I POLIEDRI

PREREQUISITI

- conoscere gli enti fondamentali della geometria piana e le loro proprietà
- conoscere gli enti fondamentali nelle tre dimensioni
- conoscere le formule per il calcolo delle aree dei poligoni
- conoscere il teorema di Pitagora e i teoremi di Euclide

CONOSCENZE

1. le nozioni generali dei poliedri
2. la relazione di Eulero
3. le nozioni generali dei prismi e il calcolo dell'area della superficie laterale e totale
4. le nozioni generali della piramide e il calcolo dell'area della superficie laterale e totale
5. le nozioni generali dei poliedri regolari e il calcolo dell'area della superficie
6. il concetto di solidi equivalenti
7. il volume dei poliedri

ABILITÀ

A. sviluppare nel piano i poliedri
B. calcolare l'area della superficie laterale e totale di un prisma
C. calcolare l'area della superficie laterale e totale di una piramide
D. calcolare l'area della superficie di un poliedro regolare
E. calcolare i volumi dei poliedri

PER RICORDARE

I prismi:

1. un **poliedro** è la parte di spazio delimitata da poligoni posti su piani diversi in modo tale che ogni lato sia comune a due di essi;
2. la **relazione di Eulero** dice che in ogni poliedro convesso la somma del numero delle facce e del numero dei vertici è uguale al numero degli spigoli più due: $\boldsymbol{f + v = s + 2}$;
3. il **prisma** è un poliedro costituito da due poligoni congruenti, posti su due piani paralleli e con i lati paralleli, e da tanti parallelogrammi quanti sono i lati di ciascuno dei due poligoni;
4. un **prisma retto** ha gli spigoli laterali perpendicolari ai piani delle basi;
5. un **prisma regolare** è retto e ha come basi due poligoni regolari;
6. il **parallelepipedo** è un prisma che ha come basi due parallelogrammi;
7. il **parallelepipedo rettangolo** è un parallelepipedo retto che ha come basi due rettangoli; le sue facce sono a due a due congruenti;
8. il **cubo** è un parallelepipedo rettangolo avente le tre dimensioni congruenti e quindi come facce sei quadrati congruenti;
9. l'**area della superficie laterale di un prisma retto** è uguale al prodotto del perimetro della base per la misura dell'altezza del prisma; formula diretta: $A_l = 2p \cdot h$; formule inverse: $2p = A_l : h$; $h = A_l : 2p$;
10. l'**area della superficie totale di un prisma retto** è uguale alla somma dell'area laterale con il doppio dell'area di una base;
    formula diretta: $A_t = A_l + 2 \cdot A_b$; formule inverse: $A_l = A_t - 2 \cdot A_b$; $A_b = (A_t - A_l) : 2$;

11. l'**area della superficie di un parallelepipedo rettangolo** è data dalla formula: $A_t = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$;
12. **la misura della diagonale di un parallelepipedo rettangolo** è uguale alla radice quadrata della somma dei quadrati delle misure delle sue tre dimensioni: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$;
13. l'**area della superficie laterale e totale di un cubo** sono date rispettivamente dal prodotto dell'area di una faccia per 4 e per 6;
formule dirette: $A_l = 4 \cdot l^2$; $A_t = 6 \cdot l^2$; formule inverse: $l = \sqrt{A_l : 4}$; $l = \sqrt{A_t : 6}$;
14. la **misura della diagonale di un cubo** è uguale al prodotto della misura dello spigolo per $\sqrt{3}$;
formula diretta: $d = l \cdot \sqrt{3}$; formula inversa: $l = d : \sqrt{3}$ (con $\sqrt{3} = 1{,}732$).

La piramide e i poliedri regolari:

15. la **piramide** è la parte di una piramide indefinita compresa fra una sezione piana e il vertice;
16. una **piramide** è **retta** se nella base si può inscrivere una circonferenza e il piede dell'altezza coincide con il centro di questa circonferenza;
17. l'**apotema di una piramide retta** è l'altezza di uno qualunque dei triangoli che costituiscono le sue facce laterali; l'**apotema di base** è il raggio della circonferenza inscritta e si calcola dividendo l'area del poligono di base per il semiperimetro: $r = A : p$;
18. una **piramide** è **regolare** se è retta e se ha come base un poligono regolare;
19. l'**area della superficie laterale di una piramide retta** è uguale al prodotto del semiperimetro della base per la misura dell'apotema; formula diretta: $A_l = p \cdot a$; formule inverse: $p = A_l : a$; $a = A_l : p$;
20. l'**area della superficie totale di una piramide retta** è uguale alla somma dell'area laterale con l'area della base; formula diretta: $A_t = A_l + A_b$; formule inverse: $A_l = A_t - A_b$; $A_b = A_t - A_l$;
21. un **poliedro** è **regolare** se tutte le sue facce sono poligoni regolari congruenti fra di loro e i suoi diedri e i suoi angoloidi sono congruenti fra loro;
22. l'**area della superficie dei poliedri regolari** è uguale al prodotto del numero di facce per il quadrato della misura del lato per il relativo numero fisso.

I solidi equivalenti:

23. il **volume** di un corpo consiste nella parte di spazio che il corpo occupa;
24. due solidi **equivalenti** hanno lo stesso volume;
25. **principio di Cavalieri:** due solidi equivalenti si possono disporre, rispetto ad un piano, in modo che ogni piano parallelo a questo li intersechi secondo sezioni equivalenti;
26. **misurare il volume di un solido** significa confrontarlo con un altro solido scelto come unità di misura e stabilire quante volte quest'ultimo è contenuto nel primo;
27. il **volume** del **parallelepipedo rettangolo** è uguale al prodotto delle misure delle tre dimensioni; formula diretta: $V = a \cdot b \cdot c$ oppure $V = A_b \cdot h$; formule inverse: $A_b = V : h$; $h = V : A_b$;
28. il **volume del prisma retto** è uguale al prodotto dell'area della base per la misura dell'altezza; formula diretta: $V = A_b \cdot h$; formule inverse: $A_b = V : h$; $h = V : A_b$;
29. il **volume del cubo** è uguale alla terza potenza della misura del suo spigolo; formula diretta: $V = \ell^3$; formula inversa: $l = \sqrt[3]{V}$;
30. la **piramide** è equivalente alla terza parte di un prisma avente la base equivalente e l'altezza congruente a quella della piramide; formula diretta: $V = A_b \cdot h : 3$; formule inverse $A_b = 3 \cdot V : h$; $h = 3 \cdot V : A_b$;
31. il **volume** di un **poliedro regolare** è uguale al prodotto del cubo della misura dello spigolo per il numero fisso; formula diretta: $V = l^3 \cdot n$; formula inversa: $l = \sqrt[3]{\dfrac{V}{n}}$;
32. il **peso specifico** di un corpo è dato dal rapporto fra il peso e il volume; formula diretta $Ps = \dfrac{P}{V}$; formule inverse $P = Ps \cdot V$; $V = \dfrac{P}{Ps}$.

Esercizi di Conoscenza

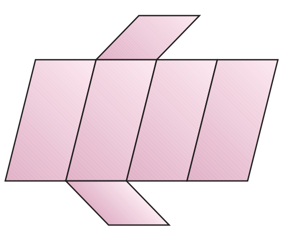
1 Completa la seguente definizione:
un poliedro è la parte di .... delimitata da .... posti su piani diversi in modo tale che ogni .... sia in comune a due di essi.

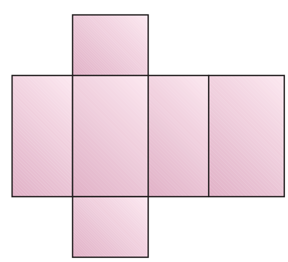
2 Completa le seguenti definizioni:
a. la relazione di Eulero dice che in un .... la somma del numero delle .... e del numero dei vertici è uguale al numero di .... più due;
b. il prisma è un .... costituito da due poligoni ...., posti su due piani .... e con i lati .... e da tanti .... quanti sono i lati di ciascuno dei due poligoni;
c. un prisma è retto se .... sono .... ai piani delle basi;
d. un prisma è regolare se è .... e ha come basi ....

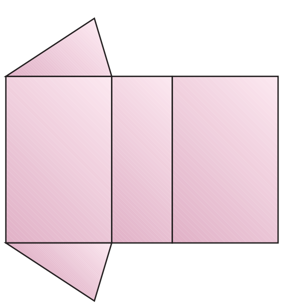
3 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere o false:
a. un prisma è un parallelepipedo se le sue basi sono due parallelogrammi; V F
b. il parallelepipedo rettangolo è un parallelepipedo retto che ha per base un trapezio rettangolo; V F
c. il parallelepipedo rettangolo è un parallelepipedo retto che ha per basi due rettangoli; V F
d. le facce del parallelepipedo rettangolo sono rettangoli a due a due congruenti; V F
e. le dimensioni di un parallelepipedo rettangolo sono i tre spigoli aventi lo stesso vertice in comune. V F

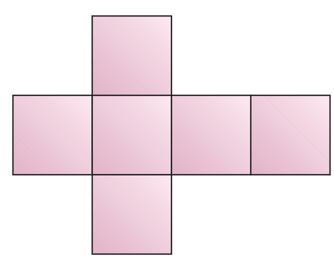
4 Completa la seguente definizione:
un cubo è un .... avente le 3 dimensioni ....

5 Indica quale poliedro genera ciascuno dei seguenti sviluppi.

a.


b.


c.


d.


6 Qual è la formula per calcolare l'area della superficie laterale del prisma retto?

7 Quali delle seguenti formule per calcolare l'area della superficie totale di un parallelepipedo rettangolo sono corrette?
a. $A_t = a \cdot b \cdot 2 + 2(a + b) \cdot c$; **b.** $A_t = a \cdot b + a \cdot b \cdot c$; **c.** $A_t = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$.

8 Qual è la formula per calcolare l'area della superficie totale di un cubo?

9 Completa le seguenti definizioni:

a. la piramide è la parte di una .... compresa fra una sua .... e il ....;

b. una piramide si dice retta se nella base si può .... una circonferenza e .... coincide con il centro di questa circonferenza;

c. una piramide si dice regolare se è .... e se ha come base un ....

10 Quale formula permette di calcolare l'area della superficie laterale della piramide retta?

11 Completa la seguente definizione:
un poliedro si dice regolare se tutte le sue facce sono ....
e se i suoi diedri e i suoi angoloidi sono ....

12 Quali poliedri regolari esistono?

13 Quando due solidi si dicono equivalenti?

14 Collega ogni solido con la formula per calcolare il suo volume:

a. cubo	① $a \cdot b \cdot c$
b. parallelepipedo rettangolo	② $\dfrac{A_b \cdot h}{3}$
c. prisma retto	③ l^3
d. piramide	④ $A_b \cdot h$

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

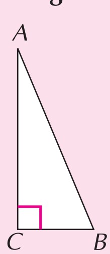
1 Verifica la relazione di Eulero nel caso di una piramide a base quadrata e di un prisma a base esagonale.

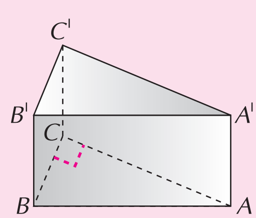
2 *Esercizio Svolto*

L'area della superficie totale di un prisma a base triangolare

La base di un prisma retto è un triangolo rettangolo i cui cateti misurano 24 cm e 10 cm. Calcola l'area della superficie totale sapendo che l'altezza del prisma misura 8 cm.

Svolgimento





Dati	Incognita
$\overline{AC} = 24$ cm	A_t
$\overline{BC} = 10$ cm	
$\overline{AA'} = 8$ cm	

Essendo il triangolo di base un triangolo rettangolo, possiamo determinare la sua area:

$$A_b = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BC}}{2} = \left(\frac{24 \cdot 10}{2}\right) \text{ cm}^2 = 120 \text{ cm}^2$$

Per calcolare l'area della superficie laterale abbiamo bisogno del perimetro di base e dobbiamo quindi calcolare la misura dell'ipotenusa applicando il teorema di Pitagora.

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{24^2 + 10^2} \text{ cm} = \sqrt{576 + 100} \text{ cm} = \sqrt{676} \text{ cm} = 26 \text{ cm}$$

$2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = (26 + 24 + 10)\ \text{cm} = 60\ \text{cm}$

$A_l = 2p \cdot \overline{AA'} = (60 \cdot 8)\ \text{cm}^2 = 480\ \text{cm}^2$

$A_t = A_l + 2 \cdot A_b = (480 + 2 \cdot 120)\ \text{cm}^2 = 720\ \text{cm}^2$

3 La base di un prisma retto è un triangolo rettangolo avente l'ipotenusa e un cateto che misurano rispettivamente 55 cm e 33 cm. Calcola l'area della superficie totale sapendo che l'altezza misura 12 cm.

4 Un trapezio isoscele con la base maggiore, la base minore e il lato obliquo lunghi rispettivamente 38 cm, 20 cm e 15 cm è la base di un prisma retto. Calcola l'area della superficie totale del prisma sapendo che l'altezza del solido è $\frac{5}{4}$ dell'altezza del prisma.

5 In un trapezio rettangolo la somma delle due basi è 55 cm, una è $\frac{5}{6}$ dell'altra e il lato obliquo misura 13 cm. Calcola l'area della superficie totale di un prisma retto che ha per base il trapezio rettangolo sapendo che l'altezza del prisma è 18 cm.

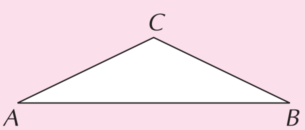
6 Un prisma retto ha per base un rombo. Calcola l'area della superficie totale del prisma sapendo che le diagonali della base misurano 36 cm e 48 cm e l'altezza del prisma è lunga 10 cm.

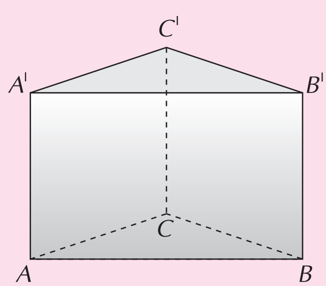
7 *Esercizio Svolto*

Le formule inverse di un prisma retto

Un triangolo isoscele la cui base misura 36 dm e il cui lato obliquo è $\frac{5}{9}$ della base è la base di un prisma retto che ha l'area della superficie laterale uguale a 1672 dm^2. Calcola l'altezza del prisma.

Svolgimento





Dati	Incognita
$\overline{AB} = 36\ \text{dm}$ $BC = \frac{5}{9} \cdot AB$ $A_l = 1672\ \text{dm}^2$	$\overline{AA'}$

Calcoliamo la misura del lato obliquo del triangolo.

$\overline{BC} = \frac{5}{9} \cdot \overline{AB} = \left(\frac{5}{\cancel{9}} \cdot \cancel{36}^{4}\right)\ \text{dm} = 20\ \text{dm}$

$2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} \cdot 2 = (36 + 20 \cdot 2)\ \text{dm} = 76\ \text{dm}$

$\overline{AA'} = A_l : 2p = (1672 : 76)\ \text{dm} = 22\ \text{dm}$

8 Un prisma retto con l'area della superficie totale uguale a 1360 dm^2, ha per base un triangolo rettangolo i cui cateti misurano 8 dm e 15 dm. Calcola la misura dell'altezza del prisma.

9 Il perimetro di base di un parallelepipedo rettangolo è 96 cm e una dimensione è $\frac{5}{7}$ dell'altra. Calcola l'area della superficie totale del parallelepipedo sapendo che l'altezza misura 19 cm.
(Suggerimento: il parallelepipedo rettangolo è un prisma retto che ha per basi due rettangoli)

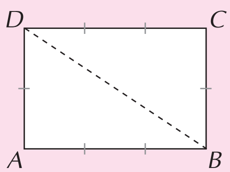
10 La somma delle tre dimensioni di un parallelepipedo rettangolo è 117 dm. Calcola l'area della superficie totale del parallelepipedo sapendo che due dimensioni della base sono una $\frac{3}{4}$ dell'altra e che l'altezza del solido è lunga 26 dm.

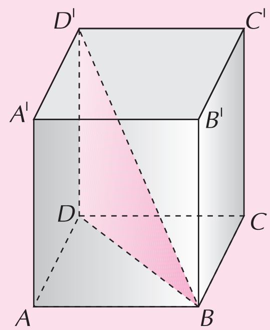
11 ***Esercizio Svolto***

La misura delle dimensioni e della diagonale di un parallelepipedo rettangolo

L'area della superficie totale di un parallelepipedo rettangolo è 708 cm^2. Calcola la misura delle tre dimensioni e della diagonale sapendo che il perimetro di base è 30 cm e una dimensione è $\frac{2}{3}$ dell'altra.

Svolgimento





Dati	Incognite
$A_t = 708\ cm^2$ $2p_{(ABCD)} = 30$ cm $BC = \frac{2}{3} \cdot AB$	$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ $\overline{AA'}$, $\overline{BD'}$

Della base $ABCD$ conosciamo il perimetro e il rapporto fra i lati; calcoliamo la misura dei lati AB e BC:

$\overline{AB} + \overline{BC} = 2p : 2 = (30 : 2)$ cm $= 15$ cm

$\overline{BC} = [(15 : 5) \cdot 2]$ cm $= 6$ cm

$\overline{AB} = [(15 : 5) \cdot 3]$ cm $= 9$ cm

A partire dall'area della superficie totale determiniamo per differenza l'area della superficie laterale per poi calcolare la misura dell'altezza.

$A_b = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = (9 \cdot 6)\ cm^2 = 54\ cm^2$

$A_l = A_t - 2 \cdot A_b = (708 - 2 \cdot 54)\ cm^2 = 600\ cm^2$

$\overline{AA'} = A_l : 2p = (600 : 30)$ cm $= 20$ cm

Calcoliamo infine la misura della diagonale note le misure delle 3 dimensioni.

$d = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 + \overline{DD'}^2} = \sqrt{9^2 + 6^2 + 20^2}$ cm $= \sqrt{517}$ cm $= 22{,}7$ cm

12 L'area della superficie totale di un parallelepipedo rettangolo è 2124 dm^2. Calcola la misura delle tre dimensioni e della diagonale sapendo che il perimetro di base è 66 dm e una dimensione è $\frac{5}{6}$ dell'altra.

13 L'area della superficie totale e di base di un parallelepipedo rettangolo sono rispettivamente 1606 cm^2 e 153 cm^2. Determina la misura dell'altezza e della diagonale del parallelepipedo sapendo che una delle due dimensioni di base misura 9 cm.

14 Un cubo ha la misura dello spigolo di 12 cm. Calcola l'area della superficie totale e la misura della diagonale.
(Suggerimento: il cubo è un parallelepipedo rettangolo avente le tre dimensioni congruenti)

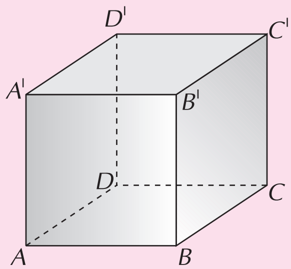
15 Un cubo ha la misura dello spigolo di 15 cm. Calcola l'area della superficie laterale e la misura della diagonale.

16 *Esercizio Svolto*

Lo spigolo di un cubo

Un cubo ha l'area della superficie totale di 1536 cm^2. Calcola la misura dello spigolo.

Svolgimento



Dato	Incognita
$A_t = 1536\ cm^2$	$\overline{AB}$

Per calcolare la misura della spigolo, basta applicare la formula inversa:

$\overline{AB} = \sqrt{A_t : 6} = \sqrt{1536 : 6}\ cm = 16\ cm$

17 Un cubo ha l'area della superficie laterale di 3136 cm^2. Calcola la misura dello spigolo.

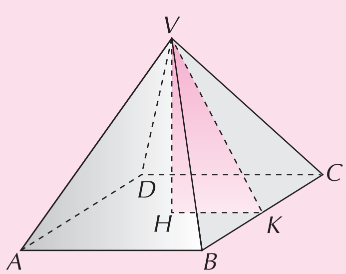
18 Un cubo ha l'area della superficie totale di 6144 cm^2. Calcola l'area della superficie laterale.

19 *Esercizio Svolto*

L'area della superficie totale di una piramide quadrangolare regolare

Una piramide quadrangolare regolare ha lo spigolo di base e l'altezza che misurano rispettivamente 16 cm e 6 cm. Calcola l'area della superficie totale.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 16\ cm$ $\overline{VH} = 6\ cm$	A_t

Per determinare l'area della superficie laterale dobbiamo prima calcolare la misura dell'apotema *VK* applicando il teorema di Pitagora al triangolo *VHK*.

$\overline{HK} = \overline{AB} : 2 = (16 : 2)\ cm = 8\ cm$

$$\overline{VK} = \sqrt{\overline{VH}^2 + \overline{HK}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2}\ cm = \sqrt{36 + 64}\ cm = \sqrt{100}\ cm = 10\ cm$$

$$A_l = \frac{2p_{(ABCD)} \cdot \overline{VK}}{2} = \frac{(4 \cdot 16) \cdot 10}{2} cm^2 = 320\ cm^2$$

$A_b = \overline{AB}^2 = 16^2\ cm^2 = 256\ cm^2$

$A_t = A_b + A_l = (256 + 320)\ cm^2 = 576\ cm^2$

20 Una piramide quadrangolare regolare ha lo spigolo di base e l'altezza che misurano rispettivamente 20 cm e 24 cm. Calcola l'area della superficie totale.

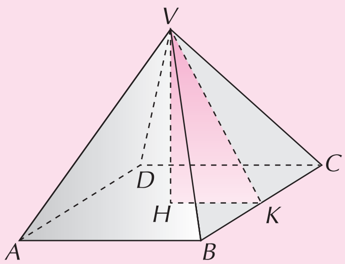
21 Una piramide quadrangolare regolare ha l'area di base di 1024 cm^2 e l'altezza lunga 30 cm. Calcola l'area della superficie totale.

22 *Esercizio Svolto*

L'apotema di una piramide quadrangolare regolare

Calcola la misura dell'apotema di una piramide quadrangolare regolare sapendo che l'area della superficie totale è 864 cm^2 e lo spigolo di base è lungo 18 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$A_t = 864\ cm^2$ $\overline{AB} = 18\ cm$	$\overline{VK}$

Calcoliamo l'area di base e poi l'area della superficie laterale sottraendo quest'ultima dall'area totale.

$A_b = \overline{AB}^2 = 18^2\ cm^2 = 324\ cm^2$

$A_l = A_t - A_b = (864 - 324)\ cm^2 = 540\ cm^2$

Dopo aver calcolato il perimetro di base applichiamo la formula inversa dell'area della superficie totale per calcolare la misura dell'apotema.

$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot 4 = (18 \cdot 4)\ cm = 72\ cm$

$\overline{VK} = \dfrac{A_l \cdot 2}{2p} = \dfrac{540 \cdot 2}{72}\ cm = 15\ cm$

23 Calcola la misura dell'apotema di una piramide quadrangolare regolare sapendo che l'area della superficie totale è 2856 cm^2 e lo spigolo di base è lungo 34 cm.

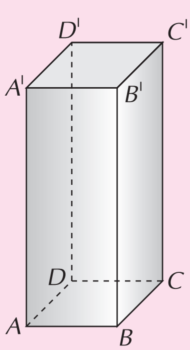
24 Calcola la misura dello spigolo di base e l'area della superficie totale di una piramide quadrangolare regolare sapendo che l'area della superficie laterale è 756 cm^2 e l'apotema è lungo 18 cm.

25 *Esercizio Svolto*

Il volume di un prisma retto

L'area della superficie laterale di un prisma retto a base quadrata è 2352 cm^2. Calcola il volume del prisma sapendo che l'altezza misura 42 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$A_l = 2352\ cm^2$ $\overline{AA'} = 42\ cm$	V

Per poter calcolare il volume abbiamo bisogno dell'area di base, quindi calcoliamo il perimetro di base e poi la misura dello spigolo applicando la formula inversa dell'area della superficie laterale.

$2p_{(ABCD)} = A_l : \overline{AA'} = (2352 : 42)\ cm = 56\ cm$

$\overline{AB} = 2p : 4 = (56 : 4)$ cm $= 14$ cm

$A_b = \overline{AB}^2 = 14^2$ cm$^2 = 196$ cm^2

$V = A_b \cdot \overline{AA'} = (196 \cdot 42)$ cm$^3 = 8232$ cm^3

26 L'area di base di un prisma retto a base quadrata è 784 cm^2 e l'altezza è $\frac{9}{7}$ dello spigolo di base. Calcola il volume del prisma.

27 Le diagonali di base di un prisma retto a base rombica misurano rispettivamente 48 dm e 28 dm. Calcola il volume del prisma sapendo che la sua altezza misura 25 dm.

28 L'area della superficie laterale di un prisma retto a base triangolare è 1620 cm^2. Calcola il volume del prisma sapendo che la base è un triangolo rettangolo i cui cateti misurano rispettivamente 12 cm e 5 cm.

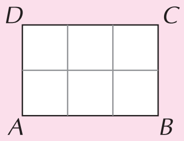
29 Calcola il volume di un parellelepipedo rettangolo sapendo che l'altezza misura 45 cm, che il perimetro di base è 126 cm e le due dimensioni sono una $\frac{3}{4}$ dell'altra.

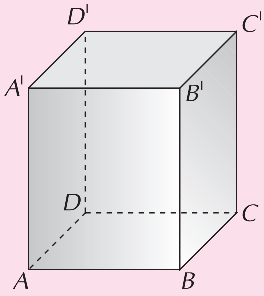
30 *Esercizio Svolto*

Le dimensioni di un parallelepipedo rettangolo

Il volume di un parallelepipedo rettangolo è 12672 cm^3. Calcola la misura delle due dimensioni di base sapendo che sono una $\frac{2}{3}$ dell'altra e che l'altezza misura 33 cm.

Svolgimento





Dati	Incognita
$V = 12672$ cm^3	$\overline{AB}$
$BC = \frac{2}{3} \cdot AB$	$\overline{BC}$
$\overline{AA'} = 33$ cm	

Calcoliamo l'area di base applicando la formula inversa del volume:

$A_b = V : \overline{AA'} = (12672 : 33)$ cm$^2 = 384$ cm^2

Nella superficie di base si evidenziano $3 \cdot 2 = 6$ quadrati di ugual superficie, ciascuno con area uguale a:

$A_{quadrato} = A_b : 6 = (384 : 6)$ cm$^2 = 64$ cm^2

lato quadrato $\sqrt{A_{quadrato}} = \sqrt{64}$ cm $= 8$ cm

$\overline{AB} = (8 \cdot 3)$ cm $= 24$ cm

$\overline{BC} = (8 \cdot 2)$ cm $= 16$ cm

31 Il volume di un parallelepipedo rettangolo è 26320 cm^3. Calcola la misura delle due dimensioni di base sapendo che sono una $\frac{5}{7}$ dell'altra e che l'altezza misura 47 cm.

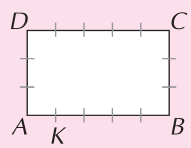
32 L'area di base e della superficie laterale di un parallelepipedo rettangolo sono rispettivamente 1815 cm^2 e 12672 cm^2. Calcola il volume del parallelepipedo sapendo che le dimensioni di base sono una $\frac{3}{5}$ dell'altra.

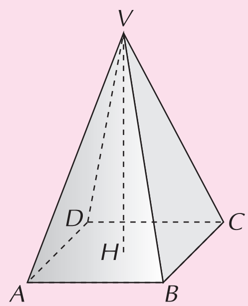
33 *Esercizio Svolto*

Il volume di una piramide retta

Una piramide retta ha per base un rettangolo il cui perimetro è 80 cm e con le dimensioni una $\frac{3}{5}$ dell'altra. Calcola il volume della piramide sapendo che l'altezza misura 36 cm.

Svolgimento





Dati	Incognita
$2p_{(ABCD)} = 80$ cm $BC = \frac{3}{5} \cdot AB$ $\overline{VH} = 36$ cm	V

Dalla rappresentazione della base si capisce che il perimetro è formato da $3 + 5 + 3 + 5 = 16$ segmenti unitari ciascuno dei quali misura:

$\overline{AK} = (80 : 16)$ cm $= 5$ cm

pertanto $\overline{BC} = (3 \cdot 5)$ cm $= 15$ cm e $\overline{AB} = (5 \cdot 5)$ cm $= 25$ cm

$A_b = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = (25 \cdot 15)$ cm$^2 = 375$ cm^2

$$V = \frac{A_b \cdot \overline{VH}}{3} = \frac{375 \cdot 36}{3} \text{ cm}^3 = 4\,500 \text{ cm}^3$$

34 Una piramide retta ha per base un rettangolo il cui perimetro è 78 cm e con le dimensioni una $\frac{6}{7}$ dell'altra. Calcola il volume della piramide sapendo che l'altezza misura 39 cm.

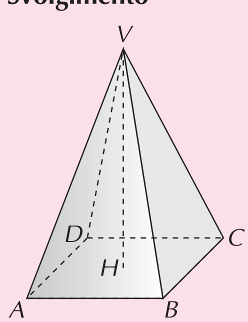
35 Calcola il volume di una piramide quadrangolare regolare sapendo che lo spigolo di base e l'altezza misurano rispettivamente 12 cm e 35 cm.

36 *Esercizio Svolto*

Le formule inverse del volume di una piramide

Il volume di una piramide quadrangolare regolare è 621 cm^3. Calcola la misura dell'altezza sapendo che lo spigolo di base misura 9 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$V = 621$ cm^3 $\overline{AB} = 9$ cm	$\overline{VH}$

Determiniamo l'area di base:

$A_b = \overline{AB}^2 = 9^2$ cm$^2 = 81$ cm^2

Calcoliamo la misura l'altezza applicando la formula inversa del volume:

$$\overline{VH} = \frac{V \cdot 3}{A_b} = \frac{621 \cdot 3}{81} \text{ cm} = 23 \text{ cm}$$

37 Il volume di una piramide quadrangolare regolare è 2304 cm^3. Calcola la misura dell'altezza sapendo che lo spigolo di base misura 16 cm.

38 Il volume di una piramide quadrangolare regolare è 3200 cm^3. Calcola l'area della superficie totale sapendo che l'altezza misura 24 cm.

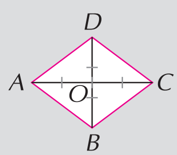
ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO **

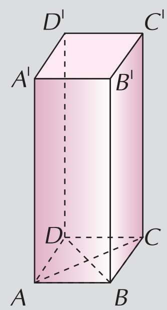
1 *Esercizio Guidato*

L'area della superficie totale di un prisma retto

L'area di base di un prisma retto a base rombica è 96 cm^2. Determina l'area della superficie totale del prisma sapendo che le diagonali di base sono una $\frac{3}{4}$ dell'altra e che l'altezza misura 27 cm.

Svolgimento





Dati	Incognita
$A_b = 96\ cm^2$ $BD = \frac{3}{4} \cdot AC$ $\overline{AA'} = 27\ cm$	A_t

Per calcolare l'area della superficie laterale abbiamo bisogno del perimetro.

Nel rombo si evidenziano $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ .... di uguale ....

$A_{quadrato} = A_b : ..... = (..... : .....)\ cm^2 = 16\ cm^2$

lato quadrato $\sqrt{A} = \sqrt{16}$ cm $= 4$ cm

$\overline{BD} = (4 \cdot 3)$ cm $= .....$ cm

$\overline{AC} = (..... \cdot 4)$ cm $= 16$ cm

$$\overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\overline{BD^2}}{2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2}\ cm = \sqrt{6^2 + 8^2}\ cm = \sqrt{100}\ cm = 10\ cm$$

$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot ..... = (..... \cdot .....)$ cm $= 40$ cm

$A_l = 2p_{(ABCD)} \cdot ..... = (..... \cdot .....)\ cm^2 = ...$

$A_t = ... + ... \cdot A_b = (..... + 2 \cdot .....)\ cm^2 = 1\,272\ cm^2$

2 L'area di base di un prisma retto a base triangolare è 432 cm^2. Determina l'area della superficie totale del prisma sapendo che il triangolo è isoscele, la base è $\frac{2}{3}$ dell'altezza e l'altezza del prisma misura 41 cm.

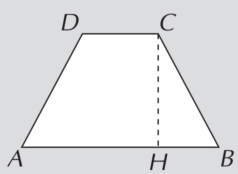
3 Un prisma retto ha per base un triangolo rettangolo i cui cateti sono uno $\frac{5}{12}$ dell'altro. Calcola l'area della superficie totale del prisma sapendo che l'area di base è 750 dm^2 e l'altezza del prisma è $\frac{15}{13}$ dell'ipotenusa.

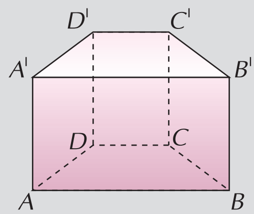
4 *Esercizio Guidato*

La misura dell'altezza di un prisma retto

L'area della superficie totale di un prisma retto che ha per base un trapezio isoscele è 2430 cm^2 e l'area di base è 270 cm^2. Calcola la misura dell'altezza del prisma sapendo che la base maggiore e la base minore del trapezio misurano rispettivamente 26 cm e 10 cm.

Svolgimento





Dati	Incognita
$A_t = 2430\ cm^2$ $A_b = 270\ cm^2$ $\overline{AB} = 26$ cm $\overline{DC} = 10$ cm	$\overline{AA'}$

Per poter determinare la misura dell'altezza dobbiamo calcolare l'area della superficie laterale e il perimetro di base.

$A_l = A_t - 2 \cdot A_b = (\text{.........} - 2 \cdot \text{.....})\ cm^2 = \text{.........}\ cm^2$

Operiamo ora sugli elementi della base per calcolare il perimetro:

$\overline{CH} = 2 \cdot A_b : (\text{.....} + \text{.....}) = [2 \cdot 270 : (\text{.....} + \text{.....})]\ cm = 15\ cm$

$\overline{HB} = (\overline{AB} - \overline{CD}) : 2 = [(26 - 10) : 2]\ cm = 8\ cm$

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2} = \sqrt{\text{.....} + \text{.....}}\ cm = \sqrt{225 + 64}\ cm = \sqrt{289}\ cm = 17\ cm$

$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (26 + 17 + 10 + 17)\ cm = 70\ cm$

$\overline{AA'} = A_l : 2p = (\text{.....} : \text{.....})\ cm = 27\ cm$

5 Un prisma retto ha per base un triangolo rettangolo i cui cateti sono uno $\frac{3}{4}$ dell'altro. Calcola l'area della superficie totale sapendo che l'area della superficie laterale è 432 cm^2 e che l'altezza del prisma e l'ipotenusa misurano rispettivamente 12 cm e 15 cm.

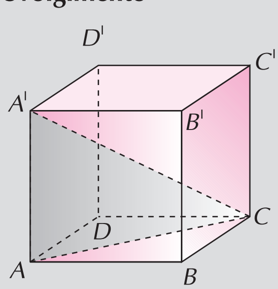
6 L'area della superficie laterale di un parallelepipedo rettangolo è 3600 cm^2 e le due dimensioni sono una $\frac{2}{7}$ dell'altra. Calcola l'area della superficie totale sapendo che l'altezza del solido è 25 cm.

7 *Esercizio Guidato*

L'area della superficie totale di un cubo

La diagonale di un cubo misura 39,836 dm. Calcola l'area della superficie totale del cubo.

Svolgimento



Dato	Incognita
$\overline{A'C} = 39{,}836$ dm	A_t

$\overline{AB} = \overline{A'C} : \sqrt{3} = (39{,}836 : \text{........})\ dm = \text{.....}\ dm$

$A_t = \text{.....} \cdot A_b = (6 \cdot \text{.....})\ dm^2 = \text{........}\ dm^2$

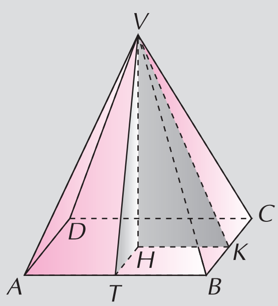
8 La diagonale di un cubo misura 27,712 cm. Calcola le misure delle dimensioni di un parallelepipedo rettangolo avente la stessa superficie totale del cubo sapendo che le dimensioni di base sono una $\frac{1}{3}$ dell'altra e l'area di base è 48 cm^2.

9 *Esercizio Guidato*

L'area della superficie totale di una piramide a base rettangolare

Una piramide a base rettangolare con il piede dell'altezza nel punto di incontro delle diagonali di base è alta 8 cm. Calcola l'area della superficie totale sapendo che il perimetro di base è 84 cm e una dimensione è $\frac{2}{5}$ dell'altra.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{VH} = 8$ cm $2p_{(ABCD)} = 84$ cm $BC = \frac{2}{5} \cdot AB$	A_t

Per calcolare l'area della superficie laterale dobbiamo calcolare l'area delle singole facce laterali perché la piramide non è retta.

Determiniamo le dimensioni del rettangolo di base:

$\overline{AB} + \overline{BC} = 2p : 2 = (84 : 2)$ cm $= 42$ cm

$\overline{BC} = [(42 : .....) \cdot .....]$ cm $= 12$ cm

$\overline{AB} = [(42 : .....) \cdot .....]$ cm $= .....$ cm

Calcoliamo la misura degli apotemi VK e VT considerando i triangoli rettangoli VHK e VHT.

$$\overline{VK} = \sqrt{\overline{VH}^2 + \overline{HK}^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} \text{ cm} = \sqrt{64 + 225} \text{ cm} = \sqrt{289} \text{ cm} = 17 \text{ cm}$$

$$\overline{VT} = \sqrt{\overline{VH}^2 + \overline{HT}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} \text{ cm} = \sqrt{64 + 36} \text{ cm} = \sqrt{100} \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

$$A_t = A_b + 2 \cdot A_{(ABV)} + 2 \cdot A_{(BCV)} = \overline{AB} \cdot ..... + 2 \cdot \frac{\overline{AB} \cdot .....}{.....} + 2 \cdot \frac{..... \cdot .....}{.....} =$$

$$= \left(..... \cdot ..... + 2 \cdot \frac{..... \cdot .....}{2} + 2 \cdot \frac{..... \cdot .....}{2} \right) \text{ cm}^2 = ... \text{ cm}^2$$

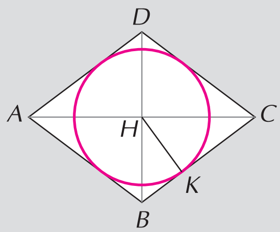
10 Una piramide a base rettangolare con il piede dell'altezza nel punto d'incontro delle diagonali di base è alta 12 cm. Calcola l'area della superficie totale sapendo che il perimetro di base è 56 cm e una dimensione è $\frac{5}{9}$ dell'altra.

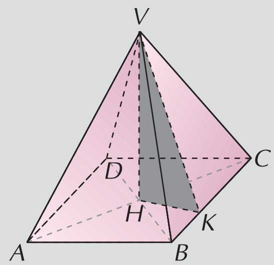
11 *Esercizio Guidato*

L'area della superficie totale di una piramide retta a base rombica

L'altezza di una piramide retta a base rombica misura 10 cm. Calcola l'area della superficie totale sapendo che l'area di base è 2400 cm^2 e la diagonale minore della base misura 60 cm.

Svolgimento





Dati	Incognita
$\overline{VH} = 10$ cm $A_b = 2\,400$ cm^2 $\overline{BD} = 60$ cm	A_t

Per determinare la misura del lato del rombo AB dobbiamo applicare il teorema di Pitagora sul triangolo rettangolo AHB; mentre per determinare la misura dell'apotema $\overline{VK}$ dobbiamo applicare lo stesso teorema al triangolo VHK. Calcoliamo gli elementi della base:

$\overline{AC} = 2 \cdot A_b : ..... = [2 \cdot .... : .....]$ cm $= 80$ cm

$\overline{HB} = \overline{DB} : 2 = (..... : 2)$ cm $= .....$ cm $\qquad \overline{AH} = ... : 2 = (..... : 2)$ cm $= .....$ cm

$\overline{AB} = \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{AH}^2} = \sqrt{30^2 + 40^2}$ cm $= \sqrt{900 + 1600}$ cm $= \sqrt{2\,500}$ cm $= 50$ cm

Per calcolare la misura dell'apotema VK è necessario conoscere la lunghezza del segmento HK che è il .... della circonferenza inscritta e corrisponde all'altezza del triangolo rettangolo BHC relativa all'ipotenusa BC.

$$\overline{HK} = \frac{..... \cdot \overline{HC}}{\overline{BC}} = \frac{..... \cdot .....}{.....} \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

$\overline{VK} = \sqrt{\overline{HK}^2 + ...} = \sqrt{..... + ...}$ cm $= \sqrt{..... + ...}$ cm $= \sqrt{.....}$ cm $= .....$ cm

Possiamo ora calcolare $\quad A_l = 2p_{(ABCD)} \cdot \overline{VK} : 2 = [(4 \cdot .....) \cdot ..... : 2]$ cm$^2 = ...$ cm^2

$\qquad A_t = A_l + A_b = (2\,600 + 2\,400)$ cm$^2 = ...$ cm^2

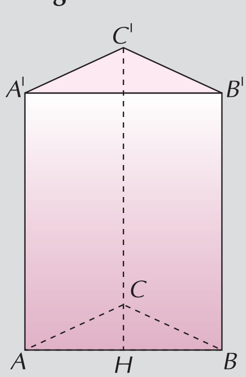
12 L'altezza di una piramide retta a base rombica è lunga 16,2 dm. Calcola l'area della superficie totale sapendo che l'area di base è 1944 dm^2 e una diagonale misura 54 dm.

13 *Esercizio Guidato*

Il volume di un prisma retto a base triangolare

Un prisma retto ha per base un triangolo isoscele con la base pari a $\frac{16}{17}$ del lato obliquo. Calcola il volume del solido sapendo che l'area della superficie laterale e la misura dell'altezza sono rispettivamente 4200 cm^2 e 42 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$AB = \frac{16}{17} \cdot BC$ $A_l = 4\,200$ cm^2 $\overline{AA'} = 42$ cm	V

Calcoliamo il perimetro applicando la formula inversa dell'area della superficie laterale

$2p = A_l : ..... = (..... : 42)$ cm $= 100$ cm

Determiniamo la lunghezza dei lati

$\overline{AB} = 16 \cdot [2p : (16 + 17 + ...)] = [16 \cdot (100 : 50)]$ cm $= 32$ cm

$\overline{BC} = 17 \cdot [2p : (..... + ... + ...)] = [17 \cdot (..... : .....)]$ cm $= .....$ cm

Calcoliamo la misura dell'altezza $\overline{CH}$ applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo HBC.

$\overline{HB} = \overline{AB} : 2 = (......... : 2)$ cm $= 16$ cm

$\overline{CH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - .....} = \sqrt{..... - .....}$ cm $= 30$ cm

$A_b = \overline{AB} \cdot ..... : 2 = (32 \cdot ..... : 2)$ cm$^2 = ...$ cm^2

$V = A_b \cdot \overline{AA'} = (..... \cdot .....)$ cm$^3 = 20160$ cm^3

14 Un prisma retto ha per base un triangolo isoscele con il lato obliquo pari a $\frac{13}{10}$ dalla base. Calcola il volume del solido sapendo che l'area della superficie laterale e la misura dell'altezza sono rispettivamente 5616 cm^2 e 52 cm.

15 Un prisma retto ha per base un triangolo rettangolo con i cateti lunghi rispettivamente 20,8 cm e 15,6 cm. Calcola il volume del prisma sapendo che l'area della superficie laterale è 1872 cm^2.

16 Un parallelepipedo rettangolo ha l'area della superficie laterale di 26880 cm^2 e l'altezza lunga 192 cm. Calcola la misura dello spigolo di un cubo equivalente al parallelepipedo sapendo che le dimensioni di base di quest'ultimo sono una $\frac{5}{9}$ dell'altra.

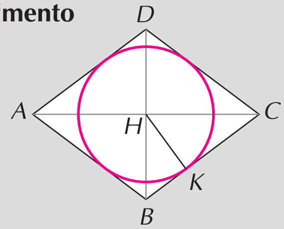
17 Un parallelepipedo rettangolo è equivalente ad un cubo con lo spigolo lungo 24 cm. Calcola l'area della superficie totale del parallelepipedo sapendo che l'altezza misura 27 cm e una dimensione di base è doppia dell'altra.

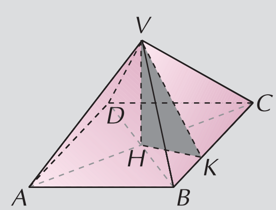
18 *Esercizio Guidato*

Il volume di una piramide retta

L'area della superficie totale e laterale di una piramide avente per base un rombo sono rispettivamente 7776 cm^2 e 4320 cm^2. Calcola il volume della piramide sapendo che la diagonale minore della base misura 72 cm.

Svolgimento





Dati	Incognita
$A_t = 7776$ cm^2	V
$A_l = 4320$ cm^2	
$\overline{BD} = 72$ cm	

Per poter calcolare il volume della piramide abbiamo bisogno dell'area di base e della misura dell'altezza. Calcoliamo l'area di base come differenza di aree e poi determiniamo le misure dell'apotema di base e dell'apotema della piramide per poter poi calcolare la misura dell'altezza.

$A_b = A_t - ..... = (7776 - .....)$ cm$^2 = ...$ cm^2

$\overline{AC} = 2 \cdot A_b : \overline{BD} = (2 \cdot ..... : 72)$ cm $= 96$ cm

$\overline{HB} = ... : 2 = (..... : 2)$ cm $= .....$ cm $\overline{HC} = ... : ..... = (..... : .....)$ cm $= .....$ cm

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{HC}^2} = \sqrt{36^2 + 48^2}$ cm $= \sqrt{1296 + 2304}$ cm $= \sqrt{3600}$ cm $= 60$ cm

$\overline{HK} = \frac{..... \cdot \overline{HC}}{\overline{BC}} = \frac{..... \cdot 48}{.....}$ cm = ... cm

$\overline{VK} = A_l : p = [..... : (2 \cdot 60)]$ cm = ... cm

$\overline{VH} = \sqrt{\overline{VK}^2 - \overline{HK}^2} = \sqrt{36^2 - 28{,}8^2}$ cm = 21,6 cm

$V = ... \cdot \overline{VH} : ..... = ... \cdot 21{,}6 : ..... = ...$ cm^3

19 L'area della superficie totale di una piramide avente per base un rombo è 1250 cm^2. Calcola il volume della piramide sapendo che le due diagonali di base misurano rispettivamente 30 cm e 40 cm.

20 L'area della superficie totale di una piramide quadrangolare regolare è 4800 dm^2 e l'area di base è $\frac{1}{2}$ dell'area laterale. Calcola il volume della piramide.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO ***

1 L'area della superficie totale di un prisma retto a base rombica è 1800 cm^2 e l'area di base è $\frac{1}{13}$ dell'area laterale. Calcola la misura dell'altezza del prisma sapendo che una diagonale è lunga 10 cm.

2 L'area della superficie totale di un parallelepipedo rettangolo è 1550 dm^2 e due dimensioni sono rispettivamente $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{3}$ della terza. Calcola il volume del solido.

3 Un parallelepipedo rettangolo ha l'area della superficie laterale di 8526 cm^2 e l'altezza lunga 49 cm. Calcola la misura dello spigolo di un cubo equivalente al parallelepipedo sapendo che le dimensioni di base di quest'ultimo sono una $\frac{8}{21}$ dell'altra.

4 Un cubo con lo spigolo lungo 42 cm è equivalente ad una piramide quadrangolare regolare alta 56 cm. Calcola l'area della superficie totale della piramide.

5 Un parallelepipedo rettangolo alto 100 cm con una dimensione di base $\frac{1}{4}$ dell'altra è equivalente ad una piramide quadrangolare regolare con lo spigolo di base lungo 40 cm e con l'area della superficie totale di 5760 cm^2. Calcola l'area della superficie totale del parallelepipedo.

6 Un cubo è sormontato da una piramide quadrangolare regolare con la base coincidente con una faccia del cubo. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido sapendo che lo spigolo del cubo misura 72 cm e l'altezza della piramide è lunga 27 cm.

7 In un cubo vi è una cavità a forma di piramide quadrangolare regolare con la base coincidente con quella del cubo. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido sapendo che lo spigolo del cubo misura 96 cm e l'altezza della piramide è lunga 20 cm.

8 Un solido è costituito da un parallelepipedo rettangolo sormontato da una piramide la cui base si ottiene congiungendo i punti medi dei lati della faccia superiore del parallelepipedo. Calcola l'area della superficie totale e il volume del solido sapendo che l'area della superficie laterale e l'apotema della piramide misurano rispettivamente 160 cm^2 e 8 cm, mentre l'area della superficie laterale e una dimensione di base del parallelepipedo misurano rispettivamente 1400 cm^2 e 12 cm.

9 In un parallelepipedo rettangolo, con le dimensioni di base lunghe 36 cm e 30 cm e l'altezza che misura 72 cm, è stata praticata una cavità a forma di parallelepipedo rettangolo che lo trapassa per tutta l'altezza da parte a parte. Il foro è pari a $\frac{1}{3}$ del volume del parallelepipedo e le sue dimensioni sono una $\frac{2}{5}$ dell'altra. Determina l'area della superficie del solido così ottenuto.

10 Sia *ABC* un triangolo rettangolo in *A* la base di una piramide. Il vertice *V* si trova sulla perpendicolare al piano di *ABC* passante per *A*. Determina l'area della superficie totale e il volume della piramide così ottenuta sapendo che i due cateti del triangolo di base e l'altezza (che coincide con lo spigolo *VA*) misurano rispettivamente 16 cm, 12 cm e 12,8 cm.

11 In un prisma vi è una cavità a forma di piramide quadrangolare regolare con la base coincidente con quella del prisma e per vertice il centro della base opposta. Calcola l'area della superficie totale e il peso del solido ($Ps = 5$) sapendo che l'area della base comune è 1764 dm^2 e l'apotema della piramide è lunga 35 dm.

12 Un solido è formato da un cubo e da due piramidi quadrangolari regolari congruenti aventi le basi coincidenti con le due facce opposte del cubo. Sapendo che la distanza tra i due vertici delle piramidi misura 119 cm e che il lato del cubo è $\frac{3}{2}$ di ciascuna delle due altezze delle piramidi, calcola l'area della superficie totale e il volume del solido.

13 Un cubo di rame ($Ps = 8{,}8$), avente lo spigolo lungo 15 dm viene fuso con un prisma pentagonale di zinco ($Ps = 6{,}8$) avente l'area della superficie laterale di 600 dm^2 e l'altezza che misura 12 dm. Dalla fusione dei due solidi si ottiene un prisma esagonale regolare avente l'area di base di 259 dm^2. Calcola l'altezza del prisma e il suo peso.

SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

1 spazio, poligoni, lato.
2 **a.** poliedro convesso, facce, spigoli; **b.** poliedro, congruenti, paralleli, paralleli, parallelogrammi; **c.** gli spigoli laterali, perpendicolari; **d.** retto, due poligoni regolari.
3 **a.** V; **b.** F; **c.** V; **d.** V; **e.** V.
4 parallelepipedo rettangolo; congruenti.
5 **a.** parallelepipedo; **b.** parallelepipedo rettangolo; **c.** prisma retto; **d.** cubo.
6 $A_l = 2p \cdot h$.
7 **a.**; **c.**
8 $A_t = 6 \cdot \ell^2$.
9 piramide indefinita, sezione, vertice; **b.** inscrivere, il piede dell'altezza; **c.** retta, un poligono regolare.
10 $A_l = p \cdot a$.
11 poligoni regolari congruenti fra di loro, congruenti fra loro.
12 tetraedro, cubo, ottaedro, dodecaedro, icosaedro.
13 quando hanno lo stesso volume.
14 **a.** ③; **b.** ①; **c.** ④; **d.** ②.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

1 piramide: $f = 5$; $v = 5$; $s = 8$; $5 + 5 = 8 + 2$; prisma: $f = 8$; $v = 12$; $s = 18$; $8 + 12 = 18 + 2$.
3 3036 cm^2.
4 2016 cm^2.
5 2100 cm^2.
6 2928 cm^2.
8 31 dm.
9 2944 cm^2.
10 8788 dm^2.
12 15 dm; 18 dm; 24 dm; 33,54 dm.
13 25 cm; 31,54 cm.
14 864 cm^2; 20,784 cm.
15 900 cm^2; 25,98 cm.
17 28 cm.
18 4096 cm^2.
20 1440 cm^2.
21 3200 cm^2.
23 25 cm.
24 21 cm; 1197 cm^2.
26 28224 cm^3.
27 16800 dm^3.
28 1620 cm^3.
29 43740 cm^3.
31 20 cm; 28 cm.
32 130680 cm^3
34 4914 cm^3.
35 1680 cm^3.
37 27 cm.
38 1440 cm^2.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

1 quadrati, estensione; $A_{quadrato} = A_b : 6 = (96 : 6)\ cm^2 = 16\ cm^2$; $\overline{BD} = (4 \cdot 3)\ cm = 12\ cm$;
$\overline{AC} = (4 \cdot 4)\ cm = 16\ cm$; $2p_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot 4 = (10 \cdot 4)\ cm = 40\ cm$;
$A_l = 2p_{(ABCD)} \cdot AA' = (40 \cdot 27)\ cm^2 = 1080\ cm^2$; $A_t = A_l + 2 \cdot A_b\ dm^2 = (1080 + 2 \cdot 96)\ cm^2 = 1272\ cm^2$.

2 $4959{,}08\ cm^2$. **3** $12750\ dm^2$.

4 $A_l = A_t - 2 \cdot A_b = (2430 - 2 \cdot 270)\ cm^2 = 1890\ cm^2$;
$\overline{CH} = 2 \cdot A_b : (\overline{AB} + \overline{CD}) = [2 \cdot 270 : (26 + 10)]\ cm = 15\ cm$;
$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2} = \sqrt{15^2 + 8^2}\ cm = 17\ cm$; $\overline{AA'} = A_l : 2p = (1890 : 70)\ cm = 27\ cm$.

5 $540\ cm^2$. **6** $5392\ cm^2$.

7 $\overline{AB} = \overline{A'C} : \sqrt{3} = (39{,}836 : 1{,}732)\ dm = 23\ dm$; $A_t = 6 \cdot A_b = (6 \cdot 23^2)\ dm^2 = 3174\ dm^2$.

8 12 cm; 4 cm; 45 cm.

9 $\overline{BC} = [(42 : 7) \cdot 2]\ cm = 12\ cm$; $\overline{AB} = [(42 : 7) \cdot 5]\ cm = 30\ cm$;

$$A_t = A_b + 2 \cdot A_{(ABV)} + 2 \cdot A_{(BCV)} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} + 2 \cdot \frac{\overline{AB} \cdot \overline{VT}}{2} + 2 \cdot \frac{\overline{BC} \cdot \overline{VK}}{2} =$$
$$= \left(30 \cdot 12 + 2 \cdot \frac{30 \cdot 10}{2} + 2 \cdot \frac{12 \cdot 17}{2}\right) cm^2 = 864\ cm^2.$$

10 $564\ cm^2$.

11 $\overline{AC} = 2 \cdot A_b : \overline{BD} = [2 \cdot 2400 : 60]\ cm = 80\ cm$; $\overline{HB} = \overline{DB} : 2 = (60 : 2)\ cm = 30\ cm$;
$\overline{AH} = \overline{AC} : 2 = (80 : 2)\ cm = 40\ cm$; raggio; $\overline{HK} = \dfrac{\overline{HB} \cdot \overline{HC}}{\overline{BC}} = \dfrac{30 \cdot 40}{50}\ cm = 24\ cm$;
$\overline{VK} = \sqrt{\overline{HK}^2 + \overline{VH}^2} = \sqrt{24^2 + 10^2}\ cm = \sqrt{576 + 100}\ cm = \sqrt{676}\ cm = 26\ cm$;
$A_l = 2p_{(ABCD)} \cdot \overline{VK} : 2 = [(4 \cdot 50) \cdot 26 : 2]\ cm^2 = 2600\ cm^2$;
$A_t = A_l + A_b = (2600 + 2400)\ cm^2 = 5000\ cm^2$.

12 $4374\ dm^2$.

13 $2p = A_l : \overline{AA'} = (4200 : 42)\ cm = 100\ cm$;
$\overline{AB} = 16 \cdot [2p : (16 + 17 + 17)] = [16 \cdot (100 : 50)]\ cm = 32\ cm$;
$\overline{BC} = 17 \cdot [2p : (16 + 17 + 17)] = [17 \cdot (100 : 50)]\ cm = 34\ cm$;
$\overline{HB} = \overline{AB} : 2 = (32 : 2)\ cm = 16\ cm$; $\overline{CH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{HB}^2} = \sqrt{34^2 - 16^2}\ cm = 30\ cm$;
$A_b = \overline{AB} \cdot \overline{CH} : 2 = (32 \cdot 30 : 2)\ cm^2 = 480\ cm^2$; $V = A_b \cdot \overline{AA'} = (480 \cdot 42)\ cm^3 = 20160\ cm^3$.

14 $28080\ cm^3$. **15** $4867{,}2\ cm^3$. **16** 60 cm. **17** $3616\ cm^2$.

18 $A_b = A_t - A_l = (7776 - 4320)\ cm^2 = 3456\ cm^2$; $\overline{AC} = 2 \cdot A_b : \overline{BD} = (2 \cdot 3456 : 72)\ cm = 96\ cm$;
$\overline{HB} = \overline{DB} : 2 = (72 : 2)\ cm = 36\ cm$; $\overline{HC} = \overline{AC} : 2 = (96 : 2)\ cm = 48\ cm$;
$\overline{HK} = \dfrac{\overline{HB} \cdot \overline{HC}}{\overline{BC}} = \dfrac{36 \cdot 48}{60}\ cm = 28{,}8\ cm$; $\overline{VK} = A_l : p = [4320 : (2 \cdot 60)]\ cm = 36\ cm$;
$V = A_b \cdot \overline{VH} : 3 = 3456 \cdot 21{,}6 : 3 = 24883{,}2\ cm^3$.

19 $1000\ cm^3$. **20** $18474{,}66\ dm^3$.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

1 30 cm.
2 $3750\ dm^3$.
3 42 cm.
4 $12064{,}5\ cm^2$.
5 $8512\ cm^2$.
6 $32400\ cm^2$; $419904\ cm^3$.
7 $56064\ cm^2$; $823296\ cm^3$.
8 $1848\ cm^2$; $5004{,}8\ cm^3$.
9 $16992\ cm^2$.
10 $435{,}2\ cm^2$; $409{,}6\ cm^3$.
11 $9408\ dm^2$; 164640 kg.
12 $19074\ cm^2$; $191607\ cm^3$.
13 21 dm; 43735,2 kg.