APPROFONDIMENTO

La simmetria dei due tipi di iperbole

Anche nel caso dell'iperbole possiamo ottenere l'equazione di un tipo a partire dall'altro utilizzando la simmetria rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante (***figura 1***).

Operando quindi le sostituzioni $x \to y$ e $y \to x$ sull'equazione $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ troviamo:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \text{cioè riordinando i termini} \quad \frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = -1$$

La forma è sostanzialmente la stessa con i ruoli scambiati dei parametri a e b.

Per esempio, consideriamo l'iperbole con i fuochi sull'asse x di equazione $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ che ha il semiasse trasverso uguale a 2 e quello non trasverso uguale a $\sqrt{5}$, per asintoti le rette $y = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}x$ (in verde nella ***figura 2***). La sua simmetrica rispetto alla retta $y = x$ ha equazione (in rosso nella stessa figura)

$$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = -1$$

e rappresenta un'iperbole con i fuochi sull'asse y, semiasse trasverso uguale a 2, semiasse non trasverso uguale a $\sqrt{5}$, asintoti di equazione $y = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}x$.

Figura 1

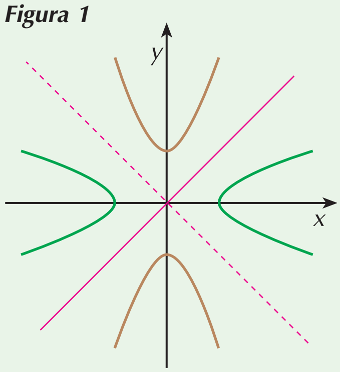
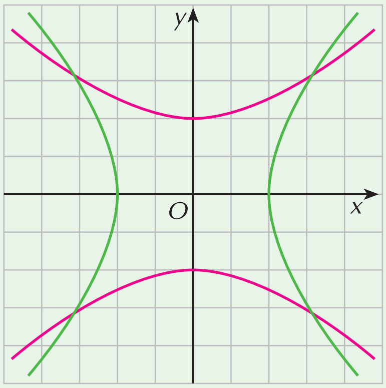


Figura 2



ESERCIZI

Scrivi le equazioni delle iperboli trasformate di quelle assegnate in una simmetria rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante e costruisci poi il grafico di entrambe le curve.

1 $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ $\qquad \frac{x^2}{18} - y^2 = -1$

2 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$ $\qquad \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$

3 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = -1$ $\qquad \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = -1$

4 $x^2 - \frac{y^2}{10} = 1$ $\qquad \frac{x^2}{36} - y^2 = -1$