

# APPROFONDIMENTO

## Le proprietà delle operazioni fra insiemi

Abbiamo visto che le operazioni di unione e intersezione sono commutative mentre non lo è l'operazione di differenza. Evidenziamo nelle seguenti tabelle le principali proprietà dell'unione e dell'intersezione; esse possono essere facilmente dimostrate con l'aiuto dei diagrammi di Eulero-Venn:

PROPRIETÀ DELL'INTERSEZIONE	
commutativa	$A \cap B = B \cap A$
associativa	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
distributiva rispetto all'unione	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

PROPRIETÀ DELL'UNIONE	
commutativa	$A \cup B = B \cup A$
associativa	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
distributiva rispetto all'intersezione	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

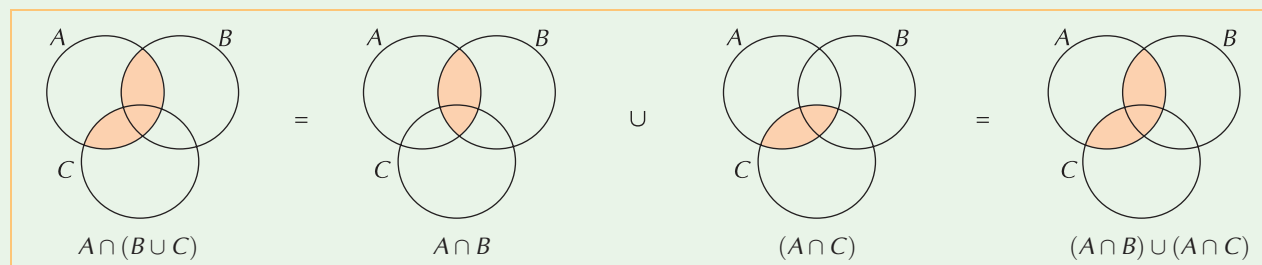
Valgono poi le seguenti **leggi di De Morgan**:

prima legge:	$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
seconda legge:	$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

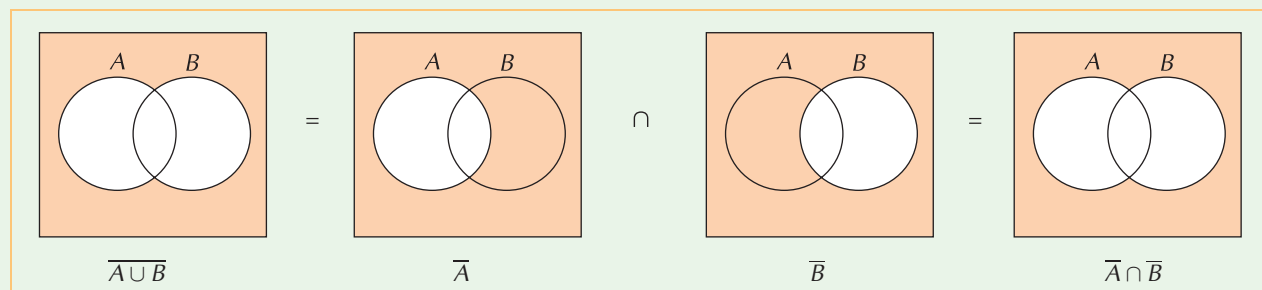
Queste ultime leggi semplificano a volte l'esecuzione di alcune operazioni.

Dimostriamo, a titolo di esempio, la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione e la seconda legge di De Morgan.

■ Proprietà distributiva:



■ Seconda legge di De Morgan:



## ESERCIZI

---

### Comprensione

- 1 Qualunque siano gli insiemi  $A$  e  $B$ , entrambi sottoinsiemi di un insieme universo  $U$ , l'insieme definito dall'operazione  $\overline{A \cup B}$  è uguale all'insieme definito dalla relazione:
- a.  $A \cap B$                       b.  $\overline{A \cup B}$                       c.  $\overline{A \cap B}$                       d.  $A \cup B$
- 2 Qualunque siano gli insiemi  $A$  e  $B$ , entrambi sottoinsiemi di un insieme universo  $U$ , l'insieme definito dall'operazione  $\overline{A \cap B}$  è uguale all'insieme definito dalla relazione:
- a.  $\overline{A \cup B}$                       b.  $\overline{A \cup B}$                       c.  $\overline{A \cap B}$                       d.  $\overline{A \cup B}$

### Applicazione

*Servendoti dei diagrammi di Eulero-Venn verifica le seguenti uguaglianze.*

- 3  $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- 4  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- 5  $\overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$