

La geometria analitica

A qualunque studente appare del tutto naturale lavorare applicando l'algebra alla geometria; il metodo delle coordinate viene introdotto fin dalla scuola di base per rappresentare grafici di vario genere e noi in quest'area abbiamo imparato a risolvere problemi di natura geometrica su segmenti, triangoli, parallelogrammi e altro ancora utilizzando l'algebra.

Ma tutta la conoscenza umana che oggi appare scontata è stata spesso frutto di piccole conquiste e qualche volta di grandi rivoluzioni; l'introduzione del metodo delle coordinate è stata indubbiamente una rivoluzione del pensiero che ha portato a sviluppi successivi di grande portata.

La **geometria analitica**, così viene detta quella parte della matematica che utilizza il metodo delle coordinate per rappresentare relazioni fra due variabili, nacque in Francia attorno alla prima metà del seicento ad opera di due grandi matematici, **René Descartes** (1596-1650), più noto in Italia con il nome di **Cartesio**, e **Pierre de Fermat** (1601-1665).



René Descartes



Pierre de Fermat

In quel periodo non esistevano organizzazioni ufficiali che coordinassero e diffondessero gli studi dei matematici; in Inghilterra, Francia e Italia, tuttavia, erano sorti con questo scopo dei gruppi scientifici spontanei, fra cui l'*Accademia dei Lincei* (a cui apparteneva anche Galileo) e l'*Accademia del Cimen-*

to in Italia, il *Cabinet Du Puy* in Francia e l'*Invisible College* in Inghilterra.

Fu però anche grazie all'opera di un importante personaggio, un frate francese di nome **Marin Mersenne** (1588-1648), che le idee e gli studi dei matematici dell'epoca si poterono diffondere. Questo personaggio era infatti amico di molti matematici, fra cui anche Cartesio e Fermat e, quando veniva a conoscenza di qualche nuova idea o scoperta in campo scientifico, subito con la sua fitta rete epistolare ne informava l'intera comunità accademica.

In questo modo, la matematica si sviluppò in questo periodo più per una sua logica interna, che non per una reale necessità dettata da sollecitazioni concrete legate all'evoluzione della società in campo economico e tecnologico.

In questo ambiente, nel 1637, come appendice alla sua opera più importante, *Discorso sul metodo per ragionare bene e cercare la verità nelle scienze*, Cartesio pubblicò la *Geometrie* con la quale fece conoscere ai contemporanei i principi di un metodo che solo un secolo più tardi verrà chiamato geometria analitica.

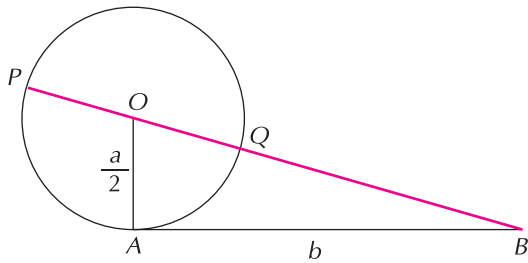
Originariamente il metodo di Cartesio era molto diverso da come lo intendiamo noi oggi. Egli non lavorava con coordinate ortogonali, ma con coordinate oblique; non usava quindi formule per la distanza o per trovare un punto di suddivisione di un segmento; non tracciava curve a partire dalle loro equazioni, tant'è vero che non capì mai pienamente il significato delle coordinate negative: sapeva che esistevano, ma lavorava solo con ascisse e ordinate positive. Inoltre egli si serviva del metodo da lui stesso inventato sostanzialmente per risolvere equazioni in una variabile dal punto di vista geometrico.

Per risolvere un'equazione di secondo grado nella forma

$$x^2 = ax + b^2$$

egli considerava un segmento AB di lunghezza b , e costruiva il cerchio ad esso tangente in A e di raggio $\frac{a}{2}$; tracciata la retta BO per il centro di tale cerchio, il segmento PB rappresentava la soluzione cercata

(se applichi il teorema delle secanti scoprirai che PB è proprio una delle soluzioni di questa equazione). Quindi ancora un metodo geometrico.



La novità del lavoro di Cartesio consisteva nel fatto che egli passava indifferentemente dall'algebra alla geometria e viceversa a seconda della convenienza. Lo scopo del suo metodo era quindi duplice: da una parte liberare la geometria dal ricorso a figure, riducendo le relazioni fra i loro elementi ad equazioni algebriche, dall'altra dare un significato geometrico alle operazioni dell'algebra.

Le idee scientifiche di Cartesio, che oltre che di matematica si occupava anche di filosofia e di fisica, diventarono popolari anche fra i non scienziati perché erano presentate in modo chiaro e accattivante. Furono però avversate dalla Chiesa perché nei suoi scritti egli sosteneva che la Bibbia non doveva essere considerata la fonte della conoscenza scientifica, che l'uomo dovrebbe accettare solo ciò che è in grado di capire e che la ragione da sola bastava per

dimostrare l'esistenza di Dio; le opere di Cartesio vennero quindi dichiarate libri proibiti come quelle di Galileo.

Se senza alcun dubbio l'opera di Cartesio fu davvero una rivoluzione, il suo limite fu però quello di non avere mai preso in seria considerazione, se non di sfuggita, le equazioni in due variabili che danno origine a luoghi geometrici.

Chi invece intuì l'importanza delle equazioni in due variabili fu Pierre de Fermat, avvocato di Tolosa che aveva grande interesse per le scienze e si diletta di matematica. Almeno un anno prima della pubblicazione della *Geometrie* di Cartesio, Fermat scoprì che un'equazione in due variabili è costituita da un insieme di punti che descrivono una linea.

I due studiosi si lanciarono in una controversia sulla paternità della scoperta del metodo delle coordinate perché, se è vero che i lavori di Fermat furono pubblicati solo nel 1679, è anche vero che le sue idee sulla geometria delle coordinate sono del 1629, mentre la pubblicazione della *Geometrie* di Cartesio è del 1637.

I matematici del tempo si schierarono chi per l'uno chi per l'altro e fu solo parecchio tempo dopo che i rapporti fra i due studiosi si addolcirono un poco. In una sua opera del 1660 Fermat, discutendo di un errore trovato nella *Geometrie*, dice chiaramente di ammirare il genio di Cartesio anche quando commette errori. Cartesio non fu altrettanto gentile con Fermat.