La geometria analitica: una vecchia conoscenza, Cartesio

Scopo dell'attività

Rivedere le conoscenze e le abilità della geometria analitica studiate attraverso una ricerca storico/filosofica per inquadrare l'argomento e per rendersi conto di quanto questo ramo della matematica è stato materia di studio fin dall'antichità.
Consolidare il concetto che questa antica disciplina costituisce un nuovo metodo per affrontare lo studio delle figure piane.

PER L'INSEGNANTE

Si è scelto l'approccio problematico volto a produrre congetture relative all'interpretazione e alla spiegazione di osservazioni effettuate nella realtà che ci circonda. L'uso di esperienze di laboratorio, ci permettono, attraverso un tipo di ragionamento induttivo, di razionalizzare la realtà e di giungere a conclusioni probabili ma non definitive e di mantenere e garantire l'attenzione su argomenti altrimenti teorici e di difficile interpretazione.

Abilità:

- Riconoscere grandezze direttamente e inversamente proporzionali
- Tabulare grafici e funzioni
- Risolvere situazioni problematiche
- Individuare, descrivere relazioni significative in contesti diversi
- Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni tra grandezze
- Usare riferimenti cartesiani per rappresentare diagrammi, relazioni e funzioni

Competenze trasversali:

- Collocare nel tempo e nello spazio
- Comunicare, comprendere, interpretare informazioni
- Costruire ragionamenti
- Formulare ipotesi e congetture
- Generalizzare
- Porre problemi e progettare possibili soluzioni

Nuclei tematici coinvolti:

- Relazioni
- Dati e previsioni

Collegamenti pluridisciplinari:

- Lettere, Tecnologia

Descrizione dell'attività

1ª Fase (lavoro di gruppo)

Con gli insegnanti di Lettere e Matematica la classe, suddivisa in 3 o 4 gruppi, affronta una discussione da cui far scaturire una ricerca su CARTESIO (R. DESCARTES). Una possibile scansione potrebbe essere questa.

a. La vita ed il contesto storico.

b. La produzione filosofica.

c. Il contributo matematico, con particolare riferimento agli assi cartesiani.

2ª Fase (lavoro individuale)

Risolvi i seguenti problemi sul piano cartesiano.

1. Calcola la distanza tra le seguenti coppie di punti: $A(-4; 6{,}8)$ e $B(5{,}6; -6)$.

2. Calcola le coordinate del punto medio del segmento di estremi $A\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{8}\right)$ e $B\left(\frac{5}{6}; -\frac{7}{12}\right)$.

3. Rappresenta in un sistema di assi cartesiani il triangolo avente per vertici i punti $A(1; 4)$, $B(5; 1)$ e $C(9; 4)$. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido ottenuto facendo ruotare il triangolo ABC attorno al lato AC, supponendo la distanza espressa in cm.

3ª Fase (lavoro di gruppo)

Con l'aiuto dell'insegnante di Tecnologia, la classe viene suddivisa in 3 o 4 gruppi. Ogni gruppo ricavi le leggi della proporzionalità diretta e studi la prima legge di Ohm che afferma: "il rapporto tra la differenza di potenziale e l'intensità di corrente è costante e rappresenta la resistenza elettrica: $V : I = R$". Partendo da questa legge si provi a risolvere il seguente problema.

Una stufa ha una resistenza di 60 Ω ed è alimentata da una tensione di 120 V. Trovate il valore dell'intensità di corrente che l'attraversa. Utilizzando sempre la stessa stufa e dopo aver attribuito 3 valori diversi alla tensione V, determinate il valore della corrispondente intensità di corrente e rappresentate in un piano cartesiano il grafico della funzione ottenuta; che tipo di proporzionalità avete ottenuto?

4ª Fase (lavoro individuale)

Determina graficamente e algebricamente le coordinate del punto P di intersezione delle due rette di equazione $y = -\frac{5}{2}x + 1$ e $y = -\frac{5}{4}x - \frac{3}{2}$.

Che forza la logica!

Sarà un'affermazione vera o falsa?

Scopo dell'attività

Le nuove linee di tendenza nella matematica pongono l'accento sul pensiero razionale; in particolare sulla necessità di accompagnare l'alunno ai primi elementi di logica attraverso la validazione di semplici congetture. È inoltre fondamentale guidare gli alunni al controllo della correttezza di un ragionamento per essere poi in grado di eseguire in modo logico una serie di concatenazioni e deduzioni che portano a conclusioni certe e del tutto oggettive. In questo contesto la logica assume una notevole importanza in quanto favorisce il passaggio dal linguaggio naturale al linguaggio formale.

PER L'INSEGNANTE

Questo tema ha un approccio sostanzialmente deduttivo e le attività proposte devono essere coordinate con le altre discipline in progetti didattici unitari.
Ricerche e collegamenti disciplinari hanno lo scopo di evidenziare come la logica sia una scienza che attraversa tutte le discipline.

Abilità:

- Passare dal linguaggio naturale a quello formale
- Utilizzare connettivi logici e proposizioni
- Eseguire espressioni in ambiti diversi da quelli finora utilizzati

Competenze trasversali:

- Collocare nel tempo e nello spazio
- Comunicare, comprendere, interpretare informazioni
- Costruire ragionamenti
- Formulare ipotesi e congetture
- Generalizzare
- Porre in relazione
- Porre problemi e progettare possibili soluzioni

Nuclei tematici coinvolti:

- Introduzione al pensiero razionale

Collegamenti pluridisciplinari:

- Lettere
- Tecnologia

Descrizione dell'attività

1ª Fase (ricerca di gruppo)

Si sottopongano alla discussione della classe le seguenti frasi:
- "Gianni ed Andrea sono amici";
- "Oggi piove";
- "Marco è l'alunno più bravo della classe";
- "Il cane è un uccello".

Con l'aiuto dell'insegnante di Lettere si analizzino le frasi dal punto di vista grammaticale. Con l'insegnante di matematica, si stabilisca invece quali frasi sono proposizioni dal punto di vista logico. Ciascun gruppo fornisca un testo scritto di 10 righe in cui si evidenzia il diverso approccio di metodo fra le due discipline.

2ª Fase (lavoro di gruppo)

Dopo aver ricercato sul vocabolario il significato del termine "sillogismo", completate la seguente affermazione: "un sillogismo è un insieme di tre .... tra loro collegate da un rapporto ....".

Analizzate adesso il seguente sillogismo:

proposizione 1	(premessa maggiore)	"ogni animale è **mortale**"
proposizione 2	(premessa minore)	"ogni uomo è **animale**"
proposizione 3	(conclusione)	(dunque) "ogni uomo è mortale"

come si vede, il ragionamento è molto chiaro e rigoroso ed è alla base di tutte le dimostrazioni geometriche.

Bisogna però stare attenti anche a "brutti scherzi"; analizziamo il seguente sillogismo:

proposizione 1	(premessa maggiore)	"tutti gli ubriaconi sono **teste calde**"
proposizione 2	(premessa minore)	"tutti gli irlandesi sono **teste calde**"
proposizione 3	(conclusione)	(dunque) "tutti gli irlandesi sono ubriaconi"

Ci accorgiamo subito che c'è qualcosa che non va! Effettivamente si tratta di un sillogismo sbagliato basato sul fatto che per quanto siano vere le due premesse è facile pensare che esistono irlandesi che non si ubriacano. Esamina con l'aiuto dei tuoi insegnanti i seguenti sillogismi e stabiliscine la correttezza.

a. "alcuni matematici non sanno **fare i conti**"
"alcuni commercianti non sanno **fare i conti**"
(dunque) "alcuni commercianti sono matematici"

b. "tutti i professori sono **distratti**"
"alcuni professori sono **persone molto interessanti**"
(dunque) "alcune persone molto interessanti sono distratte"

c. "tutti gli artisti hanno **la testa fra le nuvole**"
"alcune persone con la testa tra le nuvole sono **geniali**"
(dunque) "alcuni artisti sono geniali"

Con l'aiuto dell'insegnate di lettere prova dunque a costruire alcuni sillogismi corretti logicamente ed altri che, pur essendo corretti nella struttura (premessa maggiore, premessa minore, conclusione), portano a deduzioni errate.

3ª Fase (lavoro di gruppo)

Con l'aiuto dell'insegnate di Lettere e consultando un'enciclopedia o ricercando su Internet, ciascun gruppo svolga una piccola ricerca sulla parola "Logica" e la sua storia. Si ricerchino quindi le definizioni che oggi vengono date a questo termine ad esempio sui dizionari e sui testi matematici. In particolare provate a fare riferimento ai seguenti temi.

a. La forma antica della logica: Aristotele e la storia del sillogismo.
b. Dall'antichità al medioevo: Abelardo e la natura degli enti astratti.
c. L'età moderna: Leibnitz e il calculus ratiocinator, Boole e l'algebra.
d. La logica simbolica: logica enunciativa e logica predicativa.
e. La logica fuzzy e l'intelligenza artificiale.

4ª Fase (lavoro individuale)

Con l'aiuto dell'insegnante di matematica esegui i seguenti esercizi:

a. Scrivi il simbolo corretto accanto a ciascun connettivo logico
Congiunzione "e" → ....
Disgiunzione "o" → ....
Negazione "non" → ....
b. Quali altri connettivi logici conosci? Quale simbologia utilizzano?
c. Costruisci le tabelle di verità dei connettivi logici "e", "o", "non".

5ª Fase (lavoro individuale)

Esegui il seguente esercizio relativo alle espressioni logiche. Date le proposizioni:

a. «Firenze è una città italiana»;
b. «Il numero 6 è multiplo di 3»;
c. «Valentino Rossi è un famoso pilota automobilistico».

stabilisci il valore di verità delle suddette proposizioni e poi risolvi le seguenti espressioni logiche:

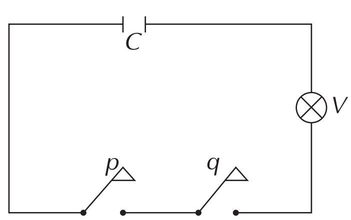
1. $a \wedge (b \vee c) \vee (a \vee b \wedge \overline{c})$;
2. $[b \wedge (\overline{a} \wedge \overline{b}) \vee c] \wedge [\overline{c} \wedge (a \vee b)]$;
3. $a \wedge [b \wedge (c \vee \overline{b} \wedge a) \wedge b] \vee (a \wedge b \vee c)$.

6ª Fase (lavoro individuale)

Facendoti aiutare dal docente di Tecnologia esegui il seguente esercizio.

1. Dato il circuito elettrico rappresentato nella figura a lato, stabilisci quali condizioni devono sussistere sugli interruttori p e q per poter accendere la lampadina indicata dalla lettera V. Puoi stabilire un collegamento fra il circuito elettrico del disegno e un'operazione logica? Cosa puoi dire a riguardo di un circuito in parallelo?

N.B: Il circuito rappresentato mostra entrambi gli interruttori aperti, ma gli alunni considerino tutti i casi possibili per definire la tabella di verità.



7ª Fase (lavoro individuale)

Dopo aver esaminato attentamente la parte di informatica relativa alla logica, prova ad eseguire i seguenti esercizi con Excel.

	A	B	C	D	E
1	a	b	(non a) $\vee b$	non ($a \vee b$)	$a \wedge$ (non b)
2	VERO	VERO			
3	VERO	FALSO			
4	FALSO	VERO			
5	FALSO	FALSO			