Esercizi di consolidamento

Il sistema di riferimento nel piano

1 Trova le misure dei segmenti che hanno come estremi le seguenti coppie di punti e le coordinate dei loro punti medi.

$A(1, -2)$ $\quad B\left(3, \frac{1}{4}\right)$; $\quad C\left(0, \frac{1}{2}\right)$ $\quad D\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$; $\quad E(4, -1)$ $\quad F\left(-2, \frac{3}{4}\right)$

$\left[\overline{AB} = \frac{\sqrt{145}}{4}, \overline{CD} = \frac{\sqrt{10}}{2}, \overline{EF} = \frac{25}{4}; \left(2, -\frac{7}{8}\right); \left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right); \left(1, -\frac{1}{8}\right)\right]$

2 Trova i secondi estremi dei seguenti segmenti di cui sono noti il primo estremo e il punto medio.

$A(5, 1)$ $\quad M_1\left(9, -\frac{1}{2}\right)$; $\quad C\left(5, \frac{7}{4}\right)$ $\quad M_2\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$; $\quad E\left(-15, \frac{5}{2}\right)$ $\quad M_3\left(-7, \frac{11}{4}\right)$

$\left[(13, -2); \left(0, \frac{3}{4}\right); (1, 3)\right]$

3 Un triangolo ABC ha i vertici di coordinate $A(1, 1)$, $B(3, -2)$, $C(4, 3)$. Stabilisci la natura del triangolo, trova la misura del suo perimetro e la lunghezza delle mediane. $\left[2\sqrt{13} + \sqrt{26}; \frac{1}{2}\sqrt{26}; \frac{1}{2}\sqrt{65}\right]$

4 Determina la natura del triangolo di vertici $A(-1, 0)$, $B(1, 2)$, $C(-2, 3)$ e calcolane il perimetro.

[isoscele di base AB; perimetro $= 2\left(\sqrt{10} + \sqrt{2}\right)$]

5 Dopo aver verificato che il triangolo di vertici $A(-1, 0)$, $B(-4, 4)$, $C\left(1, \frac{3}{2}\right)$ è rettangolo, calcolane l'area. $\left[\frac{25}{4}\right]$

6 Dopo aver verificato che il triangolo di vertici $A(5, -2)$, $B(5, 3)$, $C\left(17, \frac{1}{2}\right)$ è isoscele, calcolane l'area. [30]

7 Trova gli estremi del segmento AB di misura 1, sapendo che il suo punto medio ha coordinate $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{7}\right)$ e che è parallelo all'asse x.

$\left[A\left(0, \frac{5}{7}\right); B\left(1, \frac{5}{7}\right)\right]$

8 Il punto $P(a-2, 3a+4)$ ha distanza dall'origine uguale a $\sqrt{10}$; quali sono le coordinate di P? [$P(-3, 1)$]

9 Le coordinate dei primi tre vertici del parallelogramma $ABCD$ sono $A(-3, -1)$, $B(0, 1)$, $C(2, 5)$; trova le coordinate del punto D.
(Suggerimento: ricorda che in un parallelogramma le diagonali si incontrano nel punto medio, quindi il punto medio di AC è anche punto medio di BD) [$D(-1, 3)$]

10 Del rettangolo $ABCD$ si sa che ha un vertice in $A\left(3, \frac{3}{2}\right)$, che un lato è parallelo all'asse delle ascisse, che ha centro nel punto $P\left(1, \frac{5}{2}\right)$. Trova le coordinate degli altri vertici.

$\left[B\left(3, \frac{7}{2}\right), C\left(-1, \frac{7}{2}\right), D\left(-1, \frac{3}{2}\right)\right]$

11 Trova l'area del quadrilatero $ABB'A'$ essendo $A\left(1, \frac{3}{2}\right)$, $B\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$ ed essendo A' e B' le proiezioni di A e B sull'asse delle ascisse. $\left[\frac{15}{4}\right]$

12 Verifica che il triangolo ABC di vertici $A\left(1, \frac{3}{2}\right)$, $B\left(3, \frac{5}{2}\right)$ e C, proiezione di B sull'asse delle ascisse, è isoscele di base AB e calcolane l'area. $\left[\frac{5}{2}\right]$

13 Dopo aver verificato che il quadrilatero di vertici $A(1, 3)$, $B(2, -5)$, $C(6, 2)$, $D(5, 10)$ è un rombo, calcolane l'area. [39]
(Suggerimento: affinchè un quadrilatero sia un rombo è sufficiente che abbia i lati congruenti)

14 I punti $A(-1, -2)$ e $B\left(-\frac{5}{2}, 3\right)$ insieme con A'e B', loro proiezioni sull'asse delle ordinate, individuano un quadrilatero; determina la sua natura e calcolane il perimetro e l'area.
$\left[\text{perimetro} = \frac{17+\sqrt{109}}{2};\ \text{area} = \frac{35}{4}\right]$

15 Trova l'area del triangolo ABD dove D è il quarto vertice del parallelogramma $A(-2, 1)$, $B(1, 1)$, $C\left(\frac{3}{2}, 5\right)$. [6]

16 Il segmento AB misura $\sqrt{13}$; se $A(k, 1)$ e $B(k+2, 2-4k)$ quali sono le coordinate dei suoi estremi?
$\left[A_1\left(-\frac{1}{2}, 1\right), B_1\left(\frac{3}{2}, 4\right); A_2(1, 1), B_2(3, -2)\right]$

17 Il baricentro di un triangolo ABC ha coordinate $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ e due vertici sono i punti $A(0, 2)$ e $B\left(\frac{7}{2}, 1\right)$. Trova le coordinate del vertice C e verifica poi che il baricentro divide ciascuna mediana in due parti tali che quella che contiene il vertice è doppia dell'altra. $[C(1, -6)]$

18 Un parallelogramma ha centro nel punto $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$ e due vertici nei punti $A(1, 2)$ e $B\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$; trova le coordinate degli altri due vertici e verifica che si tratta di un rombo. $\left[C(-5, -1), D\left(-3, \frac{5}{2}\right)\right]$

19 I punti $A\left(-1, \frac{1}{2}\right)$, $B(3, 2)$, $C\left(\frac{9}{2}, -2\right)$ sono i primi tre vertici del parallelogramma $ABCD$; dopo aver trovato le coordinate del punto D, verifica che si tratta di un quadrato. $\left[D\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}\right)\right]$

20 Trova le coordinate del punto P sull'asse x che è equidistante dai punti $A\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ e $B\left(\frac{5}{3}, 1\right)$ e calcola poi il perimetro e l'area del triangolo ABP.
$\left[P\left(\frac{1}{2}, 0\right);\ \text{perimetro} = \frac{2}{3}\sqrt{17}+\frac{1}{3}\sqrt{85};\ \text{area} = \frac{17}{18}\right]$

21 Un punto P è equidistante dai punti $A(-1, 2)$ e $B(3, -1)$ e di esso si sa inoltre che la sua ascissa è uguale alla sua ordinata; calcola le sue coordinate e determina poi la sua distanza dal segmento AB.
$\left[P\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right); d = \frac{5}{2}\right]$

22 I punti $A(-5, 4)$ e $B(3, 0)$ sono due vertici del triangolo ABC di cui $M(0, 5)$ è il punto medio del lato AC. Trova le coordinate del vertice C e stabilisci se si tratta di un triangolo rettangolo. $[C(5, 6)]$

23 I punti di coordinate $(-1, 3)$, $(4, 5)$, $(2, -1)$ sono tre dei vertici di un parallelogramma; trova le coordinate del quarto e verifica che esistono tre soluzioni. $[(7, 1); (1, 9); (-3, -3)]$

La retta nel piano cartesiano

24 Determina quali fra i seguenti punti appartengono alla retta di equazione $y = 3x - \frac{1}{2}$:

$A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ $\quad B(1, -2)$ $\quad C\left(-\frac{1}{6}, -1\right)$ $\quad D\left(0, \frac{1}{2}\right)$ $\quad E\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ $\quad [A, C, E]$

25 Trova le ordinate dei punti appartenenti alla retta di equazione $y = 2x - \frac{1}{2}$ con ascisse rispettivamente uguali a 1 e $-\frac{1}{2}$; disegna poi il grafico della retta. $\left[\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right]$

26 Trova le ascisse dei punti appartenenti alla retta di equazione $y = \frac{1}{5}x - 2$ con ordinata uguale a -1 e $\frac{3}{5}$; disegna poi il grafico della retta. $[5; 13]$

27 Calcola il coefficiente angolare delle rette che passano per le seguenti coppie di punti:

a. $A(1, 3)$ e $B(-2, -1)$ $\quad \left[m = \frac{4}{3}\right]$

b. $A(2, 1)$ e $B(0, 5)$ $\quad [m = -2]$

c. $A\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ e $B\left(\frac{5}{2}, -1\right)$ $\quad [m = -1]$

d. $A\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ e $B\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ $\quad [m = 0]$

e. $A(4, 1)$ e $B(4, -3)$ $\quad$ [non esiste]

28 Scrivi l'equazione della retta cha passa per i punti $A\left(3, -\frac{1}{5}\right)$ e $B\left(\frac{2}{5}, -1\right)$. $\quad \left[y = \frac{4}{13}x - \frac{73}{65}\right]$

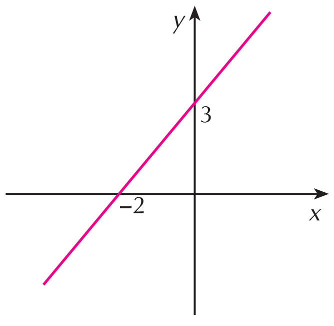
29 Qual è l'equazione della retta in figura?

a. $y = 3$

b. $y = 3(x + 2)$

c. $2y - 6 = 3x$

d. $y = -2x + 3$ $\quad$ [**c.**]



30 Quale delle seguenti rette passa per il punto $P(-1, 2)$?

a. $y = x - \frac{5}{2}$ $\quad$ **b.** $y = 2x - 5$ $\quad$ **c.** $2x - y + 5 = 0$ $\quad$ **d.** $2y - x - 5 = 0$ $\quad$ [**d.**]

31 I punti $A\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$, $B(2, 1)$, $C(3, 2)$, sono i vertici di un triangolo. Trova le equazioni delle rette dei suoi lati.
$\left[AB: y = \frac{5}{9}x - \frac{1}{9}; AC: y = \frac{2}{3}x; BC: y = x - 1\right]$

32 Data la retta $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ determina le coordinate dei punti A e B di intersezione con gli assi cartesiani e trova la misura del segmento AB. $\left[\left(-\frac{2}{3}, 0\right); \left(0, \frac{1}{2}\right); \overline{AB} = \frac{5}{6}\right]$

33 Stabilisci se i seguenti punti sono allineati:

a. $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $B(2, 5)$ $C(1, 2)$

b. $A(2, 8)$ $B(0, 5)$ $C(1, 4)$

c. $A\left(1, \frac{9}{5}\right)$ $B(-10, -7)$ $C(0, 1)$

34 Individua se le seguenti coppie di rette sono parallele o perpendicolari:

a. $y = 2x - 3$ $2y - 4x = 0$ [parallele]

b. $2y + x - 3 = 0$ $y = 2x$ [perpendicolari]

c. $3y = 2x - 3$ $2y - 3x = 1$ [nè parallele nè perpendicolari]

d. $x = 5y - \frac{3}{4}$ $2y = 1 - 10x$ [perpendicolari]

e. $y + 3 = 0$ $4x = 3$ [perpendicolari]

35 E' data la retta di equazione $3x + 4y - 2 = 0$; a quale delle rette rappresentate dalle seguenti equazioni risulta perpendicolare?

a. $3x - 4y + 1 = 0$ **b.** $4x - 3y = 0$ **c.** $4x + 3y - 5 = 0$ **d.** $3x + 4y - 7 = 0$ [**b.**]

36 Per quale valore del parametro reale k la retta di equazione $(k - 1)x + 2ky - 5 = 0$ passa per il punto $A(1, -1)$?

a. -6 **b.** $\frac{5}{2}$ **c.** 6 **d.** 0 [**a.**]

37 Per quale valore di k le rette di equazioni $3x + ky - 2 = 0$ e $3y - 2kx + 3 = 0$ sono parallele?

a. $k = -\frac{3}{2}$ **b.** $k = \frac{3}{2}$ **c.** $k = -\frac{2}{3}$ **d.** per nessun valore di k [**d.**]

38 Scrivi l'equazione delle rette che passano per il punto P ed hanno il coefficiente angolare dato:

a. $P(0, -2)$ $m = -1$ $[y = -x - 2]$

b. $P(2, 1)$ $m = \frac{1}{3}$ $\left[y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right]$

c. $P(-1, 1)$ $m = -\frac{1}{4}$ $\left[y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}\right]$

d. $P\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ $m = 3$ $[y = 3x + 1]$

39 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto $A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ e che è parallela a quella di equazione $y = 3x - 2$. $\left[y = 3x + \frac{1}{2}\right]$

40 Trova l'equazione della retta per l'origine che è perpendicolare a quella che passa per i punti $A(1, 2)$, $B\left(-1, \frac{3}{2}\right)$. $[y = -4x]$

(Suggerimento: trova il coefficiente angolare di AB e ricava quello della retta perpendicolare)

41 Scrivi l'equazione della retta perpendicolare a quella di equazione $2x - 3y - 1 = 0$ e che la interseca nel punto di ascissa $-\frac{1}{2}$. $\left[y = -\frac{3}{2}x - \frac{17}{12}\right]$

42 Scrivi l'equazione della retta perpendicolare a quella di equazione $y + 1 = 2x$ e che la interseca nel punto di ordinata -3. $\left[y = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2}\right]$

43 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(-2, 5)$ e perpendicolare a quella che passa per i punti $A(-2, 2)$ e $B\left(-1, \frac{3}{2}\right)$. $[y = 2x + 9]$

44 Scrivi le equazioni delle rette passanti per il punto $P\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ che sono rispettivamente parallela e perpendicolare a quella che passa per i punti $A(5, 2)$ e $B(1, -3)$. $[5x - 4y + 7 = 0;\ 10y + 8x + 3 = 0]$

45 Scrivi l'equazione della retta perpendicolare a quella di equazione $y - \frac{1}{2} + 2x = 0$ che la interseca nel punto di ascissa $\frac{1}{4}$. $\left[y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\right]$

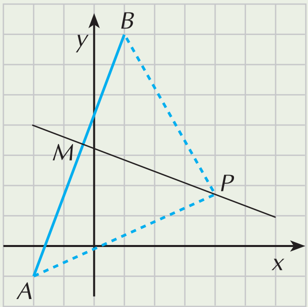
46 Trova l'equazione della retta passante per $P(1, -3)$ che interseca quella di equazione $y = 3x - 2$ nel punto di ordinata -5. $[y = x - 4]$

47 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto A di intersezione fra le rette di equazioni $x + 3y - 4 = 0$ e $2x + y - 1 = 0$ ed è perpendicolare a quella che passa per i punti di coordinate $(2, 2)$ e $(-3, 1)$. $\left[y = -5x + \frac{2}{5}\right]$

48 Trova le coordinate del punto P di intersezione delle rette di equazioni $r: y = \frac{1}{2}x - 4$ e $s: y = -2x + 1$ e determina la sua distanza dall'origine. $[P(2, -3);\ \sqrt{13}]$

49 **ESERCIZIO GUIDATO**

Scrivi l'equazione della retta asse del segmento di estremi $A(-2, -1)$ e $B(1, 7)$.



Puoi procedere in due modi:

- calcolare il punto medio M del segmento AB, il coefficiente angolare della retta AB e scrivere l'equazione della retta che passa per M ed è perpendicolare ad AB
- considerare il generico punto $P(x, y)$ dell'asse e imporre che sia equidistante dagli estremi:

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-7)^2}$$

$$(x+2)^2 + (y+1)^2 = (x-1)^2 + (y-7)^2$$

$$6x + 16y - 45 = 0$$

50 Trova l'equazione della retta asse del segmento avente per estremi i punti assegnati:

a. $A(1, 3)$ $\qquad B\left(3, \frac{3}{2}\right)$ $[16x - 12y - 5 = 0]$

b. $A\left(-3, \frac{1}{2}\right)$ $B(4, -2)$ $[56x - 20y - 43 = 0]$

c. $A(\sqrt{2}, 0)$ $B(0, -\sqrt{2})$ $[x + y = 0]$

51 Calcola la distanza dei punti P assegnati dalle rette indicate:

a. $P(1, 0)$ $2x + y - 1 = 0$ $\left[\frac{\sqrt{5}}{5}\right]$

b. $P\left(\frac{1}{3}, -1\right)$ $y = \frac{3}{2}x + 4$ $\left[\frac{11\sqrt{13}}{13}\right]$

c. $P\left(-2, -\frac{5}{2}\right)$ $y + x = 2$ $\left[\frac{13\sqrt{2}}{2}\right]$

d. $P(4, 2)$ $y = 6x - 1$ $\left[\frac{21\sqrt{37}}{37}\right]$

52 Calcola la distanza del punto $P(3, -2)$ dalla retta passante per i punti di coordinate $(0, 1)$ e $(5, 3)$.
$\left[\frac{21\sqrt{29}}{29}\right]$

53 Calcola la distanza del punto $P\left(4, \frac{2}{3}\right)$ dalla retta che taglia gli assi cartesiani nei punti di ascissa $-\frac{3}{2}$ e ordinata 1.
$\left[\frac{9\sqrt{13}}{13}\right]$

54 Calcola l'area del triangolo ABC nei seguenti casi:

a. $A(1, 2)$ $B\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ $C(-2, -1)$

b. $A(2, 1)$ $B(-1, 5)$ $C(-3, 0)$

c. $A\left(\frac{7}{2}, 1\right)$ $B\left(1, \frac{5}{2}\right)$ $C\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

d. $A\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ $B\left(1, \frac{13}{2}\right)$ $C\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

55 Le rette $y = -3x + 2$ e $y = 2x + 4$ si intersecano in A ed intersecano l'asse x nei punti B e C. Calcola l'area del triangolo ABC.
$\left[\frac{64}{15}\right]$

56 Dopo aver verificato che il quadrilatero di vertici $A(5, 0)$, $B(-1, 3)$, $C(-3, -2)$, $D(3, -5)$ è un parallelogramma, calcolane l'area e trova le equazioni delle sue diagonali.
$[36;\ x - 4y - 5 = 0;\ 2x + y - 1 = 0]$

57 Il punto $B\left(\frac{7}{2}, 4\right)$ è il punto di intersezione di due rette perpendicolari r e s; la retta r passa anche per il punto $A(1, -2)$, e la retta s passa per il punto C di ordinata 9. Calcola l'area del triangolo ABC.
$\left[\frac{169}{4}\right]$

58 Un triangolo rettangolo in $B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ è anche isoscele, ed ha i vertici A e C entrambi di ascissa $-\frac{3}{2}$. Dopo aver trovato le coordinate di questi due punti, calcola perimetro e area del triangolo.
$\left[\text{perimetro} = 4(\sqrt{2} + 1);\ \text{area} = 4\right]$

59 Il segmento AB, lungo 5, appartiene alla retta $y = \frac{4}{3}x + 1$ e le coordinate del suo punto medio M sono $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$; trova le coordinate di A e B. $[A(0, 1); B(3, 5)]$

60 Il segmento AB, lungo $\sqrt{5}$, appartiene ad una retta di coefficiente angolare $\frac{1}{2}$; se le coordinate di A sono $(2, 1)$ quali sono quelle di B? $[(0, 0) \vee (4, 2)]$

61 Le rette $t: 2x - 3y - 2 = 0$ e $r: 3x + y - 25 = 0$ si intersecano in B; una parallela alla retta r passante per il punto di coordinate $\left(\frac{5}{3}, -2\right)$ interseca t in A; indicato con A' il punto proiezione di A sull'asse delle ordinate, calcola l'area del parallelogramma che ha AA' e AB come vertici consecutivi. $[4]$

62 Sono dati i punti $A\left(-1, \frac{5}{2}\right)$, $B\left(1, \frac{3}{2}\right)$, $C\left(\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right)$, $D\left(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2}\right)$; scrivi le equazioni delle rette r e s rispettivamente assi dei segmenti AB e CD e calcola il loro punto di intersezione E. Indicato con P il punto di ordinata positiva appartenente alla retta r che ha distanza uguale a $\frac{1}{\sqrt{17}}$ dalla retta s, calcola l'area del triangolo EPH essendo H il punto medio del segmento CD.

$\left[E(-1, 0);\ P\left(-\frac{6}{7}, \frac{2}{7}\right);\ H\left(5, \frac{3}{2}\right);\ \text{area} = \frac{3}{4}\right]$

63 Il segmento AB, lungo $\frac{5}{2}$, appartiene ad una retta con coefficiente angolare $-\frac{3}{4}$; se le coordinate di A sono $(-1, 4)$ quali sono quelle di B? $\left[\left(1, \frac{5}{2}\right) \vee \left(-3, \frac{11}{2}\right)\right]$

64 Scrivi le equazioni delle due rette r e s passanti rispettivamente per i punti $D\left(\frac{5}{2}, -\frac{11}{2}\right)$ e $C\left(\frac{15}{2}, -11\right)$ ed entrambe di coefficiente angolare $-\frac{12}{5}$ e indica con A e B le loro intersezioni con l'asse y. Individua la natura del quadrilatero convesso che ha per vertici i punti A, B, C, D e calcolane l'area. $\left[\frac{65}{2}\right]$

65 Un rombo ha un vertice nel punto $A(1, 0)$ e le sue diagonali si intersecano in $P(2, 2)$; calcola le coordinate degli altri vertici sapendo che ha area uguale a 5. $\left[\left(3, \frac{3}{2}\right), (3, 4), \left(1, \frac{5}{2}\right)\right]$

66 Verifica che il quadrilatero $ABCD$ di vertici $A\left(-2, \frac{1}{2}\right)$, $B(-1, -1)$, $C(2, 1)$, $D\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ è un trapezio rettangolo di base maggiore BC; calcolane quindi il perimetro e l'area.
(Suggerimento: devi verificare che i lati delle basi sono paralleli e che uno dei lati obliqui è perpendicolare alle basi; non serve calcolare le equazioni delle rette, bastano i loro coefficienti angolari)

$\left[\text{perimetro} = \frac{1}{2}\left(4\sqrt{13} + \sqrt{26}\right);\ \text{area} = \frac{39}{8}\right]$

67 Dopo aver verificato che il quadrilatero $A(-2, 4)$, $B\left(\frac{1}{2}, 9\right)$, $C\left(\frac{5}{2}, \frac{21}{2}\right)$, $D\left(8, \frac{23}{2}\right)$ è un trapezio isoscele calcolane area e perimetro.

$\left[\text{area} = \frac{75}{4};\ \text{perimetro} = 5\left(\sqrt{5} + 3\right)\right]$

68 Dato il triangolo $A\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right) B\left(\sqrt{3}, \frac{3}{2}\right) C\left(\sqrt{3}, \frac{7}{2}\right)$, scrivi le equazioni delle rette dei suoi lati, verifica che si tratta di un triangolo isoscele e trova le coordinate del punto D che, insieme ai precedenti, forma un rombo.

$\left[y = \frac{2}{\sqrt{3}}x - \frac{1}{2};\ y = -\frac{2}{\sqrt{3}}x + \frac{11}{2};\ y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + 4;\ x = \sqrt{3};\ D\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right)\right]$

69 Scrivi le equazioni delle rette dei lati del triangolo ABC i cui vertici hanno coordinate $A(3, 6)$, $B(0, 2)$, $C\left(\frac{63}{5}, -\frac{6}{5}\right)$. Calcola poi il perimetro e l'area del triangolo.

$\left[y = \frac{4}{3}x + 2;\ y = -\frac{3}{4}x + \frac{33}{4};\ y = -\frac{16}{63}x + ;\ \text{perimetro} = 30;\ \text{area} = 30\right]$

70 Determina la natura del quadrilatero $ABCD$ di vertici $A(3, 5)$, $B\left(\frac{15}{2}, 11\right)$, $C(-1, 8)$, $D\left(\frac{7}{2}, 14\right)$ e calcolane poi il perimetro e l'area.

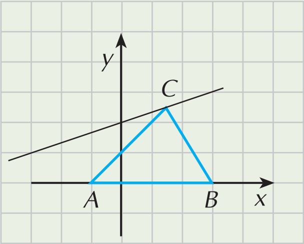
$\left[\text{è un rettangolo; perimetro} = 25;\ \text{area} = \frac{75}{2}\right]$

71 Data la retta s di equazione $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ siano A e D i suoi punti di ascissa 0 e 2; scrivi le equazioni delle rette r e t entrambe di coefficiente angolare $-\frac{1}{18}$ che passano rispettivamente per A e per D; indicato poi con C il punto di r di ascissa 1 e con B il punto di t di ascissa 3, calcola l'area del quadrilatero $ACBD$ dopo averne individuata la natura.

$\left[\frac{25}{18}\right]$

72 ## ESERCIZIO GUIDATO

Un triangolo ha area 5 e due vertici nei punti $A(-1, 0)$ e $B(3, 0)$; trova le coordinate del terzo vertice C sapendo che si trova nel primo quadrante e che appartiene alla retta di equazione $y = \frac{1}{3}x + 2$.



- Considera il lato AB come base del triangolo: $\overline{AB} =$ ......
- se l'area è uguale a 5, l'altezza misura: ....
- il punto C appartiene alla retta data ed ha quindi coordinate generiche $\left(k, \frac{1}{3}k + 2\right)$
- la sua distanza dalla retta AB, che è l'asse delle ascisse, è quindi $\left|\frac{1}{3}k + 2\right|$

Basta adesso imporre che la distanza sia uguale all'altezza.

$\left[\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)\right]$

73 Sono dati i punti $A(-3, 2)$, $B\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$, $C\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{48}\right)$, $D\left(5, \frac{59}{48}\right)$; un triangolo ha due vertici nei punti medi dei segmenti AB e CD ed il terzo vertice è l'intersezione degli assi di questi due segmenti. Dopo aver individuato la natura di questo triangolo, trovane il perimetro e l'area.

$\left[\text{perimetro} = 15;\ \text{area} = \frac{75}{8}\right]$

74 Un triangolo ha per lati le rette di equazioni $y = \frac{1}{2}x + 3$, $3x + 2y - 22 = 0$, $3x + 10y - 14 = 0$; trova le coordinate dei suoi vertici e la misura delle tre altezze. $\left[(8, -1), (4, 5), (-2, 2); \frac{16}{\sqrt{5}}, \frac{24}{\sqrt{13}}, \frac{48}{\sqrt{109}}\right]$

75 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto medio del segmento di estremi $A\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$ e $B\left(\frac{5}{3}, 2\right)$ e che intercetta sull'asse y un segmento doppio di quello intercettato sull'asse x. $[6x + 3y - 4 = 0]$

76 Dati i punti $A(-3, 2)$, $B(1, 4)$, $C(5, 0)$, trova le coordinate del punto P di intersezione degli assi dei segmenti AB e BC e verifica che anche l'asse del segmento AC passa per P. $\left[P\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)\right]$

77 Trova le coordinate dei vertici mancanti del quadrato $ABCD$ sapendo che un lato ha per estremi i punti $A\left(\frac{4}{3}, 1\right)$ e $B(3, 5)$ e che i lati ad esso perpendicolari intersecano l'asse delle ordinate. Calcolane quindi il perimetro e l'area. $\left[\left(-\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right)\left(-1, \frac{20}{3}\right); \text{perimetro} = \frac{52}{3}; \text{area} = \frac{169}{9}\right]$

78 Fra le rette di equazione $x - 2(k + 1)y - 3k = 0$ individua:

a. la retta r che passa per l'origine $[x - 2y = 0]$

b. la retta s che, insieme con r, e con l'asse y forma un triangolo di area $\frac{15}{2}$. $[13x - 6y + 30 = 0; 7x + 6y + 30 = 0]$

79 Di un rettangolo $ABCD$ si sa che il vertice A ha coordinate $(1, 4)$, il punto B appartiene all'asse x ed il lato AB appartiene ad una retta di coefficiente angolare -1; il centro del rettangolo è il punto P di coordinate $(4, 3)$. Trova le equazioni dei suoi lati e le coordinate dei rimanenti vertici. $[B(5, 0), C(7, 2), D(3, 6); y = x + 3, y = x - 5, y = -x + 5, y = -x + 9]$

80 Il triangolo ABC, isoscele di base AB ha il lato AB che appartiene alla retta di equazione $2x + y = 0$ e il lato AC sulla retta di equazione $y = 4$; trova le coordinate dei vertici del triangolo sapendo che i lati congruenti misurano 6. $\left[A(-2, 4); B_1\left(\frac{2}{5}, -\frac{4}{5}\right); C_1(4, 4); B_2\left(-\frac{22}{5}, \frac{44}{5}\right); C_2(-8, 4)\right]$

81 Un triangolo ABC ha area $\frac{21}{2}$ e due suoi vertici sono i punti $A(-2, 2)$ e $B(4, -1)$. Trova le coordinate del vertice C sapendo che appartiene alla retta di equazione $x - 4y + 15 = 0$. $\left[C_1(1, 4); C_2\left(-\frac{25}{3}, \frac{5}{3}\right)\right]$

82 Scrivi l'equazione delle parallele alla bisettrice del primo e terzo quadrante che distano da essa $3\sqrt{2}$; siano r la parallela di ordinata positiva e s quella di ordinata negativa. La prima interseca l'asse delle ordinate nel punto Q, la seconda interseca l'asse delle ascisse in R. Se P è il punto della bisettrice di ascissa 8, quali sono le coordinate del centro della circonferenza circoscritta al triangolo PQR? $\left[\left(\frac{23}{5}, \frac{23}{5}\right)\right]$