

Concetti chiave e regole

Le rendite

Una **rendita** è una successione di importi (le rate) da riscuotere o da pagare in epoche stabilite (le scadenze) ad intervalli di tempo determinati (i periodi).

Una classificazione delle rendite può essere fatta secondo diversi parametri ed è riassunta nella seguente tabella:

| | | | |
|--|------------|-------------|------------|
| relativamente al periodo | ANNUA | FRAZIONATA | POLIENNALE |
| relativamente alla numerosità delle rate | TEMPORANEA | PERPETUA | |
| relativamente alla decorrenza | IMMEDIATA | DIFFERITA | |
| relativamente alla scadenza | ANTICIPATA | POSTICIPATA | |

Le rendite temporanee

Il **montante** di una rendita si calcola con due formule diverse a seconda se la rata è anticipata oppure posticipata:

- montante di una rendita posticipata: $M = R \cdot s_{\overline{n}|i}$ dove $s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
- montante di una rendita anticipata: $M = R \cdot \ddot{s}_{\overline{n}|i}$ dove $\ddot{s}_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)$

Il **valore attuale** di una rendita si calcola anch'esso con due formule diverse a seconda se la rata è anticipata oppure posticipata:

- valore attuale di una rendita posticipata: $V = R \cdot a_{\overline{n}|i}$ dove $a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$
- valore attuale di una rendita anticipata: $V = R \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|i}$ dove $\ddot{a}_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i)$

Le rendite differite

In una rendita differita il periodo di differimento p influisce solo sul calcolo del valore attuale:

- in caso di rata posticipata: $V = R \cdot {}_p/a_{\overline{n}|i}$ dove ${}_p/a_{\overline{n}|i} = a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-p}$
- in caso di rata anticipata: $V = R \cdot {}_p/\ddot{a}_{\overline{n}|i}$ dove ${}_p/\ddot{a}_{\overline{n}|i} = \ddot{a}_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^{-p}$

Le rendite perpetue

Una rendita è perpetua se ha un numero illimitato di rate; di questo tipo di rendite ha senso calcolare il solo valore attuale e si ha che:

- in caso di rata posticipata: $V = \frac{R}{i}$
- in caso di rata anticipata: $V = R \cdot \frac{(1+i)}{i}$

Il prestito

Un **prestito** o **mutuo** è la concessione di un capitale da parte di un soggetto A , il creditore, a un soggetto B , il debitore, il quale si impegna a restituire il capitale e a pagare gli interessi nei tempi convenuti. In genere si opera in regime di interesse semplice nel caso in cui la durata del prestito è inferiore all'anno, in regime di interesse composto negli altri casi.

Ogni prestito deve essere rimborsato e, a seconda delle regole su cui si basa il rimborso, si può avere un rimborso globale oppure graduale.

Il rimborso globale

Si parla di rimborso globale quando il capitale viene restituito interamente alla scadenza del periodo convenuto. Si può avere:

- il rimborso globale sia del capitale che degli interessi; per determinare l'importo che deve essere restituito si deve calcolare il montante del capitale prestato:

$$M = C(1 + it) \quad \text{in capitalizzazione semplice}$$

$$M = C(1 + i)^t \quad \text{in capitalizzazione composta}$$

- il rimborso globale del capitale e periodico degli interessi; l'ammontare dell'interesse si calcola con la formula:

$$I = C \cdot i \quad \text{se il tasso è annuo}$$

$$I = C \cdot \frac{i}{k} \quad \text{se il tasso è periodale}$$

- l'ammortamento americano in base al quale il debitore è tenuto a versare due importi:

- l'interesse sul debito che si calcola con la formula $I = C \cdot i$ se la rata è annua oppure $I = C \cdot \frac{i}{k}$ se la rata è periodale

- la rata di costituzione del capitale al tasso i' (minore di i) che si calcola con la formula $R = \frac{C \cdot i'}{(1 + i')^n - 1}$

Il rimborso graduale o ammortamento

In questo tipo di rimborso, il capitale e gli interessi vengono ripartiti in una serie di rate periodali fino all'estinzione del debito; ciascuna rata è composta da una quota capitale e da una quota interesse.

Le principali forme di ammortamento sono le seguenti.

- Ammortamento progressivo o francese**

È un ammortamento a rate costanti in cui sia la quota capitale che la quota interesse sono variabili.

Per calcolare la rata R si applica la formula: $R = C \cdot \alpha_{\overline{n}|i}$ con $\alpha_{\overline{n}|i} = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}}$

Inoltre:

la prima quota interesse è: $I_1 = C \cdot i$

la prima quota capitale è: $Q_1 = R - I_1$

la k -esima quota capitale è: $Q_k = Q_1(1 + i)^{k-1}$

la k -esima quota interesse è: $I_k = R - Q_k$

- Ammortamento uniforme o italiano**

È un ammortamento a rate variabili in cui:

la quota capitale è costante ed è: $Q = \frac{C}{n}$

la quota interesse è variabile ed è: $I_k = Ci \left(\frac{n - k + 1}{n} \right)$

la rata è variabile ed è: $R_k = Q + I_k = \frac{C}{n} + Ci \left(\frac{n - k + 1}{n} \right)$

Il leasing

In un contratto di leasing una società, detta *locatrice*, acquista un bene per conto di un soggetto o ente, detto *locatario*, concedendolo in uso dietro il pagamento di un canone di locazione.

Un contratto di leasing prevede il pagamento di:

- un acconto iniziale all'atto della stipula del contratto (il maxicanone)
- un certo numero di rate periodiche (i canoni)
- una somma stabilita E quale riscatto del bene.

Questo tipo di contratto ha come modello l'equazione

$$C = p \cdot R + R \cdot a_{\overline{n-p}|i_k} + E(1 + i_k)^{-n} \quad \text{nel caso in cui il maxicanone è composto da } p \text{ canoni di importo } R$$