezio. [840 cm; 35200 cm²]

55 *Esercizio Guidato*

In un trapezio isoscele le diagonali sono perpendicolari ai lati obliqui e ciascuna di esse è lunga 66 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base maggiore è lunga 82,5 cm.



Dati	Incognite
$AC \perp BC$	$2p_{(ABCD)}$
$BD \perp AD$	$A_{(ABCD)}$
$\overline{AC} = \overline{BD} = 66 \text{ cm}$	
$\overline{AB} = 82,5 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura del lato obliquo del trapezio applicando il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo ABC :

$$\overline{BC} = \sqrt{\dots^2 - \dots^2} = \sqrt{82,5^2 - \dots^2} \text{ cm} = \sqrt{6806,25 - \dots} \text{ cm} = \sqrt{2450,25} \text{ cm} = 49,5 \text{ cm}$$

Calcoliamo l'area del triangolo rettangolo ABC :

$$A_{(ABC)} = \overline{AC} \cdot \dots : \dots = (\dots \cdot 49,5 : 2) \text{ cm}^2 = 1633,5 \text{ cm}^2$$

Determiniamo la misura dell'altezza CH applicando la formula inversa dell'area:

$$\overline{CH} = 2 \cdot A_{(ABC)} : \dots = (2 \cdot \dots : 82,5) \text{ cm} = 39,6 \text{ cm}$$

Determiniamo la misura della semidifferenza delle due basi applicando il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo HBC :

$$\overline{HB} = \sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{49,5^2 - 39,6^2} \text{ cm} = \sqrt{2450,25 - 1568,16} \text{ cm} = \sqrt{882,09} \text{ cm} = 29,7 \text{ cm}$$

Determiniamo la misura della base minore: $\overline{DC} = \overline{AB} - 2 \cdot \dots = (82,5 - 2 \cdot \dots) \text{ cm} = 23,1 \text{ cm}$

e quindi: $2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (82,5 + 49,5 + 23,1 + 49,5) \text{ cm} = 204,6 \text{ cm}$

$$A_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \dots : 2 = [(82,5 + 23,1) \cdot \dots : 2] \text{ cm}^2 = 2090,88 \text{ cm}^2.$$

56 In un trapezio isoscele le diagonali sono perpendicolari ai lati obliqui ognuno dei quali misura 111 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che una delle due diagonali misura 148 cm.

$$[458,8 \text{ cm}; 10513,92 \text{ cm}^2]$$

57 In un trapezio isoscele l'altezza, condotta da un estremo della base minore, è lunga 168 cm e divide la base maggiore in due parti ognuna delle quali misura rispettivamente 126 cm e 180 cm. Calcola l'area, il perimetro del trapezio e le misure delle diagonali.

$$[30240 \text{ cm}^2; 780 \text{ cm}; 246,22 \text{ cm}]$$

58 Nel trapezio isoscele $ABCD$ gli angoli adiacenti alla base maggiore sono ampi 45° . Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore e l'altezza misurano rispettivamente 100 cm e 120 cm.

$$[779,36 \text{ cm}; 26400 \text{ cm}^2]$$

59 Nel trapezio $ABCD$ gli angoli adiacenti alla base maggiore sono ampi rispettivamente 60° e 45° . Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore è lunga 40 cm ed è $\frac{2}{5}$ del lato obliquo adiacente all'angolo di 60° .

$$[439,05 \text{ cm}; 9378,78 \text{ cm}^2]$$

60 La somma e la differenza delle basi del trapezio isoscele $ABCD$ misurano rispettivamente 216 cm e 96 cm e l'area è 6912 cm^2 . Dopo aver unito il punto medio M della base minore CD con gli estremi della base maggiore, calcola:

a. il perimetro del trapezio;

$$[376 \text{ cm}]$$

b. il perimetro del triangolo AMB ;

$$[357,78 \text{ cm}]$$

c. l'area di ciascuno dei triangoli AMD e MCB .

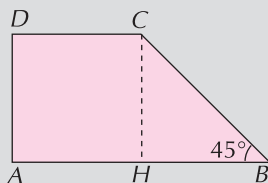
$$[960 \text{ cm}^2]$$

- 61** In un trapezio isoscele le diagonali sono perpendicolari fra loro e si dividono in parti proporzionali a 8 e 15 e ciascuna di esse misura 138 cm. Calcola l'area e il perimetro del trapezio.

[9522 cm²; 399,132 cm]

62 *Esercizio Guidato*

In un trapezio rettangolo l'angolo acuto è ampio 45°. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore e l'altezza misurano rispettivamente 35 cm e 25 cm.



Dati	Incognite
$\widehat{HBC} = 45^\circ$	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{DC} = 35$ cm	$A_{(ABCD)}$
$\overline{CH} = 25$ cm	

Il triangolo HBC è rettangolo e isoscele pertanto $\overline{HB} = \dots = \dots$ cm.

Applichiamo il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo HBC per calcolare BC :

$$\overline{BC} = \dots \cdot \sqrt{2} = (\dots \cdot 1,414) \text{ cm} = 35,35 \text{ cm}$$

Calcoliamo la misura della base maggiore: $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = (35 + 25) \text{ cm} = 60 \text{ cm}$

Determiniamo il perimetro:

$$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (\dots + 35,35 + \dots + \dots) \text{ cm} = 155,35 \text{ cm}$$

Calcoliamo l'area: $A_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot \dots : 2 = [(60 + \dots) \cdot \dots : 2] \text{ cm}^2 = 1187,5 \text{ cm}^2$.

- 63** In un trapezio rettangolo l'angolo acuto è ampio 60°. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore e la base maggiore misurano rispettivamente 50 cm e 70 cm.

[194,64 cm; 2078,4 cm²]

- 64** In un trapezio rettangolo l'area è 198,24 cm e l'altezza misura 8,4 cm. Calcola il perimetro del trapezio sapendo che la differenza delle due basi è lunga 11,2 cm.

[69,6 cm]

- 65** In un trapezio rettangolo la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo e misura 74 cm, mentre il lato obliquo è lungo 55,5 cm. Calcola l'area e il perimetro del trapezio.

[3367,74 cm²; 251,6 cm]

- 66** Un trapezio rettangolo è formato da un rettangolo e da un triangolo rettangolo avente il cateto minore coincidente con il lato minore del rettangolo. Sapendo che le dimensioni del rettangolo misurano rispettivamente 66 cm e 54 cm e che l'ipotenusa del triangolo rettangolo è lunga 90 cm, calcola l'area e il perimetro del trapezio.

[5508 cm²; 348 cm]

- 67** Calcola l'area e il perimetro di un trapezio rettangolo sapendo che la base minore e l'altezza misurano rispettivamente 100 cm e 80 cm e che l'angolo acuto è ampio 30°.

[13542,4 cm²; 578,56 cm]

- 68** In un trapezio rettangolo le due basi sono una $\frac{4}{7}$ dell'altra e la loro somma misura 55 cm. Calcola l'area del trapezio sapendo che il lato obliquo è lungo 25 cm.

[550 cm²]

- 69** In un trapezio rettangolo la base maggiore misura 120 cm ed è $\frac{15}{13}$ della minore. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che l'altezza misura 127,5 cm.

[480 cm; 14280 cm²]

- 70** In un trapezio rettangolo la somma delle misure delle due basi è 293 cm mentre la loro differenza è 87 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che l'altezza è lunga 116 cm.

[554 cm; 16994 cm²]

- 71** In un trapezio rettangolo l'area è 26904 cm^2 , le due basi sono una $\frac{39}{20}$ dell'altra e la loro somma misura 354 cm . Calcola il perimetro del trapezio. [696 cm]
- 72** Nel trapezio rettangolo $ABCD$ la diagonale minore AC è perpendicolare al lato obliquo. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che AC , CB e AB sono proporzionali ai numeri 6, 8 e 10 e la loro somma misura 72 cm . [79,2 cm; 293,76 cm²]
- 73** La base minore di un trapezio rettangolo $ABCD$ è lunga $5,4 \text{ cm}$ e la maggiore è $\frac{16}{9}$ della minore. Dopo aver tracciato il punto medio M dell'altezza AD , unisci M con C e con B . Calcola il perimetro del trapezio $ABCD$ e la distanza MH del punto M col lato BC sapendo che DM è medio proporzionale tra le basi del trapezio. [44,4 cm; 7,2 cm]
- 74** In un trapezio rettangolo le diagonali misurano rispettivamente 51 cm e 30 cm , mentre l'altezza misura 24 cm . Calcola il perimetro del trapezio e la differenza fra l'area del trapezio e l'area del quadrato che ha il perimetro uguale al doppio della somma della base minore con l'altezza del trapezio. [123,12 cm; 315 cm²]
- 75** Nel trapezio rettangolo $ABCD$ la somma delle misure delle due basi è $76,5 \text{ cm}$ e la base minore è $\frac{7}{10}$ della maggiore. Sapendo che il lato obliquo BC è lungo $22,5 \text{ cm}$, calcola l'area del triangolo ottenuto congiungendo il punto medio dell'altezza DA con i punti medi delle due basi. [172,125 cm²]
- 76** Nel trapezio $ABCD$ gli angoli acuti adiacenti alla base maggiore sono ampi rispettivamente 45° e 60° . Il lato obliquo AD è adiacente all'angolo di 60° ed è $\frac{9}{20}$ della base maggiore e la loro somma misura 58 cm . Calcola il perimetro di un rettangolo equivalente al trapezio sapendo che una delle due dimensioni misura un quinto del perimetro del trapezio. [83,42 cm]

IL TEOREMA DI PITAGORA E LA CIRCONFERENZA

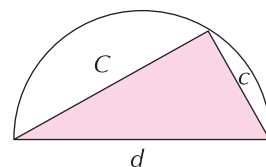
richiami della teoria

- Un **triangolo inscritto in una semicirconferenza** è un triangolo rettangolo in cui il diametro corrisponde all'ipotenusa;
- se in una **circonferenza** tracciamo una corda, il raggio passante per uno degli estremi della corda, la distanza della corda dal centro e metà corda formano un triangolo rettangolo in cui il raggio corrisponde all'ipotenusa;
- il segmento di **tangente** di una delle due tangenti ad una circonferenza da un punto esterno, il raggio passante per il punto di tangenza e la distanza tra il punto esterno e il centro della circonferenza formano un triangolo rettangolo;
- se da un punto esterno di una circonferenza tracciamo il segmento di **tangente** passante per uno degli estremi del diametro, il segmento di **secante** passante per l'altro estremo del diametro e il diametro stesso, si forma un triangolo rettangolo.

COMPRESIONE DELLA TEORIA

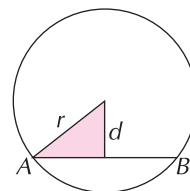
77 Applica il teorema di Pitagora al triangolo inscritto in una semicirconferenza della figura a lato e completa le seguenti formule:

- a. $d = \dots\dots\dots$;
- b. $C = \dots\dots\dots$;
- c. $c = \dots\dots\dots$



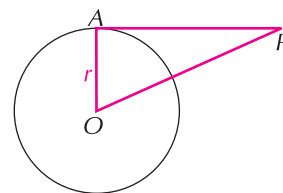
78 Applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo costruito con il raggio, la distanza di una corda dal centro e metà della stessa corda (figura a lato) e completa le seguenti formule:

- a. $r = \dots\dots\dots$;
- b. $d = \dots\dots\dots$;
- c. $\frac{AB}{2} = \dots\dots\dots$



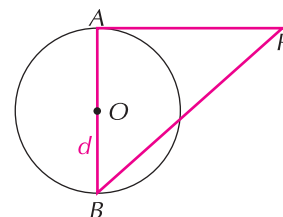
79 Applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo costruito con il segmento di tangente, il raggio e la distanza tra il punto esterno e il centro della circonferenza (figura a lato) e completa le seguenti formule:

- a. $\overline{OP} = \dots\dots\dots$;
- b. $r = \dots\dots\dots$;
- c. $\overline{PA} = \dots\dots\dots$



80 Applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo della figura a lato costruito con il segmento di tangente, il diametro e il segmento di secante passante per l'altro estremo del diametro della circonferenza e completa le seguenti formule:

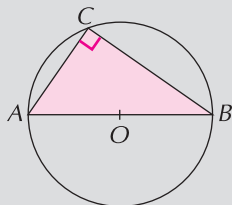
- a. $\overline{PB} = \dots\dots\dots$;
- b. $d = \dots\dots\dots$;
- c. $\overline{PA} = \dots\dots\dots$



APPLICAZIONE

81 *Esercizio Guidato*

In una circonferenza di centro O e raggio lungo 46,25 cm è inscritto un triangolo rettangolo. Calcola il perimetro e l'area del triangolo sapendo che il cateto minore misura 55,5 cm.



Dati	Incognite
$\overline{AO} = 46,25$ cm	$2p_{(ABC)}$
$\overline{AC} = 55,5$ cm	$A_{(ABC)}$

Calcoliamo la misura del diametro:

$$\overline{AB} = \overline{AO} \cdot 2 = (\dots \cdot 2) \text{ cm} = 92,5 \text{ cm}$$

Applichiamo il teorema di Pitagora per determinare la misura del cateto maggiore:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{92,5^2 - \dots^2} \text{ cm} = \sqrt{8556,25 - \dots} \text{ cm} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 74 \text{ cm}$$

Determiniamo il perimetro: $2p_{(ABC)} = \dots + \dots + \dots = (\dots + \dots + \dots) \text{ cm} = 222 \text{ cm}$

Calcoliamo l'area: $A_{(ABC)} = \overline{AC} \cdot \overline{BC} : 2 = (\dots \cdot \dots : 2) \text{ cm}^2 = 2053,5 \text{ cm}^2$.

82 La somma e la differenza dei due cateti di un triangolo inscritto in una semicirconferenza misurano rispettivamente 189 cm e 27 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [324 cm; 4374 cm²]

83 Il segmento di tangente PA condotto da un punto P esterno ad una circonferenza di centro O misura 156 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo PAO sapendo che il diametro è lungo 234 cm. [468 cm; 9126 cm²]

84 Da un punto P esterno ad una circonferenza di centro O sono condotte le tangenti che toccano la circonferenza nei punti A e B . Sapendo che i segmenti di tangente PA e PB misurano ciascuno 356 cm e che il punto P dista dal centro 445 cm, calcola il perimetro e l'area del quadrilatero $PAOB$. [1246 cm; 95052 cm²]

85 In una circonferenza di centro O , la somma e la differenza del segmento di tangente e quello di secante, condotti da un punto esterno P e che toccano gli estremi del diametro AB , è rispettivamente 189 cm e 21 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo PAB . [252 cm; 2646 cm²]

86 In una circonferenza inscritta in un trapezio isoscele il raggio misura 9 cm. Calcola le misure delle due basi, il perimetro e l'area del trapezio sapendo che ciascun lato obliquo è lungo 22,5 cm. [9 cm; 36 cm; 90 cm; 405 cm²]

87 In una circonferenza due corde parallele dalla stessa parte rispetto al diametro distano dal centro rispettivamente 25,5 cm e 34 cm. Sapendo che il raggio del cerchio misura 42,5 cm, calcola il perimetro e l'area del trapezio avente per basi le due corde. [143,04 cm; 505,75 cm²]