Approfondimento

Vettori mediante le coordinate degli estremi

Se un vettore $\overrightarrow{AB}$ è dato mediante le coordinate dei suoi estremi (non necessariamente il primo è l'origine), le sue componenti cartesiane sono le misure (con segno) dei cateti orientati del triangolo ACB in ***figura 1a***; allora, se $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ sono rispettivamente il primo ed il secondo estremo del vettore $\overrightarrow{AB}$, si ha che:

$$x = x_B - x_A \qquad \text{e} \qquad y = y_B - y_A$$

Per la determinazione del modulo e dell'angolo α che individua la direzione del vettore, valgono le precedenti relazioni.

Per esempio se $A(3, 2)$ e $B(-1, 4)$, allora (***figura 1b***):

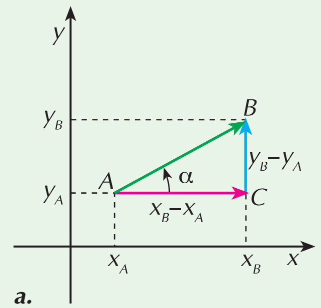
$$x = -1 - 3 = -4 \qquad y = 4 - 2 = 2 \qquad \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5};$$

$$\sin\alpha = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad \cos\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{-4}{2\sqrt{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}},$$

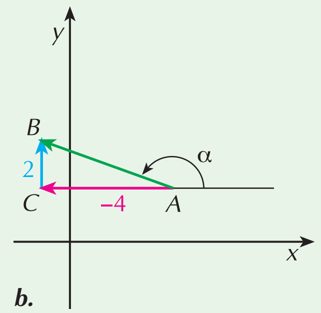
$$\tan\alpha = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2},$$

quindi $\quad \alpha = 153°26'6''$

Figura 1



a.



b.

Esercizi

Per ciascuno dei seguenti vettori, dei quali si assegnano l'origine P ed il secondo estremo Q, calcola il modulo e l'angolo formato con la direzione positiva dell'asse delle ascisse.

1 **Esercizio guidato**

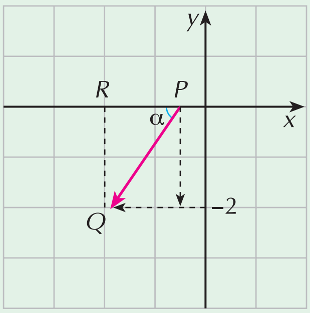
$P\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \qquad Q(-2, \ -2)$

Le componenti cartesiane del vettore $\overrightarrow{PQ}$ sono:

$$v_x = x_Q - x_P = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \qquad v_y = y_Q - y_P = -2 - 0 = -2$$

Di conseguenza, il modulo di $\overrightarrow{PQ}$ è ....

Per determinare l'angolo α lavoriamo sul triangolo PQR dove $\sin\alpha = \frac{\overline{QR}}{\overline{PQ}} = ...$



L'angolo che il vettore forma con la direzione positivia dell'asse x è $180° + \alpha$.

$\left[\frac{5}{2}, \ 233°7'48''\right]$

2	$P(1,\ 0)$	$Q(4,\ 3)$	$[3\sqrt{2};\ 45°]$
3	$P\left(\frac{2}{3},\ 0\right)$	$Q\left(\frac{5}{3},\ 1\right)$	$[\sqrt{2};\ 45°]$
4	$P\left(0,\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$Q\left(\frac{1}{2},\ \sqrt{3}\right)$	$[1;\ 60°]$
5	$P(-1,\ 0)$	$Q(-\sqrt{3}-1,\ 1)$	$[2;\ 150°]$
6	$A\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$	$B\left(-\frac{3}{2},\ -2\sqrt{3}\right)$	$[4;\ 240°]$
7	$C(3,\ 0)$	$D\left(\frac{\sqrt{3}+6}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$	$[1;\ 330°]$
8	$P(2,\ 2)$	$Q\left(3,\ \frac{5}{2}\right)$	$\left[\frac{\sqrt{5}}{2};\ 26°33'54''\right]$
9	$P(-2,\ 1)$	$Q(1,\ -3)$	$[5;\ 306°52'12'']$
10	$P(-1,\ -1)$	$Q(-4,\ -2)$	$[\sqrt{10};\ 198°26'6'']$
11	$P(-1,\ 1)$	$Q(-3,\ 5)$	$[2\sqrt{5};\ 116°33'54'']$
12	$P(1,\ 0)$	$Q(0,\ -\sqrt{3})$	$[2;\ 240°]$