



Matematica in laboratorio

1. IL TEOREMA DI LAGRANGE E LE SUE CONSEGUENZE

Consideriamo la funzione $f(x) = x^3 - 3x + 1$ e, utilizzando Wiris, troviamo gli intervalli in cui cresce e gli intervalli in cui decresce.

Nella figura che segue puoi vedere la procedura che descriviamo brevemente.

- Abbiamo dapprima costruito il grafico di $f(x)$ dal quale si vede che la funzione dapprima cresce, poi decresce per un tratto e infine riprende a crescere; avendo però necessariamente costruito solo una parte di grafico, non possiamo essere sicuri che non vi siano altri cambiamenti. Osserviamo poi che l'assegnazione dell'espressione di $f(x)$ è stata fatta con il simbolo $:=$ al fine di poter calcolare le coordinate di alcuni punti specifici mediante l'attribuzione di particolari valori alla variabile x .
- Abbiamo calcolato la derivata della funzione, trovato i punti in cui si annulla e ne abbiamo poi studiato il segno.
- Per trovare le coordinate dei punti P e Q in cui la derivata si annulla abbiamo usato le soluzioni, che avevamo indicato con s in uno dei precedenti comandi; $s_1(x)$ rappresenta la prima soluzione, cioè -1 , $s_2(x)$ rappresenta la seconda soluzione, cioè 1 . I punti P e Q hanno quindi le coordinate indicate nei rispettivi comandi.
- Abbiamo infine rappresentato i punti nel grafico.

Il teorema di Lagrange ci permette di affermare che, essendo la derivata prima positiva per $x < -1$ e per $x > 1$, in tali intervalli la funzione è crescente (quindi è crescente anche nei tratti non visibili del suo tracciato); essendo invece negativa per $-1 < x < 1$, il tale intervallo essa è decrescente. I punti P e Q sono i punti in cui, essendo $f'(x) = 0$, la retta tangente è parallela all'asse x .

costruzione del grafico della funzione
 $f(x) := x^3 - 3x + 1 \rightarrow x \mapsto x^3 - 3 \cdot x + 1$
`tracciare(f, {colore=blue})` \rightarrow `tracciante1`

calcolo della derivata
 $d = \frac{df(x)}{dx} \rightarrow 3 \cdot x^2 - 3$

studio del segno della derivata
`s=risolvere(d=0)` \rightarrow $\{x=-1, x=1\}$
`risolvere_disequazione(d>0,x)` \rightarrow $x>1|x<-1$

utilizzo delle soluzioni per trovare i punti a derivata nulla
`P=punto(s1(x),f(s1(x)))` \rightarrow $(-1,3)$
`Q=punto(s2(x),f(s2(x)))` \rightarrow $(1,-1)$

tracciamento dei punti P e Q
`rappresentare(P, {colore=rosso})` \rightarrow `tracciante1`
`rappresentare(Q, {colore=rosso})` \rightarrow `tracciante1`

The graph window shows a blue curve of $f(x) = x^3 - 3x + 1$ on a coordinate plane. The curve has a local maximum at $P(-1, 3)$ and a local minimum at $Q(1, -1)$, both points are highlighted in red. The x-axis ranges from -10 to 10, and the y-axis ranges from -10 to 10.