

Esercizi di consolidamento

1

esercizio guidato

$$\frac{1}{2}(x-2) + 2x > \frac{3}{4}(x+1) - 3$$

Sviluppiamo i calcoli nei due membri: $\frac{1}{2}x - 1 + 2x > \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} - 3$

facciamo il denominatore comune: $\frac{2x-4+8x}{4} > \frac{3x+3-12}{4}$

Eliminiamo i denominatori moltiplicando per 4 (numero positivo): $10x - 4 > 3x - 9$
Trasportiamo i termini con l'incognita a sinistra e i termini noti a destra:

$$10x - 3x > -9 + 4 \quad \text{da cui} \quad 7x > -5$$

Dividiamo per 7 (numero positivo): $x > -\frac{5}{7}$

2 $\frac{x-1}{3} + 2x \leq x + 1$

$[x \leq 1]$

3 $12 + 6x + \frac{4x+2}{3} > 4x$

$[x > -\frac{19}{5}]$

4 $x - 2(1 - 4x) \geq \frac{1}{4}$

$[x \geq \frac{1}{4}]$

5 $3 + \frac{3x-2}{3} + (x+1)^2 \leq x^2$

$[x \leq -\frac{10}{9}]$

6 $\frac{1-x}{2} + \frac{1}{2}\left(2 - \frac{1}{2}x\right) \leq 1$

$[x \geq \frac{2}{3}]$

7 $\left(x - \frac{1}{2}\right)(2x - 3) \geq \frac{3+4x^2}{2} - 2x$

$[x \leq 0]$

8 $\frac{x+3}{2} - \frac{1-x}{4} + \frac{3x-2}{8} < 2$

$[x < \frac{8}{9}]$

9 $\frac{1}{3}x + 1 - \frac{1}{3}(x^2 + 1) \leq (x-1)\left(2 - \frac{1}{3}x\right)$

$[x \geq \frac{4}{3}]$

10 $\frac{5x+1}{4} + 2x^2 + 1 \geq (1+2x)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

$[x \geq -\frac{7}{5}]$

11 $\frac{3}{4}x(1+4x) - 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \leq x^2$

$[x \geq -\frac{6}{7}]$

12 $\frac{x+1}{6} + \frac{x-1}{12} + \frac{1+x}{3} > 0$

$[x > -\frac{5}{7}]$

13 $12 - 6(x+2) + \frac{15x-3}{5} - x < \frac{1}{2}x\left(3 - \frac{1}{3}\right) - \frac{16}{3}x$

$[R]$

$$14 \quad 2(x-3)(x+1) - \frac{2x+5}{2} \leq x(2x-1) \quad \left[x \geq -\frac{17}{8} \right]$$

$$15 \quad \frac{4x+5}{12} - \frac{1}{2} \left(\frac{2x+1}{6} - x + 2 \right) > 1 \quad \left[x > \frac{5}{2} \right]$$

$$16 \quad (\sqrt{3}x+1)(1-\sqrt{3}) + 3x > x + \sqrt{3} \quad \left[x > \frac{\sqrt{3}+5}{2} \right]$$

$$17 \quad \frac{\sqrt{2}-x}{3} - (1+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) > 2 \quad [x < 4(3-2\sqrt{2})]$$

$$18 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} + x\sqrt{2} - 1 > \frac{x-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{x+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \quad [x > \sqrt{2} - 2]$$

$$19 \quad (x^2 - x + 1)^2 - (x^2 - 1)(x^2 + 1) + 2x(x+2)(x-3) \leq x^2 + 9 \quad \left[x \geq -\frac{1}{2} \right]$$

$$20 \quad (x+1)(x-1) - (x+1)(-x-1) - 2(x-2)(x+3) > x + 6 \quad [x < 6]$$

$$21 \quad (x-2)(x^2+2x+4) - (x+2)^3 \leq (3x-1)(1-2x) - 15 \quad [x \geq 0]$$

$$22 \quad \frac{5x-1}{5} - \frac{3-6x}{2} < \frac{3}{5}x \quad \left[x < \frac{1}{2} \right]$$

$$23 \quad \frac{2x-1}{3} + \frac{2(x+3)}{5} \leq \frac{1}{3}(x-4) \quad [x \leq -3]$$

$$24 \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - x \right) + \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{2} \right) > \frac{x - \frac{1}{3}}{2} - \frac{3x + \frac{7}{2}}{3} \quad [x > -4]$$

$$25 \quad (x^2 - 3x + 5)^2 - \frac{1}{2}(4x+3)^2 \leq 7 + x^2(11-6x) + \frac{1}{2}(x^4 - 9) + \frac{1}{2}x^4 \quad \left[x \geq \frac{3}{7} \right]$$

Risolvi le seguenti disequazioni frazionarie.

26 esercizio guidato

$$\frac{x+2}{x+1} - \frac{2x-1}{2} \geq 3-x$$

Il dominio della disequazione è $R - \{-1\}$.

Trasportiamo tutti i termini al primo membro: $\frac{x+2}{x+1} - \frac{2x-1}{2} - 3 + x \geq 0$

Calcoliamo il denominatore comune:

$$\frac{2(x+2) - (2x-1)(x+1) - 6(x+1) + 2x(x+1)}{2(x+1)} \geq 0$$

Sviluppiamo i calcoli al numeratore e semplifichiamo: $\frac{-3x-1}{2(x+1)} \geq 0$

Cambiamo i segni al numeratore (dobbiamo cambiare anche il verso della disequazione):

$$\frac{3x+1}{2(x+1)} \leq 0$$

Studiamo i segni dei fattori al numeratore e al denominatore, tenendo presente che vogliamo sapere anche quando la frazione si annulla

$$3x + 1 \geq 0 \quad \rightarrow \quad x \geq -\frac{1}{3}$$

$$x + 1 > 0 \quad \rightarrow \quad x > -1$$

Costruiamo la tabella dei segni:

	-1	-1/3	0	
	-	-	=	+
3x+1	-	-	=	+
x+1	-	+	=	+
frazione	+	-	=	+

Poiché vogliamo che la frazione sia negativa, l'intervallo delle soluzioni è $-1 < x \leq -\frac{1}{3}$.

27 $\frac{x+3}{x-1} > 4$ $[1 < x < \frac{7}{3}]$

28 $\frac{x+5}{2-2x} \geq 1$ $[-1 \leq x < 1]$

29 $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{4} \leq \frac{2x-1}{x+1}$ $[x < -1 \vee x \geq \frac{3}{5}]$

30 $\frac{1}{4} - \frac{1}{x-1} < \frac{2}{1-x}$ $[-3 < x < 1]$

31 $\frac{x(2x+3)}{2x-1} - x < \frac{5}{1-2x}$ $[-\frac{5}{4} < x < \frac{1}{2}]$

32 $\frac{1}{x+2} \geq x - 2 - \frac{x^2-3}{x+2}$ $[x > -2]$

33 $\frac{2}{5(x+1)} - \frac{3}{4} > \frac{x}{2(x+1)}$ $[-1 < x < -\frac{7}{25}]$

34 $\frac{(x+2)^2}{x} - 4 - \frac{1}{x} \geq x + 1$ $[0 < x \leq 3]$

35 $\frac{6x-1}{3x+1} \geq \frac{2x-1}{x+1} + \frac{6x}{3x^2+4x+1}$ $[R - \{-1, -\frac{1}{3}\}]$

36 $\frac{3x-1}{2x+1} + 5 \geq \frac{x-1}{2x+1}$ $[x < -\frac{1}{2} \vee x \geq -\frac{5}{12}]$

37 $\frac{1-x}{3-2x} \geq 1 - \frac{4-2x}{2x-3}$ $[\frac{3}{2} < x \leq 2]$

38 $\frac{x^2-3x-4}{x^2-7x+12} - \frac{2}{2x-6} \geq 2$ $[3 < x < 4 \vee 4 < x \leq 6]$

(Suggerimento: semplifica la prima frazione)

39 $\frac{x+3}{x+1} < 5 + \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x^2-1}$ $[x < -1 \vee x > -\frac{1}{5} \wedge x \neq 1]$

$$40 \quad \frac{x+3}{x+2} - \frac{x-2}{x^2-4} + 3 > \frac{2x}{x+2} \quad [x < -4 \vee x > -2]$$

$$41 \quad \frac{4x^2 - 4x + 1}{x} - x \geq 3x + \frac{1}{x} \quad [\emptyset]$$

$$42 \quad \frac{3x-7}{2x-1} \leq \frac{2x-3}{2x-1} - \left(\frac{3+x}{2x-1} - 1 \right) \quad \left[R - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \right]$$

$$43 \quad \frac{2(1-13x)}{5x-5} - \frac{4}{5} \geq \frac{2x}{x-1} - 8 \quad [x < 1]$$

$$44 \quad x-1 < \frac{(x-2)(x+2)}{x-1} - 5 \quad [0 < x < 1]$$

$$45 \quad \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{2}(x-2) < -\left(\frac{8}{2x+2} + \frac{x}{2} \right) \quad [-2 < x < -1]$$

$$46 \quad \frac{2x^2+1}{x-2} - \frac{4x}{3} > \frac{x^2}{2x-4} + \frac{x^2-1}{6x-12} \quad \left[x < -\frac{7}{16} \vee x > 2 \right]$$

$$47 \quad \frac{3\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} > 0 \quad [x < \sqrt{2} - 6 \vee x > \sqrt{2}]$$

$$48 \quad \frac{6}{x} + \frac{2}{x-1} > 1 - \frac{x^2+x}{x^2-x} \quad \left[0 < x < \frac{3}{5} \vee x > 1 \right]$$

$$49 \quad \frac{4}{x+2} - \frac{3}{x-1} + \frac{7}{x^2+x-2} \leq 0 \quad [x < -2 \vee 1 < x \leq 3]$$

$$50 \quad \frac{1-2x}{1+2x} + x \geq \frac{x^2}{\frac{1}{2}+x} \quad \left[-\frac{1}{2} < x \leq 1 \right]$$

$$51 \quad \frac{x-1}{x-3} - \frac{3x}{3x-1} \leq \frac{16}{3x^2-10x+3} \quad \left[x < \frac{1}{3} \right]$$

$$52 \quad \frac{x+2}{3x-1} + \frac{1-x}{3x+1} - \frac{4}{9x^2-1} \geq 0 \quad \left[-\frac{1}{3} < x \leq \frac{3}{11} \vee x > \frac{1}{3} \right]$$

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

53 esercizio guidato

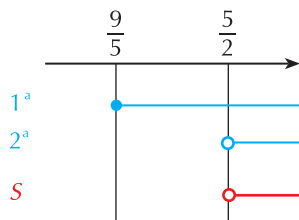
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 3x-4 \\ 2x-5 > 0 \end{cases}$$

Risolviamo separatamente le due disequazioni:

$$1^{\text{a}} \text{ disequazione: } x+1 \leq 6x-8 \rightarrow -5x \leq -9 \rightarrow 5x \geq 9 \rightarrow x \geq \frac{9}{5}$$

$$2^{\text{a}} \text{ disequazione: } 2x > 5 \rightarrow x > \frac{5}{2}$$

Costruiamo la tabella delle soluzioni:



Il sistema è verificato nell'intervallo $x > \frac{5}{2}$.

$$54 \quad \begin{cases} -3(x+2) \geq 0 \\ \frac{x+4}{2} - \frac{x-2}{4} \geq 2 \end{cases} \quad [-2]$$

$$55 \quad \begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{2} - 5 \geq 0 \\ \frac{x-3}{2} + \frac{x+1}{5} \leq \frac{1}{2}(x+3) \end{cases} \quad [x \leq -22]$$

$$56 \quad \begin{cases} \frac{x-2}{5} - \frac{x-1}{3} \geq \frac{2x+1}{10} \\ x - \frac{x+1}{3} - \frac{3x+4}{6} < \frac{x}{2} \end{cases} \quad \left[-3 < x \leq -\frac{1}{2}\right]$$

$$57 \quad \begin{cases} \frac{x+1}{1+\frac{1}{2}} + \frac{x-1}{\frac{1}{2}-1} > \frac{8}{3} \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{10} - x\left(1 - \frac{1}{5}\right) > 5^{-1}(x-1) \end{cases} \quad [x < 0]$$

$$58 \quad \begin{cases} \frac{1+3x}{4} - \frac{x}{3} \geq \frac{x+1}{6} \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}x - 1\right) - 1 > \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}x \end{cases} \quad \left[-\frac{1}{3} \leq x < -\frac{1}{4}\right]$$

$$59 \quad \begin{cases} \frac{x}{2} < \frac{x}{3} \\ 2x - 1 > \frac{1-x}{3} \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} < x - \frac{1}{4} \end{cases} \quad [\emptyset]$$

$$60 \quad \begin{cases} -x > 0 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{5} < \frac{1-2x}{15} \\ 3x - 1 \leq 9 + x \end{cases} \quad \left[x < -\frac{15}{4}\right]$$

$$61 \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + 1 > (2-x)^2 - \frac{1-x^2}{3} - \frac{5}{6}x^2 \\ -3(x-1) < 0 \\ \left(\frac{1}{3}x - 2\right)\left(\frac{1}{3}x + 2\right) \geq \left(\frac{x-1}{3}\right)^2 - 1 \end{cases} \quad [x \geq 14]$$

$$62 \begin{cases} 2 - x \leq \frac{3(x+1)}{2} \\ (x-2)(2-x) \geq -(4+x^2) \\ 3 < 5-x \end{cases} \quad \left[\frac{1}{5} \leq x < 2 \right]$$

$$63 \begin{cases} (x-1)^3 - 3(x-1)(-1-x) < x^3 \\ -5(x-2) \geq 0 \\ \frac{x+4}{3} - \frac{x+3}{4} > \frac{2x+3}{12} \end{cases} \quad \left[x < \frac{4}{3} \right]$$

$$64 \begin{cases} \frac{2x+3}{x} \geq 1 \\ \frac{2x+1}{x-2} < \frac{1}{2} \end{cases} \quad [0 < x < 2]$$

$$65 \begin{cases} \frac{2x}{x+1} < 1 \\ \frac{1}{3}(x^2+1) - x \geq \frac{1}{6}x(1-x) \end{cases} \quad \left[-1 < x \leq \frac{1}{3} \right]$$

$$66 \begin{cases} \frac{x-3}{2x-2} + \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) \geq 0 \\ \frac{2x}{x+3} > 1 \end{cases} \quad [x < -3 \vee x > 3]$$

Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al primo scomponendo in fattori.

67 esercizio guidato

$$4x^2 - 3x > 2x - x(x+1)$$

Trasportiamo tutti i termini al primo membro e sviluppiamo i calcoli:

$$4x^2 - 3x - 2x + x(x+1) > 0$$

$$5x^2 - 4x > 0$$

Scomponiamo in fattori: $x(5x-4) > 0$

Studiamo il segno di ogni fattore del prodotto: $x > 0$

$$5x - 4 > 0 \quad \rightarrow \quad x > \frac{4}{5}$$

Costruiamo la tabella dei segni e calcoliamo il segno del prodotto:

		0		$\frac{4}{5}$	
		----->			
$x > 0$	-	= 0	+	= 0	+
$5x - 4 > 0$	-	= 0	-	= 0	+
prodotto	+	= 0	-	= 0	+

Poiché vogliamo sapere quando il polinomio è maggiore di zero, scegliamo gli intervalli con il segno +:

$$x < 0 \vee x > \frac{4}{5}$$

68	$x^2 + 3x > 0$	$5x - x^2 \geq 0$	$[x < -3 \vee x > 0; 0 \leq x \leq 5]$
69	$(x + 1)(x - 2) \leq 0$	$(x + 3)(x + 7) \geq 0$	$[-1 \leq x \leq 2; x \leq -7 \vee x \geq -3]$
70	$2(3 - x)(x - 4) \leq 0$	$x^2 + 5x + 6 \leq 0$	$[x \leq 3 \vee x \geq 4; -3 \leq x \leq -2]$
71	$x^2 + 10x + 21 \geq 0$	$2x^2 + x - 1 < 0$	$\left[x \leq -7 \vee x \geq -3; -1 < x < \frac{1}{2}\right]$
72	$4x^2 + 4x + 1 > 0$	$9x^2 - 12x + 4 < 0$	$\left[R - \left\{-\frac{1}{2}\right\}; \emptyset\right]$
73	$3x^2 - 7x + 2 < 0$	$3(x^2 - 1) \leq 0$	$\left[\frac{1}{3} < x < 2; -1 \leq x \leq 1\right]$
74	$2 - x(1 + 3x) \leq 0$	$x(x - 1) > 2$	$\left[x \leq -1 \vee x \geq \frac{2}{3}; x < -1 \vee x > 2\right]$
75	$\frac{(x + 3)^3}{4} - 7 < \frac{1}{4}(x - 1)^3 + 5x$		$\left[-\frac{1}{3} < x < 0\right]$
76	$\frac{x^2 - x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{x + 2}{6}$		$\left[x < 0 \vee x > \frac{4}{3}\right]$
77	$(2x - 1)^2 - \frac{x + 1}{2} < \frac{15}{2}$		$\left[-\frac{7}{8} < x < 2\right]$
78	$\frac{4x + 1}{4} - \left(\frac{3}{2}x - 1\right)\left(\frac{3}{2}x + 1\right) < 0$		$\left[x < -\frac{5}{9} \vee x > 1\right]$
79	$\frac{1 + x}{2} - 3x(x - 1) < x + \frac{1}{2}$		$\left[x < 0 \vee x > \frac{5}{6}\right]$
80	$\frac{(1 - x)(2x + 3)}{4} > \frac{x + 2}{2} - \frac{3}{2}$		$\left[-\frac{5}{2} < x < 1\right]$
81	$\frac{x}{x - 1} > 2(x - 1)$		$\left[x < \frac{1}{2} \vee 1 < x < 2\right]$
82	$\frac{3x - 1}{2x} - x > 3$		$\left[x < -1 \vee -\frac{1}{2} < x < 0\right]$
83	$\frac{1 - x}{x} \geq \frac{x}{x - 1}$		$[0 < x < 1]$
84	$\frac{x^2 + 3x - 1}{1 - x} + 1 > 0$		$[x < -2 \vee 0 < x < 1]$
85	$\frac{4 + x}{3} - \frac{2}{x} \leq \frac{8 - x}{6}$		$[x \leq -2 \vee 0 < x \leq 2]$