

IL CALCOLO LETTERALE

PREREQUISITI

- conoscere e operare con tutte le operazioni nell'insieme R
- conoscere e utilizzare le proprietà delle operazioni
- conoscere e utilizzare le proprietà delle potenze

CONOSCENZE

1. espressioni letterali e monomi
2. le operazioni con i monomi
3. i polinomi
4. le operazioni con i polinomi
5. i prodotti notevoli

ABILITÀ

- A. operare con le espressioni letterali
- B. riconoscere le caratteristiche dei monomi
- C. operare con i monomi
- D. riconoscere le caratteristiche dei polinomi
- E. operare con i polinomi
- F. riconoscere ed utilizzare i prodotti notevoli

PER RICORDARE

I monomi:

1. un'espressione algebrica letterale è un insieme di numeri, anche rappresentati da lettere, legati uno all'altro da segni di operazione;
2. un **monomio** è un'espressione letterale in cui i numeri e le lettere sono legati tra loro solamente dall'operazione di moltiplicazione;
3. il **segno di un monomio** è determinato dal segno del suo coefficiente; se non figura alcun coefficiente si considera come coefficiente l'**unità**, in particolare: **+1** se il monomio è preceduto dal segno più; **-1** se il monomio è preceduto dal segno meno;
4. il **grado di un monomio rispetto ad una lettera** è l'esponente con cui questa vi figura;
5. il **grado complessivo o totale** di un monomio è dato dalla somma degli esponenti delle varie lettere che in esso figurano;
6. due monomi sono **simili** se hanno la stessa parte letterale;
7. due monomi sono **opposti** se sono simili e hanno coefficienti opposti;
8. due monomi sono **uguali** se sono simili e hanno lo stesso coefficiente.

Le operazioni con i monomi:

9. la **somma algebrica** di due o più **monomi simili** è uguale ad un monomio simile ai monomi dati, avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti;
10. la **somma algebrica** di due o più monomi **non simili tra loro**, non si può effettuare;
11. il **prodotto di due o più monomi** è un monomio avente per **coefficiente** il prodotto dei coefficienti e per **parte letterale** tutte le lettere presenti nei vari monomi, ciascuna scritta una sola volta, con esponente uguale alla somma degli esponenti della stessa lettera;
12. il **quoziente di due monomi**, di cui il secondo non nullo, è un monomio avente per **coefficiente** il quoziente dei coefficienti e per **parte letterale** tutte le lettere presenti nel dividendo, ciascuna scritta una

sola volta, con esponente uguale alla differenza fra gli esponenti della stessa lettera che compaiono nel dividendo e nel divisore;

13. la **potenza di un monomio** è un monomio avente per **coefficiente** il coefficiente elevato all'esponente della potenza e per **parte letterale** tutte le lettere aventi per esponente il prodotto tra i loro esponenti e quello della potenza.

I polinomi:

14. un **polinomio** è la somma algebrica di più monomi non simili tra loro;
15. il **grado complessivo** di un polinomio è il maggiore fra i gradi dei monomi che costituiscono il polinomio stesso;
16. il **grado relativo** di un polinomio rispetto ad una lettera è il massimo esponente con cui quella lettera compare nel polinomio;
17. un **polinomio è ordinato** secondo le potenze decrescenti o crescenti di una lettera, se gli esponenti della lettera stessa si succedono in modo decrescente o crescente;
18. un polinomio è **completo** rispetto a una lettera quando in esso compaiono tutti gli esponenti di quella lettera ordinati dal valore massimo a zero (o viceversa);
19. un **polinomio è omogeneo** se tutti i suoi termini hanno lo stesso grado.

Le operazioni con i polinomi:

20. per **moltiplicare un polinomio per un monomio** basta moltiplicare ciascun termine del polinomio per il monomio ed eseguire la somma algebrica dei prodotti ottenuti;
21. per **moltiplicare due polinomi** si moltiplica ciascun termine del primo polinomio per tutti i termini del secondo e poi si esegue la somma algebrica dei prodotti ottenuti;
22. per **moltiplicare più di due polinomi** si moltiplica, nell'ordine, il primo polinomio per il secondo, il prodotto ottenuto per il terzo polinomio, il prodotto ottenuto per il quarto polinomio e così via fino a moltiplicare l'ultimo polinomio. Dopo ogni prodotto è utile eseguire la somma algebrica dei prodotti ottenuti;
23. per **dividere un polinomio per un monomio**, non nullo, si divide ciascun termine del polinomio per il monomio e poi si esegue la somma algebrica dei quozienti ottenuti.

I prodotti notevoli:

24. il **prodotto della somma di due monomi per la loro differenza** è uguale al quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo monomio;
25. il **quadrato di un binomio** è uguale al quadrato del primo monomio, più il doppio prodotto del primo monomio per il secondo monomio, più il quadrato del secondo monomio;
26. il **cubo di un binomio** è uguale al cubo del primo monomio, più il triplo prodotto del quadrato del primo monomio per il secondo monomio, più il triplo prodotto del primo monomio per il quadrato del secondo monomio, più il cubo del secondo monomio.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1 Completa la seguente definizione:
si dice espressione letterale algebrica un insieme di numeri, rappresentati anche da, legati uno all'altro da
- 2 Si chiama monomio un'espressione letterale in cui i numeri e le lettere sono legati tra loro solamente dalle operazioni di:
a. divisione; b. moltiplicazione; c. sottrazione; d. addizione.

3 Completa le seguenti regole:

- il segno di un monomio è determinato dal
- il grado di un monomio rispetto ad una sua lettera è
- il grado complessivo di un monomio si ottiene sommando

4 Completa le seguenti definizioni:

- due monomi si dicono simili quando
- due monomi si dicono uguali quando
- due monomi si dicono opposti quando

5 La somma algebrica di due o più monomi simili è un monomio simile ai monomi dati:

- avente per coefficiente la differenza dei coefficienti;
- avente per coefficiente il quoziente dei coefficienti;
- avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti.

6 Completa le seguenti regole:

- il prodotto di due o più monomi è un monomio avente:
 - per coefficiente, dei coefficienti;
 - per parte letterale, presenti nei vari monomi, ciascuna e con esponente uguale alla della stessa lettera;
- il quoziente di due monomi, di cui il secondo non nullo, è un monomio avente:
 - per coefficiente,
 - per parte letterale, tutte le lettere presenti nel, ciascuna scritta una sola volta, con esponente uguale fra gli esponenti della stessa lettera che compaiono nel e nel
- la potenza di un monomio è di tanti monomi, tutti al monomio dato, quanti ne indica l'esponente; la potenza di un monomio è dunque un monomio avente:
 - per coefficiente, il coefficiente della potenza;
 - per parte letterale, tutte le lettere aventi per esponente tra i loro esponenti e quello della potenza.

7 Il polinomio è:

- la somma algebrica di più monomi non simili tra loro;
- la somma algebrica di più monomi simili tra loro;
- il prodotto di più monomi non simili tra loro.

8 Il grado complessivo del polinomio $+ \frac{3}{4}a^2b^2c - 5a^3b^2 + \frac{1}{4}a^2b^3c^2$ è:

- cinque;
- sette;
- diciassette.

9 Completa la seguente regola:

si dice grado relativo di un polinomio rispetto ad una lettera il con cui quella lettera compare nel polinomio.

10 Indica quale dei seguenti polinomi è ordinato, quale è completo e quale è omogeneo:

- $+3a^4b + 5a^3bc^2 - \frac{1}{4}a^2b^2c^3 + \frac{3}{2}a + \frac{7}{8}$;
- $-4xy^3 + \frac{5}{2}x^2y^2 - x^3y + \frac{2}{3}y^4$;
- $+3a^5b - 2a^3b^2 - \frac{3}{5}ab^3 + b^6$.

11 Completa le seguenti regole:

- per moltiplicare un polinomio per un monomio si deve moltiplicare ciascun termine del per il ed eseguire la dei prodotti ottenuti;

- b. per moltiplicare due polinomi si ciascun termine per
..... e poi si esegue la dei prodotti ottenuti;
- c. per dividere un polinomio per un monomio, non nullo, si ciascun termine del
per il e poi si esegue dei quozienti ottenuti.

12 Il prodotto della somma di due monomi per la loro differenza è uguale:

- a. al quadrato del primo monomio più il quadrato del secondo monomio;
b. al quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo monomio;
c. al primo monomio meno il secondo monomio.

13 Il quadrato di un binomio è uguale:

- a. al quadrato del primo termine più il doppio prodotto del primo termine per il secondo termine, più il quadrato del secondo termine;
b. al quadrato del primo termine più il prodotto del primo termine per il secondo termine, più il quadrato del secondo termine;
c. al quadrato del primo termine più il quadrato del secondo termine.

14 Qual è il valore di $(x - y)^3$?

- a. $x^3 - 3x^2y - 3xy^2 + y^3$; b. $x^3 - 3x^2y^2 + 3xy^3 - y^3$; c. $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

1 *Esercizio Svolto*

I monomi

Stabilisci le caratteristiche del monomio $-5x^2y$.

Svolgimento

Il monomio $-5x^2y$ si può suddividere nella sua parte numerica (-5) e nella parte letterale (x^2y). In particolare:

- il coefficiente è -5 ;
- il grado complessivo è 3;
- il grado rispetto la lettera x è 2;
- il grado rispetto la lettera y è 1.

2 Stabilisci le caratteristiche del monomio $+\frac{1}{4}x^3y^2z$.

3 *Esercizio Svolto*

Le espressioni letterali

Calcola il valore delle seguenti espressioni letterali sostituendo a ciascuna lettera i valori numerici assegnati.

a. $+2a^2b - 3a + b^3$ per $a = +2$ e $b = -1$;

b. $\frac{+xy - 3x}{x + 2}$ per $x = -2$ e $y = +4$.

Svolgimento

Sostituiamo alle lettere il valore numerico assegnato e poi eseguiamo il calcolo algebrico:

a. $2 \cdot (+2)^2 \cdot (-1) - 3 \cdot (+2) + (-1)^3 = 2 \cdot 4 \cdot (-1) - 3 \cdot 2 + (-1) = -8 - 6 - 1 = -15;$

b. $\frac{-2 \cdot 4 - 3 \cdot (-2)}{-2 + 2} = \frac{-8 + 6}{0} = \frac{-2}{0} = ?$

Poiché il denominatore è 0 la nostra espressione perde significato in quanto, come sappiamo, non è possibile dividere un numero per 0.

4 Calcola il valore delle seguenti espressioni letterali sostituendo a ciascuna lettera i valori numerici assegnati:

a. $+3a - 2ab^3 + a^3$ per $a = 3$ e $b = -2;$

b. $\frac{+2a^2 - b - 3ab}{b - 3}$ per $a = -3$ e $b = 3;$

c. $-3x + 2y - 2z$ per $x = 3;$ $y = 2$ e $z = -15.$

5 *Esercizio Svolto*

La somma algebrica fra monomi

Calcola il valore delle seguenti somme algebriche fra monomi:

a. $-2ab^3; +3ab^3;$ b. $+\frac{1}{2}xy^3z; -\frac{1}{2}xy^3z;$ c. $-4ab^3; +7a^2b^3.$

Svolgimento

a. I due monomi sono simili (hanno infatti la stessa parte letterale); basta pertanto eseguire la somma algebrica fra i coefficienti: $(-2 + 3)ab^3 = +1ab^3;$

b. i monomi sono opposti pertanto la loro somma algebrica è 0;

c. i due monomi non sono simili; pertanto non si può effettuare alcun calcolo.

6 Calcola il valore delle seguenti somme algebriche fra monomi:

a. $-2xy; -3xy;$ b. $+\frac{2}{3}a^2b^3c; -\frac{2}{3}a^3b^2c;$ c. $+\frac{5}{2}x^2y^3; -\frac{6}{7}x^2y^3.$

7 *Esercizio Svolto*

La moltiplicazione di monomi

Esegui le seguenti moltiplicazioni di monomi:

a. $(-4a^2b) \cdot (+2a);$ b. $\left(+\frac{2}{3}x^3yz\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}xy^2\right);$ c. $(-2ab^2) \cdot \left(-\frac{3}{2}a^2c^2\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}ac^2\right).$

Svolgimento

a. $(-4a^2b) \cdot (+2a) = (-4) \cdot (+2) \cdot a^{2+1}b^1 = -8a^3b;$

b. $\left(+\frac{2}{3}x^3yz\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}xy^2\right) = \left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right) x^{3+1}y^{1+2}z^1 = +\frac{2}{5}x^4y^3z;$

c. $(-2ab^2) \cdot \left(-\frac{3}{2}a^2c^2\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}ac^2\right) = +\frac{12}{5}a^4b^2c^4.$

8 Esegui le seguenti moltiplicazioni di monomi:

a. $\left(+\frac{3}{2}ab^3\right) \cdot \left(+\frac{2}{7}ab\right);$ b. $(+3x^2y^2z) \cdot \left(+\frac{1}{4}xy\right);$ c. $\left(-\frac{4}{3}abc^3\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}abc^2\right) \cdot (+4ab^2).$

9 *Esercizio Svolto*

La moltiplicazione

Calcola il valore del prodotto $\left(-\frac{3}{2}xy^2\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}x^2y + \frac{2}{5}x^2y - 2x^2y + x^2y\right)$.

Svolgimento

Determiniamo prima la somma algebrica fra i monomi simili all'interno della parentesi tonda e poi eseguiamo la moltiplicazione:

$$\left(-\frac{3}{2}xy^2\right) \cdot \left[\left(-\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - 2 + 1\right)x^2y\right] = \left(-\frac{3}{2}xy^2\right) \cdot \left(-\frac{14}{15}x^2y\right) = +\frac{7}{5}x^3y^3.$$

10 Calcola il valore del seguente prodotto: $(-2a^3b^2) \cdot \left(+\frac{1}{4}a^2bc - \frac{1}{2}a^2bc + \frac{3}{4}a^2bc - a^2bc\right)$.

11 *Esercizio Svolto*

La divisione fra monomi

Esegui le seguenti divisioni fra monomi:

a. $(+4a^3b^2c) : (-2a^2b)$; b. $\left(-\frac{2}{3}x^5y^3\right) : \left(-\frac{2}{5}x^3y\right)$; c. $\left(+\frac{3}{2}a^3x^3c\right) : (-a^2c)$.

Svolgimento

a. $(+4a^3b^2c) : (-2a^2b) = -2a^{3-2}b^{2-1}c = -2abc$;

b. $\left(-\frac{2}{3}x^5y^3\right) : \left(-\frac{2}{5}x^3y\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)x^{5-3}y^{3-1} = +\frac{5}{3}x^2y^2$;

c. $\left(+\frac{3}{2}a^3x^3c\right) : (-a^2c) = \left(+\frac{3}{2}\right) \cdot (-1)a^{3-2}x^3c^{1-1} = -\frac{3}{2}ax^3$.

12 Esegui le seguenti divisioni fra monomi:

a. $(+34x^4y^3z^2) : (-17x^2yz^2)$; b. $\left(-\frac{1}{2}x^4y\right) : \left(+\frac{3}{4}x^3y\right)$; c. $\left(+\frac{6}{5}a^3b^3\right) : (-2ab^2)$.

13 *Esercizio Svolto*

Le espressioni con i monomi

Calcola il valore della seguente espressione con i monomi:

$$\left(+\frac{1}{2}a^2b^3c + \frac{2}{3}a^2b^3c - \frac{5}{6}a^2b^3c\right) : \left(-\frac{3}{2}ab^2c\right) + \left(-\frac{7}{6}a^4b^2 + \frac{1}{3}a^4b^2\right) : (+a^3b).$$

Svolgimento

Eseguiamo le somme algebriche all'interno delle parentesi tonde:

$$= \left(+\frac{1}{3}a^2b^3c\right) : \left(-\frac{3}{2}ab^2c\right) + \left(-\frac{5}{6}a^4b^2\right) : (+a^3b) =$$

$$= \left(-\frac{2}{9}ab\right) + \left(-\frac{5}{6}ab\right) = \left(-\frac{2}{9} - \frac{5}{6}\right)ab = -\frac{19}{18}ab$$

14 Calcola il valore della seguente espressione con i monomi:

$$\left(+2x^3y^2 + \frac{2}{3}x^3y^2 - \frac{1}{2}x^3y^2\right) : \left(+\frac{1}{4}x\right) + \left(\frac{2}{5}ax^2y^3 + \frac{1}{2}ax^2y^3 - ax^2y^3\right) : \left(+\frac{1}{2}ay\right).$$

15 *Esercizio Suelto***Le potenze con i monomi**

Calcola il valore delle seguenti potenze di monomi:

a. $(+4xy)^2$; b. $\left(-\frac{2}{3}x^2yz^2\right)^3$; c. $\left(-\frac{4}{3}a^3b^4c\right)^4$.

Svolgimento

a. $(+4xy)^2 = (+4xy) \cdot (+4xy) = +16x^2y^2$;

b. $\left(-\frac{2}{3}x^2yz^2\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}x^2yz^2\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2yz^2\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2yz^2\right) = -\frac{8}{27}x^6y^3z^6$;

c. $\left(-\frac{4}{3}a^3b^4c\right)^4 = +\frac{256}{81}a^{3 \cdot 4}b^{4 \cdot 4}c^{1 \cdot 4} = +\frac{256}{81}a^{12}b^{16}c^4$.

16 Calcola il valore delle seguenti potenze di monomi:

a. $(-2a^3c)^3$; b. $\left(-\frac{1}{2}x^6y^4\right)^5$; c. $\left(+\frac{3}{4}a^2b^3c^2\right)^4$.

17 *Esercizio Suelto***Le espressioni contenenti potenze di monomi**

Calcola il valore della seguente espressione contenente potenze di monomi aventi la stessa base:

$$(-2a^2b^3c)^5 \cdot (-2a^2b^3c)^3 : (-2a^2b^3c)^6$$

Svolgimento

$$(-2a^2b^3c)^5 \cdot (-2a^2b^3c)^3 : (-2a^2b^3c)^6 = (-2a^2b^3c)^{5+3-6} = (-2a^2b^3c)^2 = +4a^4b^6c^2$$

18 Calcola il valore della seguente espressione contenente potenze di monomi:

$$(+4x^3y^2b)^6 : (+4x^3y^2b)^5 \cdot (+4x^3y^2b)^2$$

19 *Esercizio Suelto***Le espressioni contenenti potenze di monomi**

Calcola il valore dell'espressione $(-3a^2b^3)^3 \cdot (+a^2bc) + (-a^{10}b^{14}c) : (+2ab^2)^2$.

Svolgimento

$$\begin{aligned} & (-3a^2b^3)^3 \cdot (+a^2bc) + (-4a^{10}b^{14}c) : (+2ab^2)^2 = \\ & = (-27a^6b^9) \cdot (+a^2bc) + (-4a^{10}b^{14}c) : (+4a^2b^4) = (-27a^8b^{10}c) + (-a^8b^{10}c) = -28a^8b^{10}c. \end{aligned}$$

20 Calcola il valore della seguente espressione contenente potenze di monomi:

$$(+5x^2y^3z)^3 : (-x^2y^5) + (-6x^3y^2z^3)^2 : (+3x^2z^3)$$

21 *Esercizio Suelto***La somma algebrica di polinomi**

Calcola la seguente somma algebrica di polinomi:

$$(-2a^3b^2 + 4a^2bx - 5a^3b^2) - (+6a^3b^2 + 2a^2bx - a^2bx)$$

Svolgimento

$$\begin{aligned} & -\underline{2a^3b^2} + \underline{4a^2bx} - \underline{5a^3b^2} - \underline{6a^3b^2} - \underline{2a^2bx} + \underline{a^2bx} = \\ & = (-2 - 5 - 6)a^3b^2 + (+4 - 2 + 1)a^2bx = -13a^3b^2 + 3a^2bx. \end{aligned}$$

22 Calcola la seguente somma algebrica di polinomi:

$$(-4x^3y^2z + 4x^2ay + 2x^2ay) - (+3x^3y^2z + 2x^2ay) + (-5x^3y^2z - 3x^2ay).$$

23 *Esercizio Svolto*

La moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Calcola il valore della seguente moltiplicazione tra un monomio e un polinomio:

$$(-3a^2b^2c) \cdot (+2a + 4a^3b - 2ax^2).$$

Svolgimento

$$(-3a^2b^2c) \cdot (+2a + 4a^3b - 2ax^2) = -6a^3b^2c - 12a^5b^3c + 6a^3b^2cx^2.$$

24 Calcola il valore della seguente moltiplicazione tra un monomio e un polinomio:

$$(+2x^2y^3z^2) \cdot (-2xy^3 + 3x^2y^2 + 4x^2z^2).$$

25 *Esercizio Svolto*

La moltiplicazione di due polinomi

Calcola il valore della seguente moltiplicazione di polinomi e riduci, eventualmente, i termini simili:

$$(+3a^2b^3 - 2ab^2) \cdot (-2a^2b^2 + 4a^3b^3).$$

Svolgimento

$$\begin{aligned} (+3a^2b^3 - 2ab^2) \cdot (-2a^2b^2 + 4a^3b^3) &= -\underline{6a^4b^5} + 12a^5b^6 + \underline{4a^3b^4} - \underline{8a^4b^5} = \\ &= (-6 - 8)a^4b^5 + 12a^5b^6 + 4a^3b^4 = -14a^4b^5 + 12a^5b^6 + 4a^3b^4 \end{aligned}$$

26 Calcola il valore della seguente moltiplicazione di polinomi e riduci, eventualmente, i termini simili:

$$(-2a^2c^3 + 3a^3c) \cdot (+4ac^2 + 2a^2).$$

27 *Esercizio Svolto*

Le espressioni con i polinomi

Calcola il valore della seguente espressione con i polinomi:

$$(a - b) \cdot (2a + 3b) - (3a - b) \cdot (2a - 2b).$$

Svolgimento

$$\begin{aligned} (a - b) \cdot (2a + 3b) - (3a - b) \cdot (2a - 2b) &= \\ &= (2a^2 + \underline{3ab} - \underline{2ab} - 3b^2) - (6a^2 - \underline{6ab} - \underline{2ab} + 2b^2) = (2a^2 + ab - 3b^2) - (6a^2 - 8ab + 2b^2) = \\ &= \underline{2a^2} + \underline{ab} - \underline{3b^2} - \underline{6a^2} + \underline{8ab} - \underline{2b^2} = -4a^2 + 9ab - 5b^2. \end{aligned}$$

28 Calcola il valore della seguente espressione con i polinomi:

$$(2x - y) \cdot (3x - 2y) + (x - 3y) \cdot (-x + y).$$

29 *Esercizio Svolto*

La divisione di un polinomio per un monomio

Calcola il quoziente della seguente divisione tra un polinomio e un monomio:

$$(12a^4b^2 + 9a^3b^5 - 27a^4b^4) : (-3a^3b^2).$$

Svolgimento

$$\begin{aligned} (12a^4b^2 + 9a^3b^5 - 27a^4b^4) : (-3a^3b^2) &= \\ &= [(+12) : (-3)]a^{4-3}b^{2-2} + [(+9) : (-3)]a^{3-3}b^{5-2} + [(-27) : (-3)]a^{4-3}b^{4-2} = -4a - 3b^3 + 9ab^2. \end{aligned}$$

2 Calcola il valore delle seguenti espressioni letterali sostituendo a ciascuna lettera i valori assegnati:

a. $\frac{4}{7}a^2bc + \frac{2}{3}ab^2 - c^2$ per $a = +2$; $b = -3$ e $c = 1$;

b. $x^3y - 3x^2y^2 + 5$ per $x = +2$; $y = -1$.

3 *Esercizio Guidato*

La somma algebrica fra monomi

Calcola la somma algebrica dei seguenti monomi: $-\frac{3}{4}a^2b^3c + \frac{5}{3}a^3b - \frac{1}{2}a^2b^3c + \frac{5}{6}a^2b^3c - \frac{1}{6}a^3b$.

Svolgimento

Individuiamo i monomi simili e, per evidenziarli, si sottolineano con uno o due trattini:

$$-\underline{\underline{\frac{3}{4}a^2b^3c}} + \underline{\underline{\frac{5}{3}a^3b}} - \underline{\underline{\frac{1}{2}a^2b^3c}} + \underline{\underline{\frac{5}{6}a^2b^3c}} - \underline{\underline{\frac{1}{6}a^3b}}$$

Effettuiamo separatamente la somma algebrica fra i due gruppi di monomi simili:

$$(-\dots - \dots + \dots)a^2b^3c = \dots a^2b^3c \quad (+\dots - \dots)a^3b = \dots a^3b$$

$$\text{Pertanto avremo: } -\frac{3}{4}a^2b^3c + \frac{5}{3}a^3b - \frac{1}{2}a^2b^3c + \frac{5}{6}a^2b^3c - \frac{1}{6}a^3b = \dots a^2b^3c + \dots a^3b.$$

4 Calcola la somma algebrica dei seguenti monomi: $\frac{1}{5}x^2yz^2 - \frac{4}{3}x^4y^2 + 2x^2yz^2 - \frac{3}{2}x^4y^2 + \frac{2}{3}x^4y^2$.

5 *Esercizio Guidato*

Le espressioni con i monomi

Calcola il valore della seguente espressione:

$$\left(-\frac{7}{3}a^2b + \frac{2}{9}a^2b\right) \cdot \left(\frac{3}{2}a - \frac{1}{4}a\right) + \left(\frac{3}{6}ab - \frac{1}{4}ab + ab\right) \cdot \left(\frac{1}{4}a^2 - a^2\right).$$

Svolgimento

Determiniamo la somma algebrica fra i monomi simili all'interno delle parentesi tonde:

$$\begin{aligned} & \left[\left(-\frac{7}{3} + \frac{2}{9}\right)\dots\right] \cdot \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right)a\right] + \left[\left(\frac{3}{6} - \frac{1}{4} + 1\right)ab\right] \cdot \left[(\dots)a^2\right] = \\ & = \left(-\frac{19}{9}a^2b\right) \cdot \left(\frac{5}{4}a\right) + \left(\frac{5}{4}ab\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}a^2\right) = \left(-\frac{95}{36}\dots\right) + \left(-\frac{15}{16}\dots\right) = \\ & = \left(-\frac{95}{36} - \frac{15}{16}\right)a^3b = -\frac{515}{144}a^3b. \end{aligned}$$

6 Calcola il valore della seguente espressione:

$$\left(-\frac{1}{2}a^3b^2 + \frac{7}{4}a^3b^2\right) \cdot \left(\frac{1}{3}a^2b - a^2b\right) + \left(\frac{2}{3}ab^2 - \frac{1}{6}ab^2\right) \cdot \left(\frac{1}{5}a^4b + a^4b\right).$$

7 *Esercizio Guidato*

La divisione fra espressioni contenenti monomi simili

Calcola il valore della seguente espressione:

$$\left(-\frac{2}{3}a^4b^2c + \frac{7}{6}a^4b^2c - a^4b^2c\right) : \left(a^3c - \frac{4}{3}a^3c - \frac{1}{2}a^3c\right).$$

Svolgimento

Determiniamo il valore della somma algebrica fra monomi simili all'interno delle parentesi tonde:

$$\left[\left(\frac{-\dots + \dots - \dots}{6} \right) a^4 b^2 c \right] : \left[\left(\frac{\dots - \dots - \dots}{6} \right) a^3 c \right] = \left(-\frac{1}{2} a^4 b^2 c \right) : \left(-\frac{5}{6} a^3 c \right) = \dots ab^2.$$

- 8** Calcola il valore della seguente divisione contenente monomi simili:

$$\left(-\frac{5}{4} x^5 y^3 + \frac{1}{2} x^5 y^3 \right) : \left(-\frac{3}{2} x^4 y - \frac{1}{3} x^4 y + x^4 y \right).$$

9 *Esercizio Guidato***Le espressioni con i monomi**

Calcola il valore della seguente espressione con i monomi:

$$\left(\frac{3}{4} x^3 y^2 z - \frac{2}{3} x^3 y^2 z \right) : (2xy^2) + \left(\frac{2}{3} x^2 yz + \frac{1}{5} x^2 yz - \frac{4}{15} x^2 yz \right) : \left(\frac{3}{2} y \right).$$

Svolgimento

Eseguiamo la somma algebrica all'interno delle parentesi tonde:

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) \dots \right] : (2xy^2) + \left[\left(\frac{\dots + \dots - \dots}{15} \right) x^2 yz \right] : \left(\frac{3}{2} y \right) = \\ & = \left(\frac{1}{12} x^3 y^2 z \right) : (2xy^2) + \left(\frac{3}{5} x^2 yz \right) : \left(\frac{3}{2} y \right) = \\ & = \left(\frac{1}{24} \dots \right) + (\dots x^2 z) = \left(\frac{1}{24} + \dots \right) \dots = \dots \end{aligned}$$

- 10** Calcola il valore della seguente espressione con i monomi:

$$\left(-\frac{1}{2} a^4 b^3 c^2 - \frac{1}{5} a^4 b^3 c^2 + a^4 b^3 c^2 \right) : \left(\frac{2}{5} a^2 b^2 c^2 \right) + \left(-\frac{3}{2} x^2 a^3 b^3 + \frac{1}{3} x^2 a^3 b^3 \right) : \left(-\frac{1}{2} x^2 ab^2 \right).$$

11 *Esercizio Guidato***Le espressioni con potenze di monomi**

Calcola il valore della seguente espressione contenente potenze di monomi aventi la stessa base:

$$\left(-\frac{5}{4} x^2 y^3 z \right)^6 : \left(-\frac{5}{4} x^2 y^3 z \right)^3 : \left(-\frac{5}{4} x^2 y^3 z \right)^2.$$

Svolgimento

$$\left(-\frac{5}{4} x^2 y^3 z \right)^6 : \left(-\frac{5}{4} x^2 y^3 z \right)^3 : \left(-\frac{5}{4} x^2 y^3 z \right)^2 = \left(-\frac{5}{4} x^2 y^3 z \right)^{6-\dots-\dots} = \left(-\frac{5}{4} x^2 y^3 z \right)^{\dots} = \dots$$

- 12** Calcola il valore delle seguenti espressioni contenenti potenze di monomi aventi la stessa base:

a. $\left(-\frac{1}{3} x^5 y^2 \right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{3} x^5 y^2 \right)^3 : \left(-\frac{1}{3} x^5 y^2 \right)^5 ;$

b. $\left(+\frac{2}{5} a^3 b^4 c^2 \right)^4 : \left(+\frac{2}{5} a^3 b^4 c^2 \right)^3 \cdot \left(+\frac{2}{5} a^3 b^4 c^2 \right) ;$

c. $\left(-\frac{7}{3} a^4 c^2 d \right)^2 \cdot \left(-\frac{7}{3} a^4 c^2 d \right)^4 \cdot \left(-\frac{7}{3} a^4 c^2 d \right)^3 : \left(-\frac{7}{3} a^4 c^2 d \right)^7 .$

13 *Esercizio Guidato***Le espressioni contenenti potenze di monomi**

Calcola il valore della seguente espressione contenente potenze di monomi:

$$\left(-\frac{2}{3}a^3b^2c\right)^3 \cdot \left(+\frac{9}{8}bc\right) + \left(-\frac{1}{3}a^{11}b^7c^6\right) : (+ac)^2.$$

Svolgimento

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{2}{3}a^3b^2c\right)^3 \cdot \left(+\frac{9}{8}bc\right) + \left(-\frac{1}{3}a^{11}b^7c^6\right) : (+ac)^2 = \\ & = \left(-\frac{8}{27} \dots\dots\dots\right) \cdot \left(+\frac{9}{8}bc\right) + \left(-\frac{1}{3}a^{11}b^7c^6\right) : (\dots\dots) = (\dots\dots) + \left(-\frac{1}{3}a^9b^7c^4\right) = -\dots\dots \end{aligned}$$

14 Calcola il valore della seguente espressione contenente potenze di monomi:

$$\left(+\frac{3}{2}x^4y^3\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{9}xy^2\right) + \left(-\frac{1}{2}x^5y^4\right)^2 : \left(\frac{3}{5}x\right).$$

15 *Esercizio Guidato***Le espressioni con i monomi**

Calcola il valore della seguente espressione:

$$\left[(-3a^2b^3)^3 + (2a^3)^2 \cdot (-3b^9) - (-2a^2b)^2 \cdot (-a^2b^7)\right] : \left[(-3ab^2) \cdot (-4a^2b^2)^2\right].$$

Svolgimento

$$\begin{aligned} & \left[(-3a^2b^3)^3 + (2a^3)^2 \cdot (-3b^9) - (-2a^2b)^2 \cdot (-a^2b^7)\right] : \left[(-3ab^2) \cdot (-4a^2b^2)^2\right] = \\ & = \left[-27a^6b^9 + 4a^6 \cdot (-3b^9) - (+4a^4b^2) \cdot (-a^2b^7)\right] : \left[(-3ab^2) \cdot (+16a^4b^4)\right] = \\ & = (-27a^6b^9 - 12\dots + 4a^6b^{\dots}) : [-48a^{\dots}b^{\dots}] = \\ & = -\dots a^6b^9 : [-48a^{\dots}b^{\dots}] = \frac{\dots}{48} ab^{\dots}. \end{aligned}$$

16 Calcola il valore della seguente espressione con i monomi:

$$\left[(4x^2y^3) \cdot y^2 - (-2x^2y^2)^2 \cdot (xy) : (2x^3) + 2x \cdot (xy^5)\right] : \left[(-2x^2y)^2 : (x^2y)\right].$$

17 *Esercizio Guidato***La somma algebrica di polinomi**

Calcola la seguente somma algebrica di polinomi:

$$-\left(\frac{2}{3}a^2b^3 + \frac{1}{2}a^2b^3 + \frac{3}{2}a^3b - a^2b^3\right) - \left(\frac{1}{3}a^2b^3 - 2a^3b\right).$$

Svolgimento

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{2}{3}a^2b^3 + \frac{1}{2}a^2b^3 + \frac{3}{2}a^3b - a^2b^3\right) - \left(\frac{1}{3}a^2b^3 - 2a^3b\right) = \\ & = -\frac{2}{3}a^2b^3 - \frac{1}{2}a^2b^3 - \frac{3}{2}a^3b + a^2b^3 - \frac{1}{3}a^2b^3 + 2a^3b = \\ & = \left(\frac{-4 - \dots + \dots - \dots}{6}\right)a^{\dots}b^{\dots} + \left(\frac{-\dots + \dots}{2}\right)a^{\dots}b = -\frac{1}{2}a^2b^3 + \dots a^3b. \end{aligned}$$

18 Calcola la seguente somma algebrica di polinomi: $\left(\frac{1}{4}x^3y + \frac{2}{3}x^2yz^2 - \frac{3}{4}x^3y + xz\right) - \left(\frac{2}{3}x^3y + \frac{3}{2}xz\right)$.

19 *Esercizio Guidato*

La moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Calcola il valore della seguente moltiplicazione tra un monomio e un polinomio:

$$\left(-\frac{4}{5}a^3b\right) \cdot \left(\frac{2}{3}ab^2 + \frac{2}{3}a^2b^3 - a\right).$$

Svolgimento

$$\left(-\frac{4}{5}a^3b\right) \cdot \left(\frac{2}{3}ab^2 + \frac{2}{3}a^2b^3 - a\right) = -\dots a^{3+1}b^{1+2} - \dots a^{3+\dots}b^{1+\dots} + \frac{4}{\dots} \dots = -\frac{8}{15} \dots - \frac{\dots}{15} \dots + \frac{4}{\dots} \dots$$

20 Calcola il valore della seguente moltiplicazione tra un monomio e un polinomio:

$$\left(-\frac{7}{3}x^2y^3z - 3x^2y^3 + \frac{2}{3}xz\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x^2y\right).$$

21 *Esercizio Guidato*

La moltiplicazione di due polinomi

Calcola il valore della seguente moltiplicazione di polinomi e riduci, eventualmente, i termini simili:

$$\left(\frac{3}{7}xy + \frac{1}{2}x^2 - 3x\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}x + 3y\right).$$

Svolgimento

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{7}xy + \frac{1}{2}x^2 - 3x\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}x + 3y\right) &= -\frac{2}{7}x^2y + \frac{9}{7}xy^2 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2y + 2x^2 - 9xy = \\ &= (\dots\dots)x^2y + \frac{9}{7}xy^2 - \dots x^3 + \dots x^2 - \dots xy = \dots\dots x^2y + \dots xy^2 - \dots x^3 + \dots x^2 - \dots xy \end{aligned}$$

22 Calcola il valore della seguente moltiplicazione di polinomi e riduci, eventualmente, i termini simili:

$$\left(\frac{1}{2}ab - \frac{1}{3}ac - a\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}a + 2ab\right).$$

23 *Esercizio Guidato*

La moltiplicazione di più polinomi

Calcola il valore della seguente moltiplicazione di tre polinomi:

$$\left(-\frac{1}{2}xz + 2xy\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}y\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}yz + \frac{1}{3}x\right).$$

Svolgimento

Moltiplichiamo il primo polinomio per il secondo:

$$\left(-\frac{1}{3}x^2y - \frac{2}{3}xyz + \frac{4}{3}x^2y + \frac{8}{3}xy^2\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}yz + \frac{1}{3}x\right).$$

Nella prima parentesi ci sono due monomi simili; stabiliamo comunque di moltiplicare il risultato ottenuto per il terzo polinomio ed eseguire le somme algebriche dei monomi simili nel prossimo passaggio:

$$= +\frac{5}{6}x^2y^2z - \frac{1}{9}x^3y + \frac{5}{3}xy^2z^2 - \frac{2}{9}x^2yz - \frac{10}{3}x^2y^2z + \frac{4}{9}x^3y - \frac{20}{3}xy^3z + \frac{8}{9}x^2y^2 =$$

Effettuiamo la riduzione dei termini simili:

$$= \left(\frac{\dots - \dots}{6}\right)x^2y^2z + \left(\frac{-\dots + \dots}{\dots}\right)x^3y + \frac{5}{3}xy^2z^2 - \frac{2}{9}x^2yz - \frac{20}{3}xy^3z + \dots x^2y^2 =$$

$$= \dots x^2y^2z + \dots x^3y + \dots xy^2z^2 - \dots x^2yz - \frac{20}{3}xy^3z + \frac{8}{9}x^2y^2.$$

24 Calcola il valore della seguente moltiplicazione di tre polinomi:

$$\left(\frac{3}{2}a^2b - \frac{3}{4}ab + a\right) \cdot \left(\frac{2}{3}a + b\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}ab + 3a\right).$$

25 *Esercizio Guidato*

La divisione di un polinomio per un monomio

Calcola il quoziente della seguente divisione tra un polinomio e un monomio:

$$\left(\frac{5}{3}a^2b^3c - \frac{4}{9}a^3b^4c^2 + 2a^4c^5\right) : \left(\frac{3}{2}a^2c\right).$$

Svolgimento

$$\left(\frac{5}{3}a^2b^3c - \frac{4}{9}a^3b^4c^2 + 2a^4c^5\right) : \left(\frac{3}{2}a^2c\right) =$$

$$= \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3}\right)a^{2-\dots}b^{3-\dots}c^{1-\dots} + \left[\left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)\right]a^{\dots}b^{\dots}c^{\dots} + \left(2 \cdot \frac{\dots}{\dots}\right)a^{\dots}c^{\dots} =$$

$$= \frac{10}{9}b^{\dots} - \frac{\dots}{\dots}ab^{\dots}c + \frac{\dots}{\dots}a^2c^4.$$

26 Calcola il quoziente delle seguenti divisioni tra un polinomio e un monomio:

$$\left(\frac{1}{5}x^4y^3z^2 + \frac{3}{5}x^5y^4 - \frac{4}{3}x^3y^4\right) : \left(-\frac{2}{3}x^3y^3\right).$$

27 *Esercizio Guidato*

Le espressioni con i polinomi

Calcola il valore della seguente espressione con i polinomi:

$$\frac{1}{3} \cdot (3a - 4b) - (a + b) \cdot (-a + 3b) + \frac{2}{3} \cdot (3a + b).$$

Svolgimento

$$\frac{1}{3} \cdot (3a - 4b) - (a + b) \cdot (-a + 3b) + \frac{2}{3} \cdot (3a + b) = a - \dots b - (-a^2 + 3ab - \dots + 3b^{\dots}) + 2a + \dots b =$$

$$= a - \dots b + a^2 - 3ab + \dots - 3b^{\dots} + 2a + \dots b = \dots a - \dots b + a^2 - \dots ab - 3b^2.$$

28 Calcola il valore della seguente espressione con i polinomi:

$$-\frac{3}{4} \cdot (a - 2b) - \frac{1}{2} \cdot (-2a - 2b) + (a - b) \cdot (3 + 2b).$$

29 *Esercizio Guidato*

Il prodotto della somma di due monomi per la loro differenza

Calcola il valore del prodotto delle seguenti somme di due monomi per le loro differenze:

$$\text{a. } \left(\frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{5}xz\right) \cdot \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{5}xz\right); \quad \text{b. } \left(-\frac{1}{3}a - 2a^3b\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}a + 2a^3b\right).$$

Svolgimento

$$\text{a. } \left(\frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{5}xz\right) \cdot \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{5}xz\right) = \frac{9}{4}x^4 - \frac{4}{25}x^2z^2;$$

$$\text{b. } \left(-\frac{1}{3}a - 2a^3b\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}a + 2a^3b\right) = \frac{1}{9}a^2 - 4a^6b^2.$$

30 Calcola il valore del prodotto delle seguenti somme di due monomi per le loro differenze:

$$\text{a. } \left(-2x^3y + \frac{1}{2}xy\right) \cdot \left(-2x^3y - \frac{1}{2}xy\right); \quad \text{b. } \left(\frac{4}{3}a^2 - \frac{1}{4}a^3\right) \cdot \left(\frac{4}{3}a^2 + \frac{1}{4}a^3\right).$$

31 *Esercizio Guidato***Il quadrato di un binomio**

Calcola il valore dei seguenti quadrati di binomi: **a.** $\left(\frac{1}{2}a^2b + \frac{3}{4}a\right)^2$; **b.** $\left(-2x + \frac{3}{2}xy\right)^2$.

Svolgimento

$$\text{a. } \left(\frac{1}{2}a^2b + \frac{3}{4}a\right)^2 = \frac{1}{4}a^4b^2 + \frac{3}{2}a^3b + \frac{9}{16}a^2; \quad \text{b. } \left(-2x + \frac{3}{2}xy\right)^2 = 4x^2 - 6x^2y + \frac{9}{4}x^2y^2.$$

32 Calcola il valore dei seguenti quadrati di binomi:

$$\text{a. } \left(\frac{3}{5}a^3x - \frac{2}{3}xy^2\right)^2; \quad \text{b. } \left(-3ab^2 - \frac{3}{2}a^2\right)^2.$$

33 *Esercizio Guidato***Il cubo di un binomio**

Calcola il valore dei seguenti cubi di binomi: **a.** $(-a + 2b)^3$; **b.** $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}y\right)^3$.

Svolgimento

$$\text{a. } (-a + 2b)^3 = -a^3 + 6a^2b - 12ab^2 + 8b^3;$$

$$\text{b. } \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}y\right)^3 = \frac{1}{8}x^6 + x^4y + \frac{4}{9}x^2y^2 + \frac{8}{27}y^3.$$

34 Calcola il valore dei seguenti cubi di binomi:

$$\text{a. } \left(\frac{1}{2}x + 3y\right)^3; \quad \text{b. } \left(-\frac{1}{3}ab^2 + 2a\right)^3.$$

35 *Esercizio Guidato***Le espressioni con i prodotti notevoli**

Calcola il valore dell'espressione $\left(\frac{1}{2}a + b\right)^2 + (a + 2b) \cdot (a - 3) + \left(\frac{1}{3}a + b\right) \cdot \left(\frac{1}{3}a - b\right)$.

Svolgimento

Come prima operazione svolgiamo i prodotti notevoli:

$$= \left(\frac{1}{4}a^2 + \dots + \dots\right) + (a + 2b) \cdot (a - 3) + \left(\frac{1}{9}a^2 - \dots\right) =$$

$$= \frac{1}{4}a^2 + ab + \dots + a^2 - 3a + \dots - 6ab + \frac{1}{9}a^2 - \dots = \dots a^2 + \dots ab - \dots a - \dots b.$$

Calcola il valore della seguente espressione con i prodotti notevoli.

$$36 \quad (2x + 3y) \cdot (2x - 3y) - (2x - 3y)^2 + 3y \cdot (y - 3x).$$

$$37 \quad (a^2 - 1)^2 \cdot (a^2 + 1)^2 - (a - 2)^2 \cdot (a + 2)^2 - 3a \cdot (-a)^3.$$

$$38 \quad (x + 2y)^3 + (x + 2y) \cdot (xy - y^2).$$

$$39 \quad \left\{ \left[\left(\frac{1}{5}a - \frac{3}{2}b \right)^2 - \left(\frac{1}{5}a + \frac{3}{2}b \right)^2 \right]^2 - \left(\frac{6}{5}ab + \frac{3}{5}a^2b^2 \right) \right\} : \left(-\frac{9}{5}ab \right).$$

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO ***

Calcola il valore delle seguenti espressioni con i monomi.

$$1 \quad -\frac{7}{4}x^2y + \frac{4}{3}x^2y + \frac{1}{2}x^2y - 3x^2y + \frac{4}{3}x^2y - \frac{5}{2}x^2y - \frac{3}{4}x^2y.$$

$$2 \quad \frac{3}{5}x^3z + \frac{3}{2}x^3z + ax + 2x^3z - \frac{1}{2}ax + \frac{2}{5}ax - \frac{1}{2}x^3z - \frac{5}{2}ax.$$

$$3 \quad \left(-\frac{3}{4}a^5b^2 \right) \cdot \left(-\frac{1}{2}a^3bc \right) \cdot \left(-\frac{8}{3}a^5b^3c \right)^2.$$

$$4 \quad (-3ab^2c) \cdot \left(\frac{1}{4}ab^3 \right) \cdot \left(-\frac{1}{3}a^2c \right) \cdot \left(-\frac{4}{5}a^3b \right) \cdot \left(\frac{12}{7}a^5b^2c^3 \right).$$

$$5 \quad \left(-\frac{4}{5}abx \right) \cdot \left(-\frac{1}{2}a^2x \right) \cdot \left(-\frac{5}{3}a^2b^2 \right) \cdot (6ax^2) \cdot (-a^3x^4) \cdot (-a^4b^3).$$

$$6 \quad \left(-\frac{3}{4}abc - 2abc + \frac{1}{2}abc \right) \cdot \left(\frac{3}{2}a^2b + \frac{1}{4}a^2b \right) \cdot \left(\frac{8}{15}ab^3 - \frac{1}{2}ab^3 \right).$$

$$7 \quad \left(\frac{3}{4}a^2x - \frac{1}{3}a^2x \right) \cdot \left(ab^2 + \frac{2}{7}ab^2 \right) + \left(\frac{1}{4}a^2bx - \frac{1}{2}a^2bx \right) \cdot \left(2ab + ab - \frac{3}{7}ab \right).$$

$$8 \quad \left(-\frac{7}{6}x^7y^8z^4 + \frac{1}{2}x^7y^8z^4 + \frac{1}{3}x^7y^8z^4 - \frac{5}{4}x^7y^8z^4 \right) : \left(\frac{1}{4}x^3y^2z \right).$$

$$9 \quad \left(\frac{1}{4}a^5b^3z^4 + \frac{5}{3}a^5b^3z^4 \right) : \left(-\frac{1}{4}a^2bz + \frac{3}{2}a^2bz - \frac{5}{8}a^2bz \right).$$

$$10 \quad \left(\frac{5}{6}abx^2 + \frac{1}{4}abx^2 - \frac{5}{12}abx^2 \right) : (4ab - 2ab) - \left(\frac{3}{5}x - \frac{1}{2}x \right) \cdot \left(-\frac{3}{2}x \right).$$

$$11 \quad \left[\left(-\frac{3}{4}ab^2 \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}ab^2 \right)^5 : \left(-\frac{3}{4}ab^2 \right)^7 \right]^2.$$

$$12 \quad \left\{ \left[\left(+\frac{4}{7}x^2y \right) \cdot \left(+\frac{4}{7}x^2y \right)^2 \right]^4 : \left[\left(+\frac{4}{7}x^2y \right)^2 \cdot \left(+\frac{4}{7}x^2y \right)^2 \right]^3 \right\}^5.$$

$$13 \quad \left[\left(+\frac{1}{4}abx \right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}ab^2 \right) : \left(\frac{1}{4}ab^2x \right)^2 \right]^3 : \left[-\left(\frac{5}{4}a - \frac{7}{12}a \right) \right]^2.$$

$$14 \frac{2}{3}x^9y^8. \quad 15 (-27a^6b^9 - 12a^6b^9 + 4a^6b^9) : (-48a^5b^6) = (-35a^6b^9) : (-48a^5b^6) = \frac{35}{48}ab^3.$$

$$16 y^4. \quad 17 \left(\frac{-4-3+6-2}{6}\right)a^2b^3 + \left(\frac{-3+4}{2}\right)a^3b = -\frac{1}{2}a^2b^3 + \frac{1}{2}a^3b.$$

$$18 -\frac{7}{6}x^3y + \frac{2}{3}x^2yz^2 - \frac{1}{2}xz.$$

$$19 -\frac{8}{15}a^{3+1}b^{1+2} - \frac{8}{15}a^{3+2}b^{1+3} + \frac{4}{5}a^{3+1}b^{1+0} = -\frac{8}{15}a^4b^3 - \frac{8}{15}a^5b^4 + \frac{4}{5}a^4b.$$

$$20 -\frac{7}{6}x^4y^4z - \frac{3}{2}x^4y^4 + \frac{1}{3}x^3yz.$$

$$21 \left(\frac{-4+21}{14}\right)x^2y + \frac{9}{7}xy^2 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 9xy = +\frac{17}{14}x^2y + \frac{9}{7}xy^2 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 9xy.$$

$$22 -\frac{11}{4}a^2b + a^2b^2 + \frac{1}{2}a^2c - \frac{2}{3}a^2bc + \frac{3}{2}a^2.$$

$$23 \left(\frac{5-20}{6}\right)x^2y^2z + \left(\frac{-1+4}{9}\right)x^3y + \frac{5}{3}xy^2z^2 - \frac{2}{9}x^2yz - \frac{20}{3}xy^3z + \frac{8}{9}x^2y^2 = \\ = -\frac{5}{2}x^2y^2z + \frac{1}{3}x^3y + \frac{5}{3}xy^2z^2 - \frac{2}{9}x^2yz - \frac{20}{3}xy^3z + \frac{8}{9}x^2y^2.$$

$$24 -\frac{1}{2}a^4b^2 + 3a^4b - \frac{3}{4}a^3b^3 + \frac{19}{4}a^3b^2 - \frac{11}{6}a^3b + 2a^3 + \frac{3}{8}a^2b^3 - \frac{11}{4}a^2b^2 + 3a^2b.$$

$$25 \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3}\right)a^{2-2}b^{3-0}c^{1-1} + \left[\left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)\right]a^{3-2}b^{4-0}c^{2-1} + \left(2 \cdot \frac{2}{3}\right)a^{4-2}c^{5-1} = \frac{10}{9}b^3 - \frac{8}{27}ab^4c + \frac{4}{3}a^2c^4.$$

$$26 -\frac{3}{10}xz^2 - \frac{9}{10}x^2y + 2y.$$

$$27 a - \frac{4}{3}b - (-a^2 + 3ab - ab + 3b^2) + 2a + \frac{2}{3}b = a - \frac{4}{3}b + a^2 - 3ab + ab - 3b^2 + 2a + \frac{2}{3}b = \\ = 3a - \frac{2}{3}b + a^2 - 2ab - 3b^2.$$

$$28 \frac{13}{4}a - \frac{1}{2}b - 2b^2 + 2ab. \quad 29 \text{ a. } \frac{9}{4}x^4 - \frac{4}{25}x^2z^2; \quad \text{b. } \frac{1}{9}a^2 - 4a^6b^2.$$

$$30 \text{ a. } 4x^6y^2 - \frac{1}{4}x^2y^2; \quad \text{b. } \frac{16}{9}a^4 - \frac{1}{16}a^6. \quad 31 \text{ a. } \frac{1}{4}a^4b^2 + \frac{3}{4}a^3b + \frac{9}{16}a^2; \quad \text{b. } 4x^2 - 6x^2y + \frac{9}{4}x^2y^2.$$

$$32 \text{ a. } \frac{9}{25}a^6x^2 - \frac{4}{5}a^3x^2y^2 + \frac{4}{9}x^2y^4; \quad \text{b. } 9a^2b^4 + 9a^3b^2 + \frac{9}{4}a^4.$$

$$33 \text{ a. } -a^3 + 6a^2b - 12ab^2 + 8b^3; \quad \text{b. } \frac{1}{8}x^6 + \frac{1}{2}x^4y + \frac{2}{3}x^2y^2 + \frac{8}{27}y^3.$$

$$34 \text{ a. } \frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{4}x^2y + \frac{27}{2}xy^2 + 27y^3; \quad \text{b. } -\frac{1}{27}a^3b^6 + \frac{2}{3}a^3b^4 - 4a^3b^2 + 8a^3.$$

$$35 \left(\frac{1}{4}a^2 + ab + b^2\right) + (a+2b)(a-3) + \left(\frac{1}{9}a^2 - b^2\right) = \frac{1}{4}a^2 + ab + b^2 + a^2 - 3a + 2ab - 6b + \frac{1}{9}a^2 - b^2 = \\ = \frac{49}{36}a^2 + 3ab - 3a - 6b.$$

$$36 3xy - 15y^2. \quad 37 a^8 + 8a^2 - 15.$$

$$38 x^3 + 6y^3 + 7x^2y + 13xy^2. \quad 39 -\frac{7}{15}ab + \frac{2}{3}.$$

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

1 $-\frac{29}{6}x^2y.$

2 $\frac{18}{5}x^3z - \frac{8}{5}ax.$

3 $\frac{8}{3}a^{18}b^9c^3.$

4 $-\frac{12}{35}a^{12}b^8c^5.$

5 $-4a^{13}b^6x^8.$

6 $-\frac{21}{160}a^4b^5c.$

7 $-\frac{3}{28}a^3b^2x.$

8 $-\frac{19}{3}x^4y^6z^3.$

9 $\frac{46}{15}a^3b^2z^3.$

10 $\frac{29}{60}x^2.$

11 $\frac{9}{16}a^2b^4.$

12 1.

13 $-\frac{2}{3}a.$

14 $\frac{5}{3}ax^2 + \frac{7}{12}ab - \frac{7}{10}.$

15 $\frac{3}{8}a^2b^2x - \frac{5}{2}a^3b^2x + 3abx.$

16 $\frac{3}{28}a^3x - \frac{9}{7}a^2bx + \frac{1}{4}ab - 3b^2.$

17 $2a^2b - 4abx + 2aby + 3ax - 6x^2 + 5xy - ay - y^2.$

18 $\frac{3}{4}b^2 - \frac{7}{3}a^3bx - \frac{8}{3}a^2b + \frac{16}{5}ab^3 - 2.$

19 $-\frac{3}{4}a^2 + ab - \frac{1}{4}a + \frac{33}{8}b.$

20 $-4x^2 + 8x + 12.$

21 $-\frac{5}{9}b^2 - \frac{5}{12}ab.$

22 $16x^2y^2 - 8x^2y.$

23 $4a^3.$

24 $5b^2 - \frac{3}{2}ab - 6a^2b + 12ab^2.$