

Esercizi di consolidamento

Risolvi le seguenti disequazioni intere di secondo grado.

1 esercizio guidato

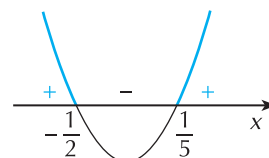
$$10x^2 + 3x - 1 \geq 0$$

Risolviamo l'equazione associata: $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{20} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{5} \end{cases}$

Disegniamo la parabola evidenziandone la posizione rispetto all'asse x .

L'intervallo delle soluzioni è quello che corrisponde ai valori di x che rendono positivo o nullo il trinomio, cioè

$$x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq \frac{1}{5}$$



2 $9x^2 - 1 < 0$

3 $x^2 - 4x + 4 < 0$

4 $2x^2 - 6x + 2 > 0$

5 $5x^2 + 4x \geq 0$

6 $-x^2 + 3x + 4 \geq 0$

7 $x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{4}{25} < 0$

8 $\frac{1}{3}x^2 - 6x < 0$

9 $2x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} > 0$

10 $7x - 14x^2 \leq 0$

11 $x^2 + \frac{x}{6} \geq \frac{1}{3}$

12 $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 > 0$

13 $12 - x^2 \geq 0$

14 $x^2 + \frac{9}{4}x - \frac{9}{4} < 0$

$$\left[-3 < x < \frac{3}{4}\right]$$

15 $x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{4}{25} \leq 0$

$$\left[x = \frac{2}{5}\right]$$

16 $x^2 - \frac{7}{12}x - 1 > 0$

$$\left[x < -\frac{3}{4} \vee x > \frac{4}{3}\right]$$

17 $\frac{x-1}{3} + 3\left(x - \frac{1}{2}\right) < x^2 + \frac{1}{2}$

$$\left[x < 1 \vee x > \frac{7}{3}\right]$$

18 $2 - \frac{x^2 + 2}{4} \geq \frac{1}{6}\left(x^2 - \frac{12 - 5x}{2}\right)$

$$\left[-3 \leq x \leq 2\right]$$

19 $\frac{1-4x}{5} + \frac{1}{2}\left(x - \frac{3x-4}{5}\right) < 1 - x^2$

$$\left[-\frac{2}{5} < x < 1\right]$$

20 $x(x-1) + \frac{1}{5}(9-x) \geq \frac{1}{5}$

$$[R]$$

$$21 \quad x(x-1) + \frac{1}{3} < \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{3}\right) \quad [\emptyset]$$

$$22 \quad \frac{3x^2 + 4}{3} + \frac{2x - 1}{2} \geq \frac{5x^2 - 2}{6} \quad [x \leq -\sqrt{2} - 3 \vee x \geq \sqrt{2} - 3]$$

$$23 \quad \frac{12}{5}x \left(\frac{1-x}{2} - \frac{1}{3}\right) \geq \frac{9}{5}x - 1 \quad \left[-\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}\right]$$

$$24 \quad \frac{4x - (4\sqrt{3} - 1)}{8} + x^2 - \frac{1}{16} < 4 - \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad \left[-\frac{9}{4} < x < \frac{7}{4}\right]$$

$$25 \quad \frac{(2x-1)^2}{-2} - 4 > 2x - \frac{13}{2} \quad [-1 < x < 1]$$

$$26 \quad (x-1)^2 + \frac{4x-5}{2} \geq \frac{(x-\sqrt{3})^2}{2} \quad [x \leq -\sqrt{3} - 3 \vee x \geq -\sqrt{3} + 3]$$

$$27 \quad \frac{(x+1)^2}{5} - \frac{2}{3}x \leq \frac{5}{3} + \frac{1}{5}(2x+1) \quad \left[-\frac{5}{3} \leq x \leq 5\right]$$

$$28 \quad \frac{(x-2)(x-3)}{3} - (2-\sqrt{3}) < \sqrt{3} \quad [0 < x < 5]$$

$$29 \quad \frac{1}{2}x^2 - (1+\sqrt{2})(x-1) > \frac{1}{2}(2-x^2) \quad [x < 1 \vee x > \sqrt{2}]$$

Risolvi le seguenti disequazioni frazionarie.

30 esercizio guidato

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x - 3} \geq 0$$

Per il dominio della disequazione dobbiamo imporre che sia $x \neq 3$.

Studiamo adesso il segno dei fattori al numeratore e al denominatore ponendo quello al numeratore maggiore o uguale a zero, quello al denominatore solo maggiore di zero:

- $x^2 + 3x + 2 \geq 0 \quad \rightarrow \quad x \leq -2 \vee x \geq -1$
- $x - 3 > 0 \quad \rightarrow \quad x > 3$

Per indicare nella tabella dei segni che il numero 3 non appartiene al dominio abbiamo messo una doppia linea verticale in corrispondenza di questo numero.

		-2	-1	3	
x^2+3+2	+	•	-	•	+
$x-3$	-	-	-	-	+
Frazione	-	•	+	•	+

L'insieme delle soluzioni è quello che rende positiva la frazione: $-2 \leq x \leq -1 \vee x > 3$

$$31 \quad \frac{x(x-2)}{x^2+1} \leq 0 \quad [0 \leq x \leq 2]$$

$$32 \quad \frac{3x-1}{x^2-x} > 0 \quad \left[0 < x < \frac{1}{3} \vee x > 1\right]$$

$$33 \quad \frac{4x^2 + 4x + 1}{x^2 + 5x} > 0$$

$$[x < -5 \vee x > 0]$$

34 esercizio guidato

$$\frac{x^2 + 6}{x} < 5 + 2x$$

Trasportiamo dapprima tutti i fattori al primo membro: $\frac{x^2 + 6}{x} - 5 - 2x < 0$

Facciamo il denominatore comune e svolgiamo i calcoli:

$$\frac{x^2 + 6 - 5x - 2x^2}{x} < 0 \quad \rightarrow \quad \frac{-x^2 - 5x + 6}{x} < 0$$

Cambiamo i segni al numeratore in modo da avere il coefficiente di x^2 positivo e cambiamo verso alla disequazione:

$$\frac{x^2 + 5x - 6}{x} > 0$$

Continua adesso come negli esercizi precedenti.

$$[-6 < x < 0 \vee x > 1]$$

$$35 \quad \frac{7x - 2}{x^2 + 2} \leq 2$$

$$\left[x \leq \frac{3}{2} \vee x \geq 2 \right]$$

$$36 \quad \frac{1}{3 - x^2} < \frac{1}{4}$$

$$[x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3}]$$

$$37 \quad \frac{x^2}{x^2 + 2} > \frac{2}{3}$$

$$[x < -2 \vee x > 2]$$

$$38 \quad \frac{x^2 + 6x + 4}{x^2 + 4} + \frac{1}{2} < 0$$

$$[\emptyset]$$

$$39 \quad \frac{3x^2 - 2}{x^2 - 1} \leq \frac{1}{3}$$

$$\left[-1 < x \leq -\frac{\sqrt{10}}{4} \vee \frac{\sqrt{10}}{4} \leq x < 1 \right]$$

$$40 \quad \frac{2}{x + 2} > \frac{1 - x}{x + 1}$$

$$[x < -3 \vee -2 < x < -1 \vee x > 0]$$

$$41 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x - 3} < \frac{2x}{6 - 2x}$$

$$[-3 < x < 0 \vee 1 < x < 3]$$

$$42 \quad \frac{3(x - 2)}{x - 1} \geq \frac{2x}{x + 1}$$

$$[x \leq -2 \vee -1 < x < 1 \vee x \geq 3]$$

$$43 \quad \frac{x}{x^2 - 3x} + 1 < \frac{1}{x}$$

$$[0 < x < 3]$$

$$44 \quad \frac{2x + 5}{x + 2} \geq \frac{x - 5}{x - 2}$$

$$[x \leq -4 \vee -2 < x \leq 0 \vee x > 2]$$

$$45 \quad \frac{1}{x^2 + 2} - \frac{7}{6} < \frac{3x}{x^2 + 2}$$

$$\left[x < -2 \vee x > -\frac{4}{7} \right]$$

$$46 \quad \frac{x}{x - 1} + \frac{2x^2}{x^2 - 1} \leq \frac{1}{2}$$

$$[-1 < x < 1]$$

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

47

esercizio guidato

$$\begin{cases} x^2 - x > 0 & (A) \\ x^2 - 9 \leq 0 & (B) \end{cases}$$

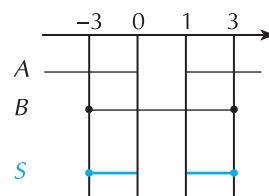
Per risolvere un sistema di disequazioni si deve risolvere ciascuna disequazione e trovare poi l'intersezione delle soluzioni:

- disequazione A: $x^2 - x > 0 \rightarrow x < 0 \vee x > 1$
- disequazione B: $x^2 - 9 \leq 0 \rightarrow -3 \leq x \leq 3$

Costruiamo la tabella delle soluzioni:

L'insieme delle soluzioni è formato dagli intervalli in cui entrambe le disequazioni A e B sono verificate, cioè:

$$-3 \leq x < 0 \vee 1 < x \leq 3$$



48

$$\begin{cases} x^2 - 2x < 0 \\ 4x - x^2 \geq 3 \end{cases}$$

$$[1 \leq x < 2]$$

49

$$\begin{cases} 2x < 3 - x^2 \\ (7 - 5x) + 6x^2 \geq 6 \end{cases}$$

$$\left[-3 < x \leq \frac{1}{3} \vee \frac{1}{2} \leq x < 1\right]$$

50

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ 4x + x^2 \geq -4 \end{cases}$$

$$[-2 < x < 2]$$

51

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 < 0 \\ 3x^2 - 5x \geq 2 \end{cases}$$

$$[\emptyset]$$

52

$$\begin{cases} 10x^2 - 3x > 1 \\ 3(x + 2) \geq x^2 + 4x + 4 \end{cases}$$

$$\left[-2 \leq x < -\frac{1}{5} \vee \frac{1}{2} < x \leq 1\right]$$

53

$$\begin{cases} -(x^2 + 4) < 0 \\ 25x^2 - 10x \geq -1 \end{cases}$$

$$[R]$$

54

$$\begin{cases} 10 \geq x^2 - 3x \\ 2x^2 - 5x - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\left[-2 \leq x < -\frac{1}{2} \vee 3 < x \leq 5\right]$$

55

$$\begin{cases} \frac{5}{2}x \left(1 + \frac{2}{5}x\right) \geq \frac{3}{2} \\ -x + \frac{1}{2} < 5 \end{cases}$$

$$\left[-\frac{9}{2} < x \leq -3 \vee x \geq \frac{1}{2}\right]$$

56

$$\begin{cases} x^2 - \frac{8}{3}x \geq 1 \\ \frac{2}{3} \leq 6x^2 - 3x \end{cases}$$

$$\left[x \leq -\frac{1}{3} \vee x \geq 3\right]$$

$$57 \quad \begin{cases} 5 - x^2 \leq 1 \\ \frac{x^2 + 3}{4} > x + 2 \end{cases} \quad [x \leq -2 \vee x > 5]$$

$$58 \quad \begin{cases} 3x + 6x^2 + \frac{1}{3} \leq 0 \\ 4 - 2x^2 > 7x \end{cases} \quad \left[-\frac{1}{3} \leq x \leq -\frac{1}{6}\right]$$

$$59 \quad \begin{cases} 3(x-1)(2x-2) + (x+2)^2 \geq 10 \\ x^2 - 6x + 8 < 0 \end{cases} \quad [2 < x < 4]$$

$$60 \quad \begin{cases} x^2 - 6x > 0 \\ 3 - x^2 > 2x \\ x^2 > 1 \end{cases} \quad [-3 < x < -1]$$

$$61 \quad \begin{cases} x^2 + x(x-1) > 3 \\ 2x - 4x^2 \leq 0 \\ x^2 < 0 \end{cases} \quad [\emptyset]$$

$$62 \quad \begin{cases} 4x^2 + 3(x-1) \geq 4x \\ 2x - x(x+1) \leq -2x \\ 4 - x^2 > 0 \end{cases} \quad \left[-2 < x \leq -\frac{3}{4}\right]$$

$$63 \quad \begin{cases} x^2 + 2x + 1 < x(x-1) \\ x^2 \leq 2x(3x-5) \\ 3x^2 + 7 > 0 \end{cases} \quad \left[x < -\frac{1}{3}\right]$$

$$64 \quad \begin{cases} 9 - 4x \leq 1 + (x-2)^2 \\ \frac{x^2 + 3}{4} > x + 2 \end{cases} \quad [x \leq -2 \vee x > 5]$$

$$65 \quad \begin{cases} \frac{1}{4}(x-2) \leq \frac{1}{x+1} \\ (x-1)^2 \geq 0 \end{cases} \quad [x \leq -2 \vee -1 < x \leq 3]$$

$$66 \quad \begin{cases} \frac{1}{x-3} \geq \frac{8}{9}(1-2x) \\ (x-1)^3 < 0 \end{cases} \quad \left[\frac{3}{4} \leq x < 1\right]$$

$$67 \quad \begin{cases} (x+2)^3 \leq (1-3x-x^2)(x+2) \\ \frac{1}{x-4} < 0 \end{cases} \quad \left[x \leq -3 \vee -2 \leq x \leq -\frac{1}{2}\right]$$

$$68 \quad \begin{cases} \frac{1}{x-2} \leq \frac{1-3x}{2} \\ (2-x)^2 \geq \frac{9}{4} \end{cases} \quad \left[x \leq \frac{1}{2}\right]$$

$$69 \begin{cases} \frac{1}{x-2} < \frac{3}{x+1} \\ x + x^2 > 2 \end{cases}$$

$$\left[1 < x < 2 \vee x > \frac{7}{2} \right]$$

$$70 \begin{cases} \left(\frac{1}{4}x - 3 \right)^2 - 8 \geq 1 \\ 4x < -\frac{2x}{3(x+2)} \end{cases}$$

$$\left[x < -\frac{13}{6} \vee -2 < x < 0 \right]$$

$$71 \begin{cases} x \geq \frac{4}{x-3} \\ 5x + 6 < x^2 \end{cases}$$

$$[x > 6]$$

$$72 \begin{cases} (2x+1)^3 < 8 \\ x+2 \geq \frac{4x+1}{2x-1} \end{cases}$$

$$\left[-1 \leq x < \frac{1}{2} \right]$$

$$73 \begin{cases} x^4 - 4x^2 \geq 0 \\ \frac{1}{3}(x+3) + 1 < \frac{5}{3} \\ (x+2)(2x-3) \geq x^2 - 4 \end{cases}$$

$$[x \leq -2]$$

$$74 \begin{cases} x^3 - 2x > 4 \\ x(x^2 - 1) \leq x + 1 \\ \frac{1}{x^2} < -1 \end{cases}$$

$$[\emptyset]$$

$$75 \begin{cases} \frac{x}{x+1} > 2 \\ x^2 - x > x(x^2 + 2) \\ \frac{3}{x^2 - x} \leq 2 \end{cases}$$

$$[-2 < x < -1]$$

$$76 \begin{cases} \frac{2x+5}{3} - \frac{1}{x} < x + \frac{4}{3} \\ \frac{3x^2-1}{x} + \frac{1}{2x-1} \leq 0 \\ x^3 - x > 0 \end{cases}$$

$$[\emptyset]$$

$$77 \begin{cases} \frac{2}{x-1} > \frac{x}{x+2} \\ 3 + \frac{1}{x} < \frac{x}{x+1} + \frac{31}{12} \\ \frac{x^2 - 4x - 5}{x} \leq 0 \end{cases}$$

$$[-2 < x < -1 \vee 3 < x < 4]$$

Stabilisci per quali valori del parametro k le seguenti equazioni ammettono radici reali e distinte.

78 $kx^2 + (k - 1)x + 1 = 0$ $[k < 3 - 2\sqrt{2} \vee k > 3 + 2\sqrt{2}]$

79 $-2kx^2 + (k + 1)x - \frac{1}{4} = 0$ $[\forall k \in \mathbb{R}]$

80 $3x^2 + (k - 2)x - \frac{2}{3}k = 0$ $[k \neq -2]$

81 $(k + 1)x^2 - \sqrt{6k}x + k - 1 = 0$ $[-\frac{1}{2} < k < 2]$

Determina i valori di k per i quali le seguenti equazioni soddisfano alla condizione indicata.

82 $x^2 - 2(k + 1)x - 4k = 0$ ammette soluzioni reali $[k \leq -3 - 2\sqrt{2} \vee k \geq -3 + 2\sqrt{2}]$

83 $2kx^2 - (2k + 1)x - 1 = 0$ non ammette soluzioni reali $[\frac{-3 - 2\sqrt{2}}{2} < k < \frac{-3 + 2\sqrt{2}}{2}]$

84 $(k + 2)x^2 - 4x + k - 1 = 0$ ammette soluzioni reali distinte $[-3 < k < 2]$

85 $(1 - 3k)x^2 + (k - 3)x + 1 = 0$ ammette soluzioni reali coincidenti oppure non ammette soluzioni reali $[-5 \leq k \leq -1]$