

Rette perpendicolari e rette parallele

1

ESERCIZIO SVOLTO

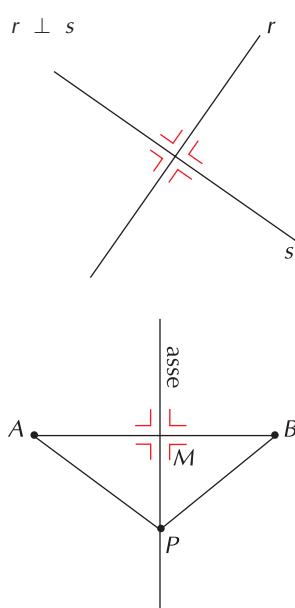
Due rette sono perpendicolari se incontrandosi formano quattro angoli retti.

L'asse di un segmento è la retta perpendicolare condotta nel punto medio del segmento. L'asse di un segmento gode della proprietà per cui tutti i punti che appartengono ad essa sono equidistanti dagli estremi del segmento.

Hp. $AM \cong MB$

$P \in$ asse

Th. $PA \cong PB$



Dimostrazione.

Indicato con M il punto medio del segmento AB , consideriamo triangoli rettangoli AMP e BMP essi hanno:

$AM \cong MB$ per ipotesi

$MP \cong MP$ per la proprietà riflessiva della congruenza

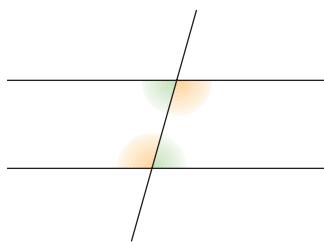
$\widehat{AMP} \cong \widehat{PMB}$ perché angoli retti

quindi i due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza e in particolare si avrà $AP \cong PB$.

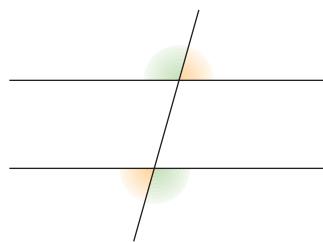
2

ESERCIZIO SVOLTO

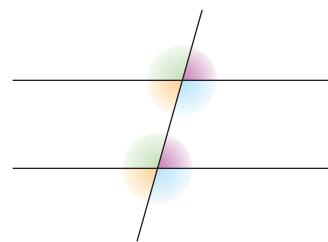
Le rette parallele. Quando si tagliano due rette parallele con una trasversale, si vengono a formare otto angoli, quattro con la trasversale e la prima parallela e quattro con la trasversale e la seconda parallela che, a seconda della loro posizione reciproca hanno nomi particolari che puoi rilevare dalle figure:



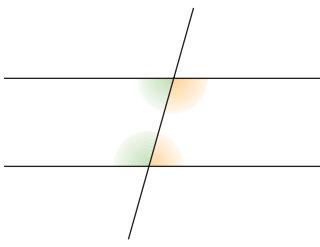
alterni interni



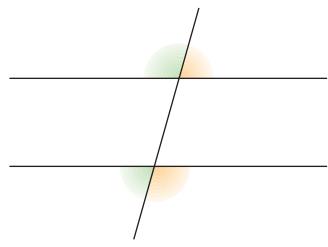
alterni esterni



corrispondenti



coniugati interni



coniugati esterni

Fra questi angoli sussistono le seguenti relazioni:

- gli angoli alterni sono congruenti
- gli angoli corrispondenti sono congruenti
- gli angoli coniugati sono supplementari.

Viceversa, se per una coppia di angoli si verifica una di queste proprietà, le rette sono parallele.

Dimostriamo allora il seguente teorema.

Disegniamo un triangolo ABC isoscele di base BC e tracciamo da A la retta r parallela alla base; tracciamo poi la bisettrice dell'angolo di vertice B che incontra r in P . Dimostriamo che i triangoli ABP e APC sono isosceli.

Costruiamo la figura e scriviamo l'ipotesi e la tesi del teorema.

Hip. $AB \cong \dots \dots \dots$ **Th.** \widehat{ABP} è isoscele

$AP \parallel BC$ \widehat{APC} è isoscele

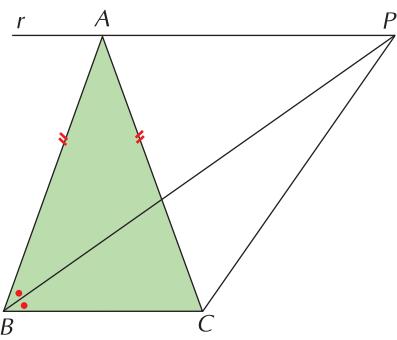
$\widehat{ABP} \cong \dots \dots \dots$

Dimostrazione.

L'angolo \widehat{APB} è alterno interno dell'angolo \widehat{PBC} rispetto alle rette parallele AP e BC tagliate dalla trasversale BP ; quindi $\widehat{APB} \cong \widehat{PBC}$. Ma $\widehat{PBC} \cong \widehat{ABC}$ per ipotesi, quindi $\widehat{APB} \cong \widehat{ABC}$ per la proprietà transitiva della congruenza.

Allora il triangolo ABP , avendo due angoli congruenti, è isoscele.

Osserviamo adesso che $AB \cong AC$ per ipotesi, ma $AB \cong AP$ perché abbiamo appena dimostrato che il triangolo ABP è isoscele, quindi, per la proprietà transitiva della congruenza, $AC \cong AP$ e perciò anche il triangolo APC è isoscele.



3 Disegna un triangolo equilatero ABC e, scelto un punto P su AB , traccia per P la parallela a BC che interseca AC in E . Dimostra che anche il triangolo APE è equilatero.

4 Disegna un triangolo isoscele ABC di vertice A ; traccia l'asse del lato AC fino ad incontrare in D la base BC o il suo prolungamento. Dimostra che il triangolo ADC è isoscele.

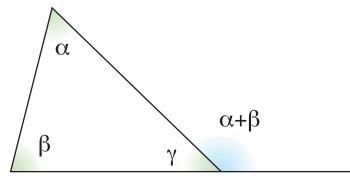
(Suggerimento: ricorda che ogni punto dell'asse è equidistante dagli estremi del segmento)

5

ESERCIZIO GUIDATA

L'angolo esterno e la somma degli angoli interni di un triangolo. Le applicazioni delle proprietà delle rette parallele ci dicono che:

- ciascun angolo esterno di un triangolo è congruente alla somma dei due angoli interni ad esso non adiacenti
- la somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto.



Tenendo presenti queste proprietà, rispondi ai quesiti del seguente problema seguendo la traccia indicata.

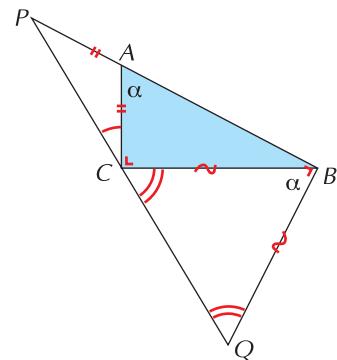
Disegna un triangolo ABC rettangolo in C , prolunga AB , dalla parte di A , di un segmento $AP \cong AC$ e congiungi P con C ; traccia poi da B la perpendicolare ad AB (dalla parte di C) e prendi su di essa un punto Q tale che $BQ \cong BC$. Indicando con α l'angolo \widehat{CAB} , trova in funzione di α le ampiezze degli angoli \widehat{ACP} e \widehat{BCQ} e verifica che sono complementari. Che cosa puoi dire dei punti P , C e Q ?

Dati del problema $AC \perp CB$

$$AP \cong \dots$$

$$QB \perp PB$$

$$BQ \cong \dots$$



Dimostrazione.

Essendo $PA \cong AC$, il triangolo PAC è e quindi $\widehat{ACP} \cong \dots$

L'angolo \widehat{CAB} che abbiamo indicato con α è angolo esterno del triangolo PAC , quindi, in funzione di α , $\widehat{ACP} \cong \dots$

Essendo $BQ \perp PB$ per ipotesi, l'angolo \widehat{CBQ} è complementare di e si può quindi indicare anch'esso con

Essendo $CB \cong BQ$, il triangolo CBQ è e quindi $\widehat{BCQ} \cong \dots$

Ma la somma degli angoli interni di un triangolo è, quindi, indicando con π tale angolo, in funzione di α si ha che $\widehat{BCQ} \cong \dots$

Gli angoli \widehat{ACP} e \widehat{BCQ} sono dunque complementari.

Prova ora a sommare gli angoli della figura che hanno vertice in C ; ottieni, quindi i punti P , C , Q sono

6

- Disegna un triangolo equilatero ABC , traccia le altezze AK e BH e chiama P il loro punto di intersezione. Dimostra che i triangoli APH e BPK hanno gli angoli congruenti a quelli di ciascuno dei triangoli rettangoli formati da un'altezza con un lato.