# LE TRASFORMAZIONI NON ISOMETRICHE

**PREREQUISITI**

- conoscere le caratteristiche e le proprietà dei poligoni e saperli rappresentare nel piano
- saper utilizzare riga, squadra e compasso
- saper operare con le trasformazioni isometriche
- conoscere le caratteristiche varianti ed invarianti in una trasformazione isometrica

**CONOSCENZE**

1. le caratteristiche di una omotetia
2. le caratteristiche della similitudine
3. la similitudine nei poligoni
4. i criteri di similitudine dei triangoli
5. i teoremi della similitudine
6. i teoremi di Euclide

**ABILITÀ**

A. trasformare una figura mediante omotetie
B. calcolare gli elementi di due poligoni simili
C. applicare i teoremi di Euclide

## PER RICORDARE

**L'omotetia:**

1. le **trasformazioni non isometriche** sono quelle trasformazioni in seguito alle quali le figure non restano congruenti;
2. l'**omotetia diretta** è la corrispondenza che si stabilisce tra i punti del piano posti sulla stessa retta e dalla stessa parte rispetto ad un punto detto **centro dell'omotetia** secondo un **rapporto** costante $k$ (detto anche **caratteristica**);
3. l'**omotetia inversa** è la corrispondenza che si stabilisce tra i punti del piano posti sulla stessa retta e da parti opposte rispetto ad un punto detto **centro dell'omotetia** secondo un rapporto costante;
4. l'**omotetia diretta** o **inversa** mantiene il **parallelismo tra i lati** lasciando inalterata l'**ampiezza degli angoli**; cambiano le **misure dei lati** corrispondenti secondo un **rapporto costante** uguale alla **caratteristica**;
5. le dimensioni di una figura in una omotetia diretta o inversa dipendono dal valore del rapporto:
   - se ***k* è maggiore di 1** si ottiene un ingrandimento;
   - se ***k* è minore di 1** si ottiene un rimpicciolimento;
   - se ***k* è uguale a 1** si ottiene una **omotetia identica** nel caso di una omotetia diretta, una **simmetria centrale** nel caso di una omotetia inversa.

**La similitudine:**

6. la corrispondenza che si ottiene dal prodotto di una **omotetia** e di una **isometria** si chiama **similitudine**. Le figure che si corrispondono in questo tipo di trasformazione si dicono **simili**;
7. la **similitudine** è una trasformazione che lascia immutate le ampiezze degli angoli ma modifica la lunghezza dei segmenti corrispondenti secondo un rapporto costante che si chiama **rapporto di similitudine** e si indica con ***k***;

© ISTITUTO ITALIANO EDIZIONI ATLAS

8. due o più **poligoni** sono **simili** quando hanno gli angoli ordinatamente congruenti e le misure dei lati omologhi legate da un rapporto costante;
9. i **criteri di similitudine** sono regole che permettono di stabilire rapidamente quando due triangoli sono simili; in particolare, due triangoli sono simili se hanno:
   - gli angoli ordinatamente congruenti (**I criterio**);
   - una coppia di angoli omologhi congruenti e i lati che li comprendono in proporzione (**II criterio**);
   - i lati corrispondenti in proporzione (**III criterio**).

**I teoremi e le proprietà della similitudine:**

10. in un triangolo, una **parallela ad un lato** individua un nuovo triangolo simile a quello dato e divide i lati intersecati in **segmenti direttamente proporzionali**;
11. la **parallela ad un lato** di un triangolo condotta per il **punto medio** di un altro lato, divide il terzo lato in **due segmenti congruenti**;
12. in due triangoli simili le **altezze** sono proporzionali alle **relative basi**;
13. il **rapporto tra i perimetri** di due triangoli simili è uguale al **rapporto di similitudine**;
14. **tutte le misure lineari** corrispondenti di due poligoni simili stanno tra loro nello **stesso rapporto di similitudine**;
15. il **rapporto tra le aree** di due poligoni simili è uguale al **quadrato del rapporto di similitudine**.

**I teoremi di Euclide:**

16. **Primo teorema:** in ogni triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa;
17. **Secondo teorema:** in ogni triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

# ESERCIZI DI CONOSCENZA

**1** Quali tra le seguenti trasformazioni sono trasformazioni non isometriche?

**a.** traslazione; **b.** rotazione;
**c.** omotetia; **d.** similitudine.

**2** Completa le seguenti frasi:

**a.** l'omotetia diretta di rapporto $k$ è la corrispondenza che si stabilisce tra due punti $A'$ e $A$ del piano sulla stessa .......... dalla stessa ............ rispetto ad un punto $O$ detto ................................. in modo che il ................... tra la distanza del punto $A'$ da $O$ e la distanza del punto $A$ da $O$ sia ....................;

**b.** l'omotetia inversa di rapporto $k$ è la corrispondenza che si stabilisce tra due punti $A'$ e $A$ del piano sulla stessa .......... da ................... rispetto ad un punto $O$ detto ................................. in modo che il .................... tra la distanza del punto $A'$ da $O$ e la distanza del punto $A$ da $O$ sia ..........................

**3** Indica quali tra le seguenti affermazioni sono vere e quali false.
In una omotetia:

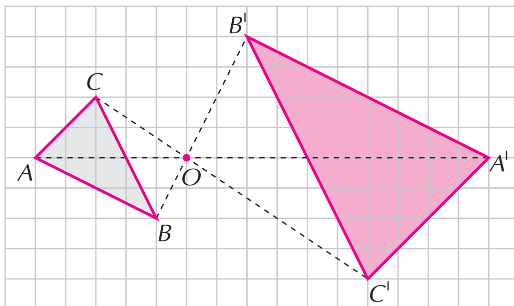
**a.** i lati corrispondenti sono perpendicolari; V F
**b.** gli angoli corrispondenti sono congruenti; V F
**c.** i lati corrispondenti sono congruenti; V F
**d.** il rapporto tra i lati corrispondenti è sempre costante. V F

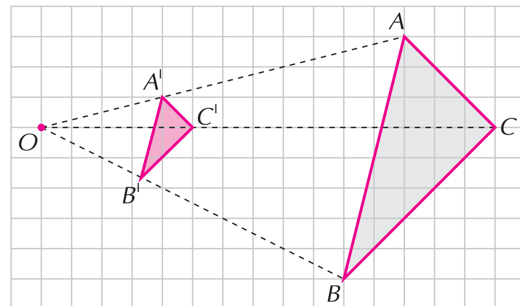
**4** Rispondi alle seguenti domande:

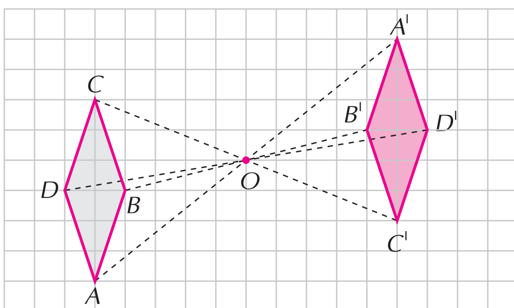
**a.** cosa succede alle dimensioni di una figura quando il rapporto di omotetia è minore di 1?

**b.** Cosa succede alle dimensioni di una figura quando il rapporto di omotetia è maggiore di 1?
**c.** Quale trasformazione si ottiene quando il rapporto di omotetia diretta è 1?
**d.** Quale trasformazione si ottiene quando il rapporto di omotetia inversa è 1?

**5** Osserva attentamente le seguenti figure, specifica se si stratta di omotetia diretta o inversa e indica il valore di $k$ ($k < 1$, $k = 1$, $k > 1$).

**a.**



**b.**



**c.**



**6** Completa le seguenti affermazioni:
**a.** la similitudine è la corrispondenza che si ottiene dal .............. di una omotetia e di una ...............; in una similitudine varia la ........................................ e si mantiene ........................... fra gli angoli; il rapporto costante tra le lunghezze dei segmenti corrispondenti si chiama ........................................;
**b.** due poligoni sono ............. quando hanno gli angoli ordinatamente ...................... e le misure dei lati omologhi legate da un ........................................

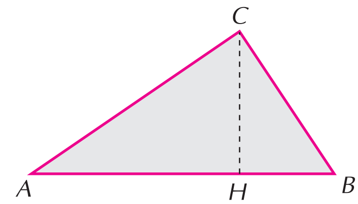
**7** Rispondi alle seguenti domande:
**a.** cosa afferma il primo criterio di similitudine dei triangoli?
**b.** Cosa afferma il secondo criterio di similitudine dei triangoli?
**c.** Cosa afferma il terzo criterio di similitudine dei triangoli?

**8** Indica quali tra le seguenti affermazioni sono vere e quali false:
**a.** in un triangolo la parallela ad un lato lo divide in due triangoli congruenti; V F
**b.** in un triangolo la parallela ad un lato condotta per il punto medio di un altro lato divide il terzo lato in due segmenti congruenti; V F
**c.** in due triangoli simili le altezze sono proporzionali alle rispettive basi; V F
**d.** il rapporto tra i perimetri di due poligoni simili è il doppio del rapporto tra le misure di due lati omologhi; V F
**e.** il rapporto tra le aree di due poligoni simili è uguale a quello tra due lati corrispondenti. V F

**9** Completa le seguenti affermazioni:
**a.** in ogni triangolo .............. un cateto è .............................. tra ................. e la proiezione ............... ............... sull'ipotenusa;
**b.** in ogni triangolo rettangolo .................. relativa ................... è media proporzionale tra le proiezioni ........................... sull'ipotenusa.

**10** Considera la figura a lato e stabilisci quali delle relazioni indicate sono vere e quali false:

a. $AH : CH = CH : HB$; V F
b. $AC : CH = CH : BC$; V F
c. $AB : AH = AH : AC$; V F
d. $AB : BC = BC : HB$; V F
e. $AB : BC = BC : AH$. V F

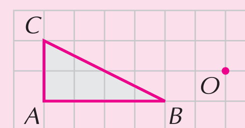



## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

**1** *Esercizio Svolto*

**L'omotetia**

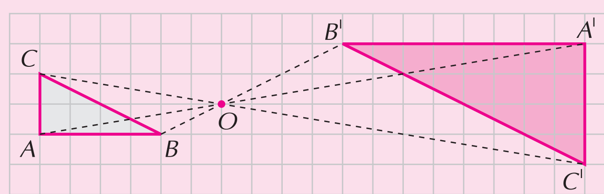
Disegna la figura corrispondente in una omotetia inversa di centro $O$ assegnato e rapporto $k = 2$.




**Svolgimento**

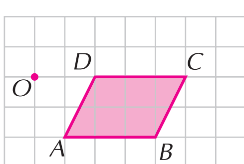
Uniamo con delle semirette i vertici $A$, $B$ e $C$ con $O$ e sui prolungamenti di tali semirette dalla parte opposta rispetto ad $O$ prendiamo i punti $A'$, $B'$ e $C'$ tali che:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = 2.$$

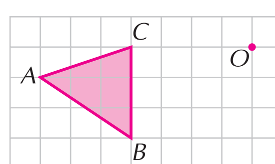



*Dopo aver copiato sul quaderno le seguenti figure disegna, per ognuna di esse, la corrispondente in una omotetia diretta di centro $O$ e di rapporto $k$ assegnati.*

**2** $k = 3$

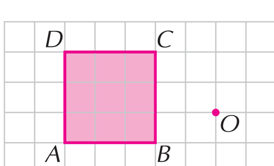



**3** $k = \frac{1}{2}$

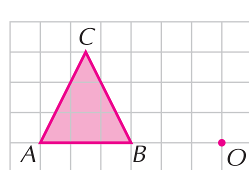



*Dopo aver copiato sul quaderno le seguenti figure disegna, per ognuna di esse, la corrispondente in una omotetia inversa di centro $O$ e di rapporto $k$ assegnati.*

**4** $k = \frac{3}{2}$




**5** $k = \frac{2}{3}$



**6** *Esercizio Svolto*

**La similitudine**

Un rettangolo ha le dimensioni lunghe rispettivamente 6 cm e 3 cm. Quanto misurano i lati di un rettangolo simile a quello dato con un rapporto di similitudine $k = \frac{2}{3}$?

**Svolgimento**

Sappiamo che due poligoni simili hanno gli angoli ordinatamente congruenti; nel nostro caso i due poligoni hanno tutti gli angoli di 90°. Per quanto riguarda i lati il rapporto tra i lati omologhi deve essere uguale a $\frac{2}{3}$; indicando con $b$ e $b'$ le due basi e con $h$ e $h'$ le due altezze avremo dunque:

$$\frac{b'}{b} = \frac{2}{3} \quad \text{quindi} \quad b' = \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \cancel{6}^2 = 4 \text{ cm};$$

$$\frac{h'}{h} = \frac{2}{3} \quad \text{quindi} \quad h' = \frac{2}{\cancel{3}^1} \cdot \cancel{3}^1 = 2 \text{ cm}.$$

**7** Un quadrato ha il lato lungo 10 cm. Quanto misura il lato di un quadrato simile a quello dato con un rapporto di similitudine $k = \frac{3}{5}$?

**8** Un triangolo rettangolo ha i cateti lunghi 6 cm e 8 cm. Quanto misurano i lati di un triangolo simile a quello dato con un rapporto di similitudine $k = \frac{1}{2}$?

**9** *Esercizio Svolto*

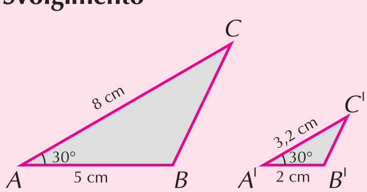
**I criteri di similitudine**

Due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\overline{AB} = 5$ cm    $\overline{AC} = 8$ cm    $\widehat{A} = 30°$    $\overline{A'B'} = 2$ cm    $\overline{A'C'} = 3{,}2$ cm    $\widehat{A'} = 30°$

Puoi dire che sono simili? Perché?

**Svolgimento**




$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{5} \qquad \frac{A'C'}{AC} = \frac{3{,}2}{8} = \frac{\cancel{32}^2}{\cancel{80}^5} = \frac{2}{5} \qquad \widehat{A} = \widehat{A'} = 30°$$

I due triangoli sono simili perché il rapporto tra le misure dei lati omologhi è costante e gli angoli fra essi compresi sono congruenti (secondo criterio di similitudine).

**10** Due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\widehat{A} = 35°$    $\widehat{B} = 50°$    $\widehat{C} = 95°$    $\widehat{A'} = 35°$    $\widehat{B'} = 50°$    $\widehat{C'} = 95°$

Puoi dire che sono simili? Perché?

**11** Due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\overline{AB} = 8$ cm    $\overline{BC} = 12$ cm    $\overline{AC} = 4$ cm    $\overline{A'B'} = 6$ cm    $\overline{B'C'} = 9$ cm    $\overline{A'C'} = 3$ cm

Puoi dire che sono simili? Perché?

**12** Due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\overline{AB} = 10$ cm    $\overline{BC} = 8$ cm    $\overline{A'B'} = 15$ cm    $\overline{B'C'} = 12$ cm

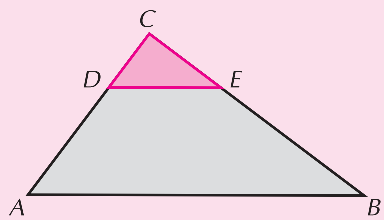
Puoi dire che sono simili? Perché?

**13** *Esercizio Svolto*

**Il teorema della parallela al lato di un triangolo**

Nel triangolo $ABC$ i lati $AB$, $BC$ e $AC$ sono lunghi rispettivamente 15 cm, 12 cm e 9 cm. Calcola il perimetro del triangolo $CDE$ sapendo che il segmento $DE$ è parallelo al lato $AB$ ed è lungo 5 cm.

**Svolgimento**




| Dati | Incognita |
|---|---|
| $\overline{AB} = 15$ cm<br>$\overline{BC} = 12$ cm<br>$\overline{AC} = 9$ cm<br>$DE \parallel AB$<br>$\overline{DE} = 5$ cm | $2p_{(CDE)}$ |

Per calcolare la misura dei lati $CD$ e $CE$, applichiamo il teorema della parallela al lato di un triangolo:

- determiniamo $CD$: $AB : DE = AC : CD \quad \rightarrow \quad 15 : 5 = 9 : \overline{CD} \quad \rightarrow \quad \overline{CD} = \left(\dfrac{9 \cdot 5}{15}\right)$ cm $= 3$ cm
- determiniamo $CE$: $AB : DE = BC : CE \quad \rightarrow \quad 15 : 5 = 12 : \overline{CE} \quad \rightarrow \quad \overline{CE} = \left(\dfrac{5 \cdot 12}{15}\right)$ cm $= 4$ cm

Calcoliamo il perimetro: $2p_{(CDE)} = \overline{DE} + \overline{CD} + \overline{CE} = (5 + 3 + 4)$ cm $= 12$ cm

**14** In un triangolo isoscele $ABC$ la base $AB$ e un lato obliquo misurano rispettivamente 20 cm e 16 cm. Dopo aver tracciato un segmento $DE$ parallelo alla base e lungo 15 cm, calcola il perimetro del triangolo $CDE$.

**15** In un triangolo $ABC$ i lati $AB$, $BC$, $AC$ sono lunghi rispettivamente 8 cm, 7 cm e 6 cm. Calcola il perimetro del triangolo $CDE$ sapendo che il segmento $DE$ è parallelo al lato $AB$ ed è lungo 5 cm.

**16** *Esercizio Svolto*

**Il rapporto fra i perimetri di due triangoli simili**

In due triangoli simili due lati omologhi misurano rispettivamente 50 cm e 45 cm. Sapendo che il perimetro del primo triangolo è 120 cm calcola il perimetro del secondo.

**Svolgimento**

Applichiamo direttamente il teorema dei perimetri:

$2p : 2p' = \ell : \ell' \quad \rightarrow \quad 120 : 2p' = 50 : 45 \quad \rightarrow \quad 2p' = \left(\dfrac{120 \cdot 45}{50}\right)$ cm $= 108$ cm

**17** In due triangoli simili due lati omologhi misurano rispettivamente 64 cm e 72 cm. Sapendo che il perimetro del primo triangolo è 160 cm, calcola il perimetro del secondo.

**18** In due rettangoli simili le due basi misurano rispettivamente 18 cm e 27 cm. Sapendo che il perimetro del secondo rettangolo è 84 cm, calcola la misura dell'altezza del primo rettangolo.

**19** *Esercizio Svolto*

**Il rapporto fra le aree di due poligoni simili**

In due poligoni simili due lati omologhi misurano rispettivamente 30 dm e 45 dm. Calcola l'area del secondo poligono sapendo che l'area del primo è 1000 $dm^2$.

**Svolgimento**

Applichiamo direttamente il teorema delle aree:

$A : A' = \ell^2 : \ell'^2 \quad \rightarrow \quad 1\,000 : A' = 30^2 : 45^2 \quad \rightarrow \quad A' = \left(\dfrac{1\,000 \cdot 45^2}{30^2}\right)\ \text{dm}^2 = 2\,250\ \text{dm}^2$

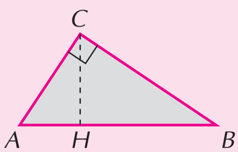
**20** In due triangoli simili due lati omologhi misurano rispettivamente 14 cm e 8 cm. Calcola l'area del secondo triangolo sapendo che l'area del primo è 49 $\text{cm}^2$.

**21** *Esercizio Svolto*

**Il primo teorema di Euclide**

Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa e la proiezione di un cateto su di essa misurano rispettivamente 75 m e 12 m.

**Svolgimento**




| Dati | Incognita |
|---|---|
| $\overline{AB} = 75$ m<br>$\overline{AH} = 12$ m | $2p_{(ABC)}$ |

Con il primo teorema di Euclide possiamo calcolare la misura del cateto $AC$:

$AB : AC = AC : AH \quad \rightarrow \quad 75 : \overline{AC} = \overline{AC} : 12 \quad \rightarrow \quad \overline{AC} = \sqrt{75 \cdot 12}\ \text{m} = 30\ \text{m}$

Per calcolare la misura di $BC$ si può applicare in alternativa:

- il teorema di Pitagora: $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{75^2 - 30^2}\ \text{m} = 68{,}74\ \text{m}$
- il primo teorema di Euclide $AB : BC = BC : HB$.

  Calcoliamo $\overline{BH} = \overline{AB} - \overline{AH} = (75 - 12)\ \text{m} = 63\ \text{m}$ e sostituiamolo nella proporzione:

  $75 : \overline{BC} = \overline{BC} : 63 \quad \rightarrow \quad \overline{BC} = \sqrt{75 \cdot 63}\ \text{m} = 68{,}74\ \text{m}$

Calcoliamo ora il perimetro: $2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = (75 + 30 + 68{,}74)\ \text{m} = 173{,}74\ \text{m}$

**22** Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa e la proiezione di un cateto su di essa misurano rispettivamente 80 cm e 20 cm.

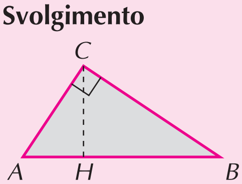
**23** Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 48 cm e 38,4 cm.

**24** *Esercizio Svolto*

**Il secondo teorema di Euclide**

In un triangolo rettangolo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano rispettivamente 20 dm e 45 dm. Calcola l'area del triangolo.

**Svolgimento**




| Dati | Incognita |
|---|---|
| $\overline{AH} = 20$ dm<br>$\overline{HB} = 45$ dm | $A_{(ABC)}$ |

Con il secondo teorema di Euclide possiamo calcolare la misura dell'altezza $CH$:

$AH : CH = CH : HB \quad \rightarrow \quad 20 : \overline{CH} = \overline{CH} : 45 \quad \rightarrow \quad \overline{CH} = \sqrt{20 \cdot 45}\ \text{dm} = 30\ \text{dm}$

© ISTITUTO ITALIANO EDIZIONI ATLAS

Osservando che $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = (20 + 45)$ dm $= 65$ dm

si ha $A_{(ABC)} = \left(\dfrac{65 \cdot 30}{2}\right)$ dm$^2 = 975$ dm$^2$

**25** In un triangolo rettangolo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano rispettivamente 98 cm e 50 cm. Calcola l'area del triangolo.

**26** In un triangolo rettangolo l'altezza e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa stessa misurano rispettivamente 18 dm e 12 dm. Calcola l'area del triangolo.

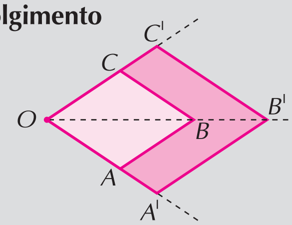
## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO **

**1** *Esercizio Guidato*

**L'omotetia**

Assegnato il rombo *OABC* disegna la figura corrispondente in una omotetia diretta di centro *O* e rapporto $k = \dfrac{3}{2}$.

**Svolgimento**

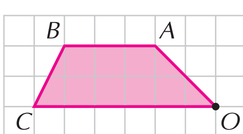



Uniamo con delle semirette il punto *O* con i vertici *A*, *B*, *C* del rombo e sui prolungamenti di *OA*, *OB* e *OC*, dalla .................... di *A*, *B*, *C* rispetto ad *O*, scegliamo i punti *A'*, *B'*, *C'* in modo che sia rispettato il rapporto $k =$ ...........

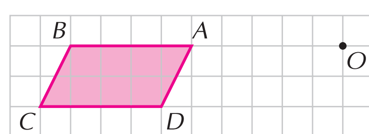
$OC' : OC = OA' :$ ..... $= OB' :$ ..... $= 3 :$ .....

*Dopo aver copiato sul quaderno le seguenti figure disegna, per ognuna di esse, la corrispondente in una omotetia con le caratteristiche indicate.*

**2** inversa $k = 2$.




**3** diretta $k = \dfrac{1}{2}$.

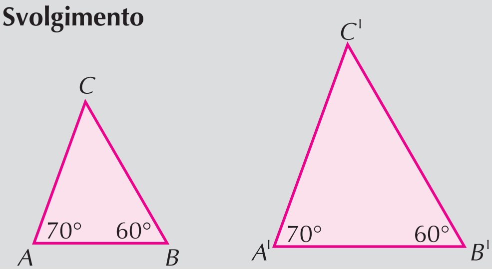



**4** *Esercizio Guidato*

**I criteri di similitudine**

Due triangoli *ABC* e *A'B'C'* hanno rispettivamente: $\widehat{A} = 70°$ $\widehat{B} = 60°$ $\widehat{A}' = 70°$ $\widehat{B}' = 60°$.
Puoi dire che sono simili? Perché?

**Svolgimento**




Nel triangolo *ABC* sono noti due angoli; l'angolo $\widehat{C}$ si determina ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è ....................., da cui:

$\widehat{C} =$ ..... $- \left(\widehat{A} + \widehat{B}\right) =$ ..... $- (70° + 60°) = 50°$.

Analogamente nel triangolo $A'B'C'$:

$\widehat{C}' = 180° - (..... + .....) = 180° - (..... + .....) = ......$

Diciamo allora che i due triangoli sono ......... perché hanno gli angoli ......................................, cioè per il ............................ di similitudine.

**5** Due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:
$\widehat{A} + \widehat{B} = 100°$ e $\widehat{A} = 3 \cdot \widehat{B}$; $\widehat{A}' - \widehat{B}' = 50°$ e $\widehat{A}' = 75°$. Puoi dire che sono simili? Perché?

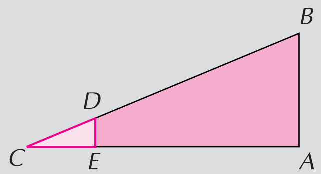
**6** Due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:
$\widehat{A} + \widehat{B} = 120°$ e $\widehat{A} - \widehat{B} = 80°$; $\widehat{A}' = \widehat{B}' + 80°$ e $\widehat{C}' = 60°$. Puoi dire che sono simili? Perché?

**7** *Esercizio Guidato*

**Il teorema della parallela al lato di un triangolo**

I cateti $AB$ e $AC$ di un triangolo rettangolo $ABC$ misurano rispettivamente 15 cm e 36 cm. Ad una certa distanza dall'angolo retto è stato tracciato il segmento $DE$ parallelo al cateto minore che lo divide nel triangolo $DEC$ e nel trapezio rettangolo $ABDE$. Calcola il perimetro del trapezio sapendo che $DE$ misura 3,75 cm.

**Svolgimento**




| Dati | Incognita |
|---|---|
| $\overline{AB} = 15$ cm<br>$\overline{AC} = 36$ cm<br>$AB \parallel DE$<br>$\overline{ED} = 3{,}75$ cm | $2p_{(ABDE)}$ |

Applichiamo il ................................ nel triangolo rettangolo $ABC$ per determinare la misura dell'ipotenusa $BC$.

$\overline{BC} = \sqrt{...... + ......} = \sqrt{36^2 + 15^2}$ cm $= \sqrt{1296 + 225}$ cm $= \sqrt{1521}$ cm $= 39$ cm

Applichiamo il teorema della parallela ad un lato per calcolare la lunghezza dei segmenti $DC$ e $CE$:

- $AB : ..... = BC : DC \quad \rightarrow \quad 15 : 3{,}75 = 39 : \overline{DC} \quad \rightarrow \quad \overline{DC} = \dfrac{..... \cdot .....}{.....}$ cm $= 9{,}75$ cm
- $AB : DE = AC : CE \quad \rightarrow \quad 15 : 3{,}75 = 36 : \overline{CE} \quad \rightarrow \quad \overline{CE} = \dfrac{..... \cdot .....}{.....}$ cm $= 9$ cm

Determiniamo $AE$ e $BD$ come differenza di segmenti noti:

$\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CE} = (36 - 9)$ cm $= ......$ cm e $\overline{BD} = ..... - ..... = (...... - .....)$ cm $= 29{,}25$ cm

Da cui: $2p_{(ABDE)} = \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{ED} + \overline{AE} = (..... + ..... + ..... + .....)$ cm $= .....$ cm

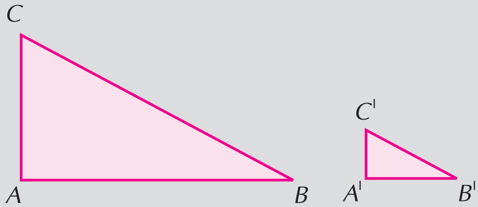
**8** I cateti $AB$ e $AC$ di un triangolo rettangolo $ABC$ misurano rispettivamente 45 cm e 60 cm. Ad una certa distanza dall'angolo retto è stato tracciato il segmento $DE$ parallelo al cateto maggiore che lo divide nel triangolo $DEB$ e nel trapezio rettangolo $ACDE$. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che $DE$ misura 12 cm.

**9** *Esercizio Guidato*

**Il calcolo dei lati di un triangolo dati il suo perimetro e la misura dei lati di un triangolo simile**

Il perimetro di un triangolo rettangolo è 120 cm. Calcola la misura dei suoi lati sapendo che è simile ad un triangolo i cui cateti misurano 8 cm e 15 cm.

**Svolgimento**




| Dati | Incognite |
|---|---|
| $2p_{(ABC)} = 120$ cm | $\overline{AB}$ |
| $ABC$ simile $A'B'C'$ | $\overline{BC}$ |
| $\overline{A'C'} = 8$ cm | $\overline{CA}$ |
| $\overline{A'B'} = 15$ cm | |

È possibile determinare la misura dell'ipotenusa del secondo triangolo applicando il ........................

$\overline{B'C'} = \sqrt{\overline{A'B'}^2 + \overline{A'C'}^2} = \sqrt{\text{.... + ....}}$ cm $= \sqrt{225+64}$ cm $= \sqrt{289}$ cm $= 17$ cm

Da cui: $2p' = \overline{A'B'} + \overline{A'C'} + \overline{B'C'} = (15+8+17)$ cm $= 40$ cm

Applichiamo ora la proporzione fra i perimetri e i lati dei due triangoli.

$2p' : 2p = A'B' : AB \quad \rightarrow \quad 40 : 120 = 15 : \overline{AB} \quad \rightarrow \quad \overline{AB} =$ (....... · ....... : .......) cm = ....... cm

$2p' : 2p = A'C' : AC \quad \rightarrow \quad 40 : 120 = 8 : \overline{AC} \quad \rightarrow \quad \overline{AC} =$ (....... · ....... : .......) cm = ....... cm

$2p' : 2p = B'C' : BC \quad \rightarrow \quad 40 : 120 = 17 : \overline{BC} \quad \rightarrow \quad \overline{BC} =$ (....... · ....... : .......) cm = ....... cm

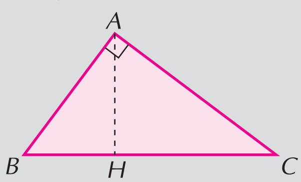
**10** Il perimetro di un triangolo rettangolo è 30 dm. Calcola la sua area sapendo che è simile ad un triangolo con un cateto e l'ipotenusa che misurano rispettivamente 10 dm e 26 dm.

**11** *Esercizio Guidato*

**I teoremi di Euclide**

In un triangolo rettangolo il cateto minore e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 15 cm e 9 cm. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa e l'area del triangolo.

**Svolgimento**




| Dati | Incognite |
|---|---|
| $\overline{AB} =$ ..... | $\overline{AH}$ |
| $\overline{BH} =$ ..... | $A_{(ABC)}$ |

Applichiamo il ................................................ per calcolare la misura dell'ipotenusa $BC$:

$BC$ : ..... = ..... : $BH \quad \rightarrow \quad \overline{BC}$ : ..... = ..... : 9 $\quad \rightarrow \quad \overline{BC}$ = ..... · ..... : ..... cm = 25 cm

Calcoliamo la misura della proiezione $HC$ del cateto maggiore per differenza di segmenti noti:

$\overline{HC}$ = ..... − ..... = (25 − .....) cm = ..... cm

Applichiamo ora il ............................ per calcolare la misura dell'altezza $AH$ relativa all'ipotenusa:

..... : $AH = AH$ : ..... $\quad \rightarrow \quad 9 : \overline{AH} = \overline{AH}$ : ..... $\quad \rightarrow \quad \overline{AH} = \sqrt{\text{..... · .....}}$ cm = ..... cm.

Calcoliamo l'area: $A_{(ABC)} = \overline{BC}$ · .... : 2 = (.... · .... : ....) $cm^2 = 150\ cm^2$.

**12** Calcola l'area e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 40 dm e 25 dm.

**13** Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 30 cm e 18 cm.

**14** Calcola il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo sapendo che la somma di un cateto e della sua proiezione sull'ipotenusa è 60 cm e che l'uno è $\frac{7}{5}$ dell'altra.

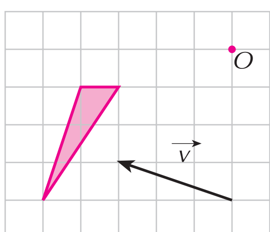
**15** Calcola l'area e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano rispettivamente 20 cm e 45 cm.

**16** Calcola l'area e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa misura 169 dm e la differenza delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa stessa è lunga 119 dm.

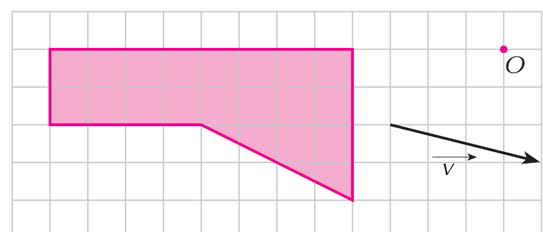
## Esercizi di Abilità ⇒ livello avanzato ***

*Dopo aver copiato le seguenti figure sul tuo quaderno, trasformale mediante un'omotetia di caratteristica indicata quindi effettua una traslazione di vettore $\vec{v}$.*

**1** omotetia diretta $k = 2$




**2** omotetia inversa $k = \frac{1}{4}$




**3** Due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\widehat{A} + \widehat{C} = 150°$ $\quad\widehat{A} = \frac{1}{2} \cdot \widehat{C}$ $\quad\widehat{A}' + \widehat{B}' = 80°$ $\quad\widehat{B}' = \frac{3}{5} \cdot \widehat{A}'$.

Puoi dire che i due triangoli sono simili? Perché?

**4** In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa sono l'una $\frac{1}{4}$ dell'altra e la loro differenza misura 45 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

**5** Calcola il perimetro e l'area di un rettangolo sapendo che la sua altezza e la proiezione dell'altezza sulla diagonale misurano rispettivamente 26 dm e 10 dm.

**6** Sia $ABC$ un triangolo inscritto in una semicirconferenza di diametro $AB$. Calcola il perimetro e l'area del triangolo sapendo che la proiezione del lato $BC$ sul diametro e il raggio misurano rispettivamente 18 cm e 24 cm.

**7** Sia $ABCD$ un trapezio isoscele inscritto in una semicirconferenza. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che il lato obliquo e la sua proiezione sul diametro misurano rispettivamente 24 cm e 10 cm.

**8** Un rombo è circoscritto ad una circonferenza di raggio 16 cm. Calcola il perimetro e l'area del rombo sapendo che il lato del rombo è diviso dall'apotema in due parti la minore delle quali misura 12 cm.

**9** Sia $ABCD$ un trapezio rettangolo in $A$ e in $D$. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base maggiore $AB$, la distanza del vertice $A$ dalla diagonale $BD$ e il lato obliquo misurano rispettivamente 60 cm, 36 cm e 50 cm.

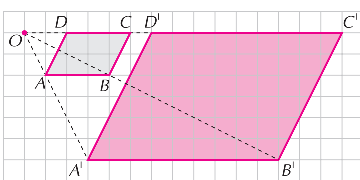
 © ISTITUTO ITALIANO EDIZIONI ATLAS

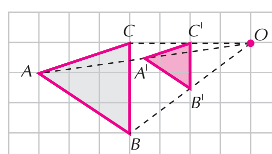
# SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

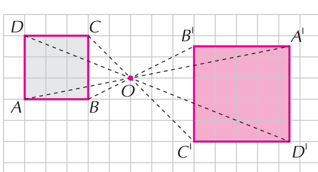
## VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

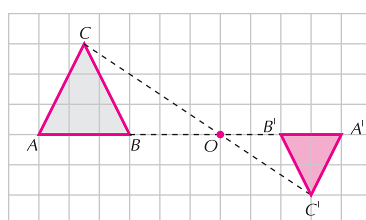
**1** **c.**; **d.**
**2** **a.** retta; parte; centro dell'omotetia; rapporto; uguale a $k$; **b.** retta; parti opposte; centro dell'omotetia; rapporto; uguale a $k$.
**3** **a.** F; **b.** V; **c.** F; **d.** V.
**4** **a.** si rimpiccioliscono; **b.** si ingrandiscono; **c.** una omotetia identica; **d.** una simmetria centrale.
**5** **a.** inversa $k > 1$; **b.** diretta $k < 1$; **c.** inversa $k = 1$.
**6** **a.** prodotto, isometria, lunghezza dei segmenti, la congruenza, rapporto di similitudine;
**b.** simili; congruenti; rapporto costante.
**7** **a.** due triangoli sono simili se hanno gli angoli ordinatamente congruenti;
**b.** due triangoli sono simili se hanno una coppia di angoli omologhi congruenti e i lati che li comprendono in proporzione;
**c.** due triangoli sono simili se hanno i lati corrispondenti in proporzione.
**8** **a.** F; **b.** V; **c.** V; **d.** F; **e.** F.
**9** **a.** rettangolo, medio proporzionale, l'ipotenusa, del cateto stesso; **b.** l'altezza, all'ipotenusa, dei cateti.
**10** **a.** V; **b.** F; **c.** F; **d.** V; **e.** F.

## VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

**2**



**3**


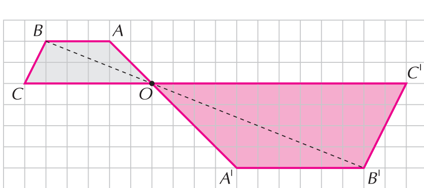

**4**


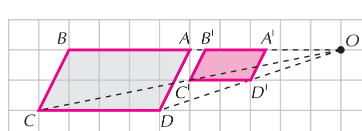

**5**



**7** 6 cm
**8** 3 cm; 4 cm; 5 cm.
**10** sono simili per il 1° criterio di similitudine.
**11** sono simili per il 3° criterio di similitudine.
**12** non sono simili perché non bastano due lati in proporzione per avere la similitudine tra due triangoli.
**14** 39 cm.
**15** 13,125 cm.
**17** 180 cm.
**18** 10 cm.
**20** 16 $cm^2$.
**22** 189,28 cm.
**23** 144 cm.
**25** 5180 $cm^2$.
**26** 351 $dm^2$.

## VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

**1** stessa parte, $k = \frac{3}{2}$, $OC' : OC = OA' : OA = OB' : OB = 3 : 2$.

**2**



**3**


**4** $180°$, $\widehat{C} = 180° - (\widehat{A} + \widehat{B}) = 180° - (70° + 60°) = 50°$, $\widehat{C}' = 180° - (\widehat{A}' + \widehat{B}') = 180° - (70° + 60°) = 50°$, simili, ordinatamente congruenti, primo criterio.

**5** i triangoli sono simili per il 1° criterio di similitudine: $\widehat{A} = \widehat{A}' = 75°$, $\widehat{B} = \widehat{B}' = 25°$, $\widehat{C} = \widehat{C}' = 80°$.

**6** i due triangoli sono simili per il 1° criterio di similitudine: $\widehat{A} = \widehat{A}' = 100°$, $\widehat{B} = \widehat{B}' = 20°$, $\widehat{C} = \widehat{C}' = 60°$.

**7** teorema di Pitagora, $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2} = \sqrt{36^2 + 15^2}$ cm $= \sqrt{1296 + 225}$ cm $= \sqrt{1521}$ cm $= 39$ cm,

$AB : DE = BC : DC$, $\overline{DC} = \dfrac{3{,}75 \cdot 39}{15}$ cm $= 9{,}75$ cm, $\overline{CE} = \dfrac{3{,}75 \cdot 36}{15}$ cm $= 9$ cm,

$\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CE} = (36 - 9)$ cm $= 27$ cm, $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = (39 - 9{,}75)$ cm $= 29{,}25$ cm,

$2p_{(ABDE)} = \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{ED} + \overline{AE} = (15 + 29{,}25 + 3{,}75 + 27)$ cm $= 75$ cm.

**8** 168 cm; 1296 $cm^2$.

**9** teorema di Pitagora, $\overline{B'C'} = \sqrt{\overline{A'B'}^2 + \overline{A'C'}^2} = \sqrt{15^2 + 8^2}$ cm $= \sqrt{225 + 64}$ cm $= \sqrt{289}$ cm $= 17$ cm,

$\overline{AB} = (120 \cdot 15 : 40)$ cm $= 45$ cm, $\overline{AC} = (120 \cdot 8 : 40)$ cm $= 24$ cm, $\overline{BC} = (120 \cdot 17 : 40)$ cm $= 51$ cm.

**10** 30 $dm^2$.

**11** $\overline{AB} = 15$ cm, $\overline{BH} = 9$ cm, primo teorema di Euclide, $BC : AB = AB : BH$, $\overline{BC} : 15 = 15 : 9$,

$\overline{BC} = (15 \cdot 15 : 9)$ cm $= 25$ cm, $\overline{HC} = \overline{BC} - \overline{BH} = (25 - 9)$ cm $= 16$ cm, secondo teorema di Euclide,

$BH : AH = AH : HC$, $9 : \overline{AH} = \overline{AH} : 16$, $\overline{AH} = \sqrt{16 \cdot 9}$ cm $= 12$ cm;

$A_{(ABC)} = \overline{BC} \cdot \overline{AH} : 2 = (25 \cdot 12 : 2)$ $cm^2 = 150$ $cm^2$.

**12** 999,2 $dm^2$; 153,96 dm.

**13** 24 cm; 120 cm.

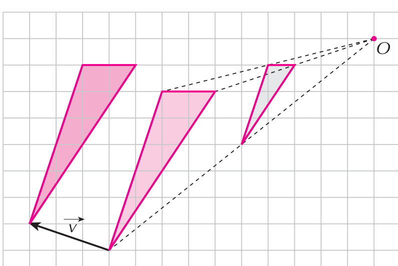
**14** 118,29 cm; 600,075 $cm^2$.

**15** 975 $cm^2$; 155,13 cm.

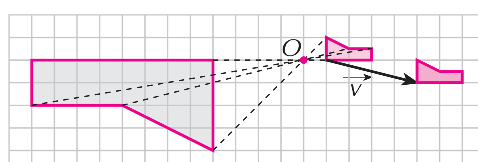
**16** 5070 $dm^2$; 390 dm.

## VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

**1**




**2**




**3** sono simili per il primo criterio: $\widehat{A} = A' = 50°$; $\widehat{B} = \widehat{B}' = 30°$; $\widehat{C} = \widehat{C}' = 100°$.

**4** 175,62 cm; 1125 $cm^2$.

**5** 176,8 dm; 1622,4 $dm^2$.

**6** 115,34 cm; 557,7 $cm^2$.

**7** 143,2 cm; 1038,5 $cm^2$.

**8** 133,3 cm; 1066,66 $cm^2$.

**9** 193,21 cm; 2209,725 $cm^2$.