

# Applicazione algebrica: Teorema di Ruffini

Utilizzando il Teorema del resto, stabilire se un polinomio di sesto grado è divisibile per un binomio del tipo  $(x-m)$ .

In particolare verificare se il polinomio  $P(x) = -2x^6 + 2x^5 - 4x^4 + 10x^3 - 2x^2 + 20x + 16$  è divisibile per il binomio  $(x - 2)$ .

## Richiami teorici

Richiamiamo due teoremi riguardanti la divisibilità tra polinomi.

### Teorema del resto.

Dato un polinomio  $P(x)$  e un binomio di primo grado del tipo  $(x - m)$ , il resto della divisione di  $P(x)$  per  $(x - m)$  è dato da  $P(m)$ , cioè il resto è dato dal valore che assume il polinomio  $P(x)$  quando si assegna alla lettera  $x$  il valore  $m$ .

In simboli:  $R = P(m)$

Un polinomio è divisibile per un altro polinomio quando il resto della divisione tra il primo e il secondo polinomio è nullo.

Da qui discende il Teorema di Ruffini.

### Teorema di Ruffini.

Condizione necessaria e sufficiente affinché un polinomio  $P(x)$  sia divisibile per un binomio  $(x - m)$  è che  $P(m) = 0$ .

Generalizzando il teorema, se il divisore  $(x - m)$  fosse del tipo  $hx + k$ , al posto della  $x$  in  $P(x)$  si deve sostituire  $m = -k/h$  per ottenere  $P(-k/h) = 0$ .

## Realizzazione del foglio di lavoro

Dopo aver aperto una nuova cartella di Excel, prepariamo il *Foglio1* come in figura:

|   | A   | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | DIVISIBILITA' TRA POLINOMI  |   |   |   |   |   |   |   |
| 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3 | Stabilire se il polinomio $(ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g)$ è divisibile per il binomio $(x - m)$ |   |   |   |   |   |   |   |
| 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5 | Grado dei termini   | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

Nella riga 3 scriviamo il testo del problema indicando il polinomio in modo generale, cioè con i coefficienti letterali; per scrivere gli esponenti dobbiamo fare clic sul pulsante di visualizzazione del gruppo **Carattere** della scheda **Home**, porre il segno di spunta sull'effetto **Apice** della finestra **Carattere** e fare clic su **OK**.

Effetti

Barrato

Apice

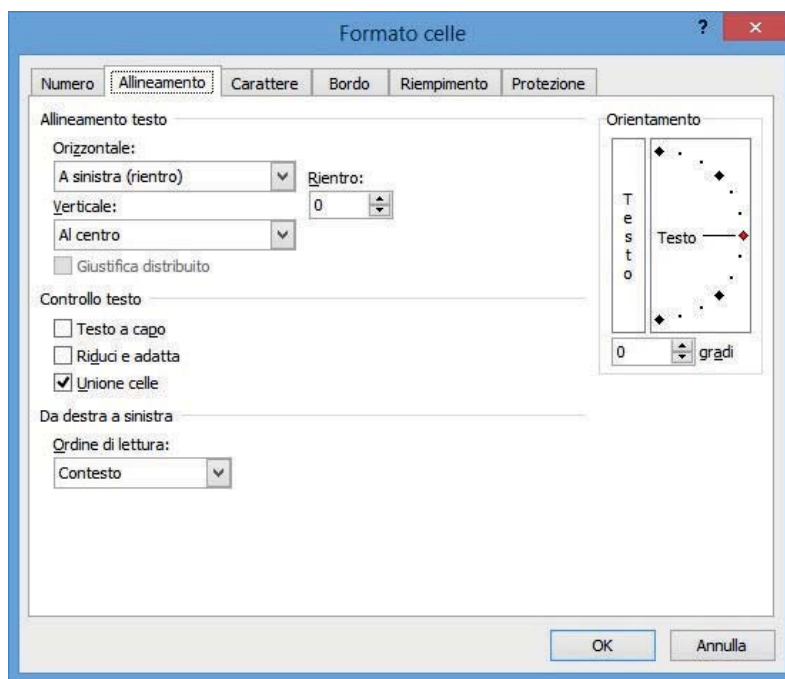
Pedice


Per scrivere di nuovo nel modo normale, dobbiamo riaprire la finestra **Carattere**, deselezionare **Apice**. Inseriremo i valori dei coefficienti nelle righe successive.

Nella riga 5 riportiamo i gradi dei termini del polinomio; prevediamo di utilizzare al massimo polinomi di sesto grado, ma la tabella si può ampliare. Per inserire i numeri da 6 a 0, utilizziamo la procedura del riempimento automatico: dopo aver scritto i numeri 6 e 5 nelle due celle consecutive B5 e C5, selezioniamo le due celle e trasciniamo il quadratino di riempimento fino alla cella H5, dove il valore del grado vale 0.

Nella cella A6 scriviamo "Coefficienti del polinomio" e nelle celle della riga 6 indichiamo le lettere che rappresentano i coefficienti; per scriverle, dopo aver digitato  $a$  e  $b$  rispettivamente in B6 e C6, selezionate le due celle, trascinando il quadratino di riempimento della selezione riempiamo le celle fino alla lettera  $g$ .

Poiché le due righe 6 e 7 si riferiscono ai coefficienti del polinomio, possiamo unire le due celle A6 e A7 in un'unica cella seguendo questa procedura: dopo aver selezionate le due celle, facciamo clic sul pulsante di visualizzazione del gruppo **Allineamento** e, nella finestra **Formato celle**, poniamo il segno di spunta nella casella **Unione celle**, quindi scegliamo **A sinistra** nella casella combinata **Orizzontale** del riquadro **Allineamento testo**, e **Al centro** in quella **Verticale**. Facciamo clic su **OK** per confermare le scelte fatte.



Ciò che verrà scritto nella nuova cella, ottenuta dall'unione delle due celle precedenti, si troverà a metà tra le due righe 6 e 7. In alternativa, dopo aver selezionato le celle A6 e A7, si può fare clic sul pulsante **Unisci e allinea al centro**  del gruppo **Allineamento** della scheda **Home**. Occorre però correggere l'allineamento orizzontale mediante i pulsanti del gruppo **Allineamento**, perché il testo risulta centrato nella cella e non allineato a sinistra.

Nella riga sottostante, la 7, in corrispondenza delle variabili  $a$ ,  $b$ , ... inseriamo i valori dei coefficienti dell'esercizio considerato, nel nostro caso i numeri  $-2$ ,  $2$ ,  $-4$ ,  $10$ ,  $-2$ ,  $20$ ,  $16$ .

Nella cella A8 digitiamo "Valore di  $m$ ": il valore numerico di  $m$  verrà scritto nella cella B8; nel nostro caso il numero 2.

Nella cella A10 scriviamo "Prodotti" e nelle celle adiacenti della stessa riga calcoliamo i prodotti dei coefficienti per le potenze di  $m$ , ottenute elevando  $m$  ai rispettivi gradi dei termini del polinomio.

In particolare scriviamo in B10

$$=B7*\$B\$8^B5$$

e copiamo la formula trascinando il quadratino di riempimento dalla cella B10 alla cella H10. Poiché il programma dà segnalazione di errore quando si calcola  $0^0$ , dobbiamo prevedere il caso in cui  $m$  sia nullo. In questo caso l'ultimo prodotto, quello in H10, sarebbe dato dal termine noto moltiplicato per  $0^0$ , con conseguente segnalazione di errore. Pertanto nella cella H10 inseriamo la formula:

$$=SE(B8=0;H7;H7*\$B\$8^H5)$$

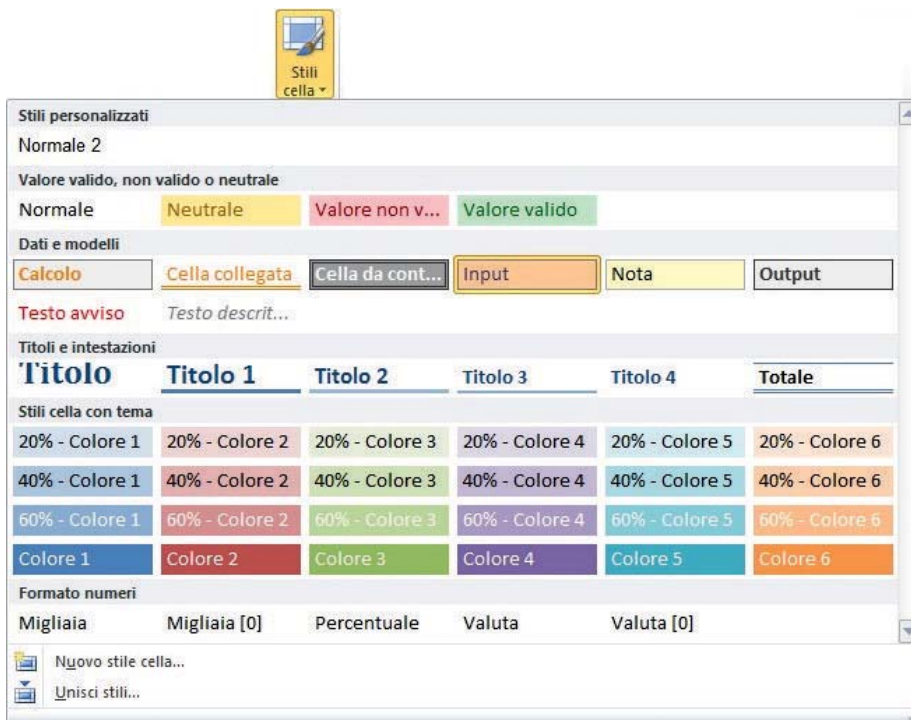
Questo significa che se il contenuto della cella B8 è 0, cioè  $m = 0$ , allora il programma scrive in H10 direttamente il termine noto contenuto in H7, altrimenti, cioè con  $m$  non nullo, calcola il prodotto come previsto.

Nella cella A11 scriviamo "Resto" e nella cella B11 inseriamo la funzione che calcola la somma dei prodotti:

$$=SOMMA(B10:H10)$$

Per comunicare la divisibilità o meno dei due polinomi occorre inserire in A13 la seguente formula:  $=SE(B11=0;"I\ POLINOMI\ SONO\ DIVISIBILI\ TRA\ LORO";"I\ POLINOMI\ NON\ SONO\ DIVISIBILI\ TRA\ LORO")$  che significa: se il resto è 0 il programma scrive che i polinomi sono divisibili tra loro, altrimenti scrive che non sono divisibili.

Per dare una forma più accattivante al foglio di lavoro, selezioniamo le celle da A5 a H8 e facciamo clic sul pulsante **Stili cella** del gruppo **Stili** della scheda **Home**. Nell'elenco che appare facciamo clic su **Input**. In modo analogo assegniamo alle celle da A10 a H11 lo stile **Calcolo** e, dopo aver selezionato le celle da A13 a H13, facciamo clic sul pulsante **Grassetto** del gruppo **Carattere**, e sul pulsante **Unisci e allinea al centro** del gruppo **Allineamento** della scheda **Home**. Assegniamo a queste celle lo stile **Output**.



Quando l'operazione di inserimento dei dati è stata ultimata, nella cella A13 il programma comunica che "I POLINOMI SONO DIVISIBILI TRA LORO", infatti, avendo ottenuto resto della divisione uguale a 0, il polinomio dato è divisibile per  $(x - 2)$ .

|    | A   | B           | C         | D          | E         | F         | G         | H         |
|----|---|-------------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1  | <b>DIVISIBILITA' TRA POLINOMI</b>   |             |           |            |           |           |           |           |
| 2  |   |             |           |            |           |           |           |           |
| 3  | Stabilire se il polinomio $(ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g)$ è divisibile per il binomio $(x - m)$ |             |           |            |           |           |           |           |
| 4  |   |             |           |            |           |           |           |           |
| 5  | Grado dei termini   | 6           | 5         | 4          | 3         | 2         | 1         | 0         |
| 6  | Coefficienti del polinomio  | a           | b         | c          | d         | e         | f         | g         |
| 7  |   | -2          | 2         | -4         | 10        | -2        | 20        | 16        |
| 8  | Valore di m   | 2           |           |            |           |           |           |           |
| 9  |   |             |           |            |           |           |           |           |
| 10 | <b>Prodotti</b>   | <b>-128</b> | <b>64</b> | <b>-64</b> | <b>80</b> | <b>-8</b> | <b>40</b> | <b>16</b> |
| 11 | <b>Resto</b>  | <b>0</b>    |           |            |           |           |           |           |
| 12 |   |             |           |            |           |           |           |           |
| 13 | <b>I POLINOMI SONO DIVISIBILI TRA LORO</b>  |             |           |            |           |           |           |           |

Salviamo la cartella con il nome *Teorema di Ruffini*.