

APPROFONDIMENTO

La retta polare

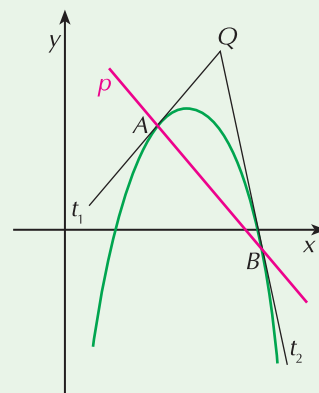
Consideriamo una parabola, un punto Q ad essa esterno e tracciamo da Q le due rette tangenti che intersecano la parabola nei punti A e B .

La retta che congiunge i punti di tangenza si chiama **polare** del punto Q rispetto alla parabola.

Per trovare l'equazione della polare basta dunque trovare i punti di tangenza e scrivere la retta che passa per essi.

Si può tuttavia dimostrare che:

la *polare* di un punto rispetto a una parabola si può determinare applicando le formule di sdoppiamento nel punto Q .



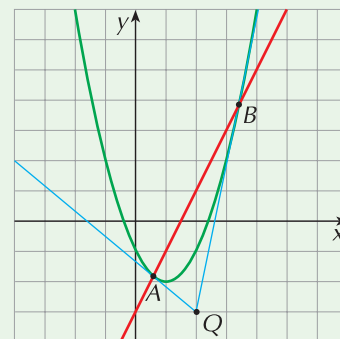
Esempio

Data la parabola di equazione $y = x^2 - 2x - 1$ ed il punto $Q(2, -3)$, la retta polare si ottiene applicando le seguenti sostituzioni:

$$y \rightarrow \frac{1}{2}(y - 3) \quad x^2 \rightarrow 2x \quad x \rightarrow \frac{1}{2}(x + 2)$$

Essa ha quindi equazione

$$\frac{1}{2}(y - 3) = 2x - 2 \cdot \frac{1}{2}(x + 2) - 1 \quad \rightarrow \quad y = 2x - 3$$



ESERCIZI

- 1 Trova l'equazione della retta polare del punto $A(1, 3)$ rispetto alla parabola $y = -\frac{1}{3}x^2 + x$.
[$x - 3y - 6 = 0$]
- 2 Scrivi l'equazione della retta polare del punto $A(2, 3)$ rispetto alla parabola avente vertice in $V\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ e passante per il punto $B(0, 1)$.
[$35x - 9y + 21 = 0$]
- 3 Considerata la parabola di equazione $y = x^2 - 2x + 1$ e la retta $r: y = x + 1$, qual è il punto P di cui r è la polare rispetto alla parabola?
[$P\left(\frac{3}{2}, -2\right)$]
- 4 La parabola $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$ interseca la retta polare del punto P nell'origine e nel punto $A(6, 6)$. Calcola l'area del triangolo OAP .
[$P(3, 12)$; area = 27]