1. Il teorema di Lagrange e le sue conseguenze

Consideriamo la funzione $f(x) = x^3 - 3x + 1$ e, utilizzando Wiris, troviamo gli intervalli in cui cresce e gli intervalli in cui decresce.
Nella figura che segue puoi vedere la procedura che descriviamo brevemente.

- Abbiamo dapprima costruito il grafico di $f(x)$ dal quale si vede che la funzione dapprima cresce, poi decresce per un tratto e infine riprende a crescere; avendo però necessariamente costruito solo una parte di grafico, non possiamo essere sicuri che non vi siano altri cambiamenti. Osserviamo poi che l'assegnazione dell'espressione di $f(x)$ è stata fatta con il simbolo **: =** al fine di poter calcolare le coordinate di alcuni punti specifici mediante l'attribuzione di particolari valori alla variabile x.
- Abbiamo calcolato la derivata della funzione, trovato i punti in cui si annulla e ne abbiamo poi studiato il segno.
- Per trovare le coordinate dei punti P e Q in cui la derivata si annulla abbiamo usato le soluzioni, che avevamo indicato con s in uno dei precedenti comandi; $s_1(x)$ rappresenta la prima soluzione, cioè -1, $s_2(x)$ rappresenta la seconda soluzione, cioè 1. I punti P e Q hanno quindi le coordinate indicate nei rispettivi comandi.
- Abbiamo infine rappresentato i punti nel grafico.

Il teorema di Lagrange ci permette di affermare che, essendo la derivata prima positiva per $x < -1$ e per $x > 1$, in tali intervalli la funzione è crescente (quindi è crescente anche nei tratti non visibili del suo tracciato); essendo invece negativa per $-1 < x < 1$, il tale intervallo essa è decrescente. I punti P e Q sono i punti in cui, essendo $f'(x) = 0$, la retta tangente è parallela all'asse x.