

Test per l'autovalutazione

Risolvi in \mathbb{R} le seguenti equazioni razionali.

1 $x^4 + 4x^2 = (x + 2)(x^2 + 4)$ [10 punti]

2 $3x^3 - 14x^2 + 13x + 6 = 0$ [10 punti]

3 $x^6 - 27 = 0$ [10 punti]

4 $12x^4 - 103x^2 + 25 = 0$ [10 punti]

5 $\frac{3x^2}{x^2 - 1} + \frac{2x^4 + 4}{1 - x^4} = \frac{8}{5}$ [10 punti]

Risolvi le seguenti disequazioni.

6 $6x^3 + 11x^2 + x - 4 < 0$ [10 punti]

7 $\frac{10x - 4x^2 - 2}{x^3 - 1 - 3x^2 + 3x} + \frac{7x - 3}{1 - 2x + x^2} > \frac{x}{1 - x}$ [10 punti]

Risolvi le seguenti equazioni irrazionali.

8 $\sqrt{9 - 2x^2} + 1 = x$ [10 punti]

9 $\frac{5}{2} - \sqrt{1 + \frac{3}{4}x} = \frac{1}{2}\sqrt{x - 3}$ [12 punti]

10 $\frac{2\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt{1+x} + 1} = \sqrt{1+x} - 1$ [12 punti]

Risolvi in \mathbb{R} i seguenti sistemi.

11
$$\begin{cases} 3(x + y) = 2(2 + y) \\ \frac{x}{y} = \frac{2}{y(x+1)} - \frac{x}{x+1} \end{cases}$$
 [10 punti]

12
$$\begin{cases} x + y = \frac{7}{4} \\ xy = \frac{3}{8} \end{cases}$$
 [10 punti]

13
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$
 [10 punti]

Risolvi i seguenti problemi.

14 Nel trapezio isoscele $ABCD$ di base maggiore BC l'angolo \widehat{ABC} è di 45° . Calcola il suo perimetro sapendo che la somma fra un terzo della base maggiore e un mezzo della minore è 14cm e che l'area è 17cm^2 . [10 punti]

15 Trova la lunghezza dell'altezza AH di un triangolo isoscele di base CB inscritto in una circonferenza di raggio r sapendo che $5\overline{AH} + \overline{AB} = 8r$ e che il centro della circonferenza è interno al triangolo. **[12 punti]**

16 Verifica algebricamente e graficamente che la retta di equazione $4 - 2y - x = 0$ interseca la parabola $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ in due punti A e B . Calcola l'area del triangolo VAB essendo V il vertice della parabola. **[12 punti]**

SOLUZIONI DEL TEST

1 $-1, 2$

2 $-\frac{1}{3}, 2, 3$

3 $\pm\sqrt{3}$

4 $\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{5\sqrt{3}}{3}$

5 $-2, 2$

6 $x < -\frac{4}{3} \vee -1 < x < \frac{1}{2}$

7 $x < -1 \vee x > 1$

8 2

9 4

10 $3, -1$

11 $(2, -2); \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

12 $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right); \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$

13 $(-4, -3); (-3, -4); (3, 4); (4, 3)$

14 $\overline{AD} = 16\text{cm}; \overline{BC} = 18\text{cm}; 2p = 34 + 2\sqrt{2}$

15 Posto $\overline{OH} = x$, $\overline{AH} = r + x$, $\overline{AB} = \sqrt{2r^2 + 2rx}$;

l'equazione modello del problema è $\sqrt{2r^2 + 2rx} + 5(r + x) = 8r$; risolvendola si ottiene $\overline{AH} = \frac{32}{25}r$

16 $A(0, 2); B(4, 0); V\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{8}\right)$; area = $\frac{15}{4}$

AUTOVALUTAZIONE

Controlla l'esattezza delle soluzioni ed assegnati il punteggio corrispondente per ciascun esercizio svolto correttamente.

