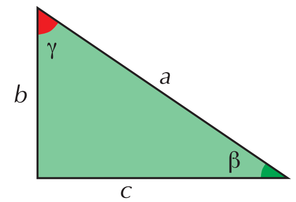
Concetti chiave e regole

I triangoli rettangoli

I triangoli rettangoli godono delle proprietà enunciate dai seguenti teoremi:

- **Primo teorema.** In ogni triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale al prodotto della misura dell'ipotenusa per
  – il seno dell'angolo opposto: $b = a \sin \beta$ $\quad c = a \sin \gamma$
  – il coseno dell'angolo adiacente: $b = a \cos \gamma$ $\quad c = a \cos \beta$
- **Secondo teorema.** In ogni triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale al prodotto della misura dell'altro cateto per
  – la tangente dell'angolo opposto: $b = c \tan \beta$ $\quad c = b \tan \gamma$
  – la cotangente dell'angolo adiacente: $b = c \operatorname{cotan} \gamma$ $\quad c = b \operatorname{cotan} \beta$

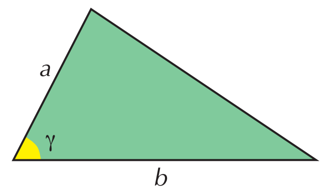


L'area di un triangolo e il teorema della corda

Le conseguenze immediate dei due precedenti teoremi sono le seguenti:

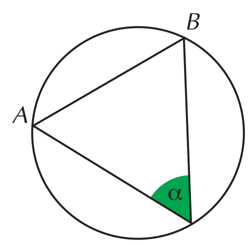
- l'area di un triangolo qualsiasi si può trovare calcolando il semiprodotto della misura di due lati per il seno dell'angolo fra essi compreso:

  $\text{area} = \dfrac{1}{2} ab \sin \gamma$



- la misura di una corda AB di una circonferenza di raggio r è uguale al prodotto del diametro per il seno di uno qualsiasi degli angoli alla circonferenza α che insistono sulla corda:

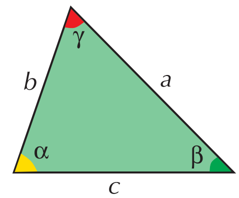
  $\overline{AB} = 2r \sin \alpha$



I triangoli qualunque

Per i triangoli di qualsiasi tipo valgono i seguenti teoremi:

- **Teorema dei seni:** $\dfrac{a}{\sin \alpha} = \dfrac{b}{\sin \beta} = \dfrac{c}{\sin \gamma}$
- **Teorema di Carnot:**
  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$
  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$



Le rotazioni

Per individuare una rotazione è ncessario assegnare il centro C e l'angolo di rotazione α. Fissato un sistema cartesiano di riferimento le equazioni che individuano una rotazione di angolo α, sono:

- centro in O $\quad \begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}$
- centro in $C(p, q)$ $\quad \begin{cases} x' = (x - p)\cos \alpha - (y - q)\sin \alpha + p \\ y' = (x - p)\sin \alpha + (y - q)\cos \alpha + q \end{cases}$