

## I PRIMI ELEMENTI

### PREREQUISITI

- conoscere le caratteristiche del sistema decimale
- conoscere le proprietà delle quattro operazioni e operare con esse
- operare con le misure angolari

### CONOSCENZE

1. gli enti fondamentali e le loro proprietà
2. la posizione reciproca di punto, retta, piano
3. gli angoli e le loro proprietà

### ABILITÀ

- A. rappresentare nel piano punti, rette, semirette e segmenti
- B. confrontare ed operare con i segmenti
- C. rappresentare nel piano gli angoli
- D. confrontare ed operare con gli angoli

## PER RICORDARE

### Punti, rette, piani:

1. il **punto** è privo di dimensioni;
2. la **linea** è costituita da un insieme infinito di punti;
3. la **retta** è un insieme infinito di punti disposti secondo una direzione;
4. il **piano** è privo di spessore ed è dotato di due sole dimensioni: larghezza e lunghezza;
5. il **semipiano** è originato da una retta, detta *origine*, che divide il piano in due parti;
6. **assioma 1**: per un punto passano infinite rette;
7. **assioma 2**: per due punti distinti passa una sola retta;
8. **assioma 3**: se una retta ha in comune con un piano due punti allora giace tutta sul piano;
9. **assioma 4**: per una retta  $r$  passano infiniti piani;
10. **assioma 5**: per tre punti non appartenenti alla stessa retta passa un solo piano;
11. **conseguenza assioma 5**: per una retta e un punto fuori di essa passa un solo piano;
12. **conseguenza assioma 5**: per due rette incidenti passa un solo piano.

### Semirette e segmenti:

13. la **semiretta** è ciascuna delle due parti, infinite, in cui una retta è divisa da un suo punto  $O$ , detto **origine**;
14. il **segmento** è la parte di retta compresa tra due punti;
15. due **segmenti consecutivi** hanno un estremo in comune;
16. due **segmenti adiacenti** hanno un estremo in comune ed appartengono alla stessa retta;
17. la **distanza** tra due punti è la lunghezza del segmento che ha tali punti per estremi;
18. la **spezzata** è una linea formata da più segmenti a due a due consecutivi.

### Gli angoli:

19. l'**angolo** è ciascuna delle due parti in cui il piano viene diviso da due semirette che hanno l'origine in comune;

20. l'**angolo convesso** non contiene i prolungamenti dei lati;
21. l'**angolo concavo** contiene i prolungamenti dei lati;
22. due **angoli consecutivi** hanno in comune un vertice e un lato;
23. due **angoli adiacenti** sono consecutivi ed hanno i due lati non comuni uno sul prolungamento dell'altro;
24. gli **angoli opposti al vertice** hanno i lati uno sul prolungamento dell'altro;
25. gli **angoli opposti al vertice** sono congruenti.

### Confronto e classificazione degli angoli:

26. la **bisettrice** di un angolo è la semiretta che divide l'angolo in due parti congruenti;
27. l'**angolo retto** è la metà dell'angolo piatto;
28. un **angolo acuto** è minore di un angolo retto;
29. un **angolo ottuso** è maggiore dell'angolo retto e minore dell'angolo piatto;
30. due **angoli complementari** hanno per somma un angolo retto;
31. due **angoli supplementari** hanno per somma un angolo piatto;
32. due **angoli esplementari** hanno per somma un angolo giro.

## ESERCIZI DI CONOSCENZA

1 Completa le seguenti definizioni:

- a. il punto è ..... di dimensioni;
- b. .... ha una sola dimensione;
- c. la retta è ..... che contiene infiniti punti disposti secondo .....
- d. .... è dotato di due sole dimensioni.

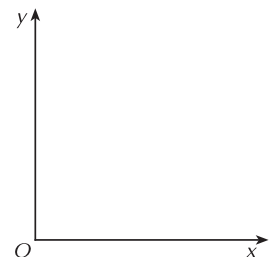
2 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

- a. i punti si indicano con le lettere minuscole dell'alfabeto italiano;
- b. le rette si indicano con le lettere minuscole dell'alfabeto italiano;
- c. i piani si indicano con le lettere minuscole dell'alfabeto greco;
- d. per un punto passa una sola retta;
- e. per una retta passano infiniti piani.



3 Utilizzando la rappresentazione a lato di un piano cartesiano si può dire che:

- a. il punto  $O$  è detto .....
- b. l'asse orizzontale è detto .....
- c. l'asse verticale è detto .....



4 Completa la seguente definizione:

la semiretta è ciascuna delle ....., infinite, in cui una retta è divisa da un suo .....

5 Delle seguenti affermazioni indica quali sono vere e quali false:

- a. il segmento è la parte di una linea compresa fra due suoi punti;
- b. due segmenti si dicono consecutivi se hanno un estremo in comune;
- c. due segmenti si dicono adiacenti se sono consecutivi;
- d. la distanza fra due punti è la lunghezza del segmento che ha tali punti come estremi;
- e. una linea formata da più segmenti a due a due adiacenti si chiama spezzata o poligonale.

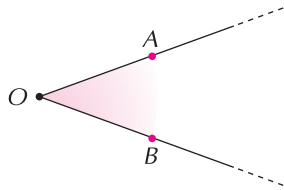


**6** Completa la seguente definizione:  
si chiama angolo ciascuna delle ..... in cui il piano viene diviso da due ..... che hanno l'origine .....

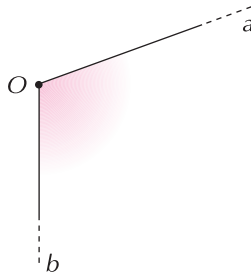
**7** Utilizzando la rappresentazione di un angolo a lato si può dire che:

- le semirette  $a$  e  $b$  si dicono .....
- il punto  $O$  è detto .....

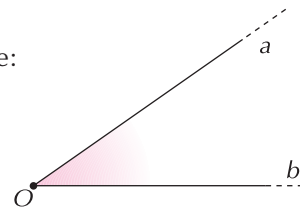
**8** Scrivi con gli elementi a disposizione il nome degli angoli colorati nelle seguenti rappresentazioni, utilizzando anche la simbologia per evidenziare se l'angolo è concavo o convesso:



a.



b.



c.

**9** Completa le seguenti definizioni:

- due semirette formano un angolo piatto quando una è posta ..... dell'altra;
- un angolo ..... misura  $180^\circ$ ;
- l'angolo ..... è metà dell'angolo ..... e la sua misura è  $90^\circ$ ;
- un angolo ..... si dice acuto;
- due angoli la cui somma corrisponde ad ..... si dicono complementari;
- due angoli la cui somma corrisponde ad ..... si dicono supplementari.

**10** Completa la seguente definizione:  
la bisettrice di un ..... è la ..... che lo divide in ..... di uguale ampiezza.

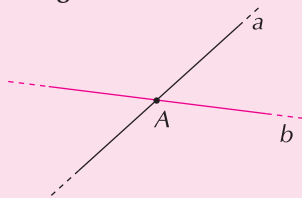
## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE \*

### 1 *Esercizio Svolto*

#### La rappresentazione degli enti fondamentali

Rappresenta due rette  $a$  e  $b$  che si intersecano nel punto  $A$ .

#### Svolgimento



**2** Rappresenta un punto  $A$  appartenente alla retta  $a$  e un punto  $B$  non appartenente ad essa.

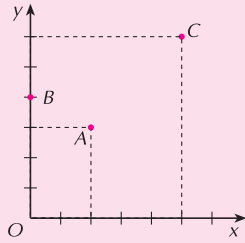
**3** Rappresenta tre punti non allineati  $A$ ,  $B$  e  $C$  e la retta  $a$  passante per  $A$  e  $C$ .

#### 4 *Esercizio Svolto*

##### I punti sul piano cartesiano

Costruisci un piano cartesiano e rappresenta i seguenti punti:  $A(2; 3)$ ;  $B(0; 4)$ ;  $C(5; 6)$ .

##### Svolgimento



Costruisci un piano cartesiano adeguato e rappresenta i seguenti punti:

5  $A(10; 1)$ ;  $B(2; 0)$ ;  $C(2; 3)$ .

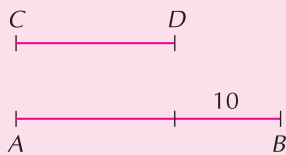
6  $A(0; 7)$ ;  $B(5; 3)$ ;  $C(2; 6)$ .

#### 7 *Esercizio Svolto*

##### La misura di un segmento

Calcola la misura del segmento  $AB$  sapendo che la sua misura supera di 10 cm quella del segmento  $CD$  lungo 15 cm.

##### Svolgimento



$$\overline{AB} = \overline{CD} + 10 = (15 + 10) \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

Dati	Incognita
$\overline{AB} = \overline{CD} + 10 \text{ cm}$	$\overline{AB}$
$\overline{CD} = 15 \text{ cm}$	

8 Calcola la misura del segmento  $AB$  sapendo che la sua misura è inferiore di 5 cm rispetto a quella del segmento  $CD$  lungo 34 cm.

9 Calcola la misura del segmento  $AB$  sapendo che la sua misura è doppia di quella del segmento  $CD$  lungo 12 cm.

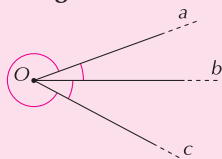
10 Calcola la misura del segmento  $AB$  sapendo che la sua misura è la metà di quella del segmento  $CD$  lungo 25 cm.

#### 11 *Esercizio Svolto*

##### La rappresentazione di angoli

Rappresenta due angoli consecutivi.

##### Svolgimento



$\widehat{ab}$  è consecutivo di  $\widehat{bc}$  e dell'angolo concavo  $\widetilde{ac}$

**12** Rappresenta un angolo retto e uno concavo consecutivi.

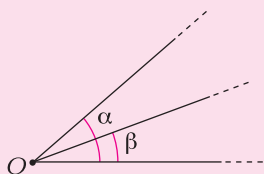
**13** Rappresenta due angoli adiacenti.

**14** *Esercizio Svolto*

**L'ampiezza di un angolo**

Calcola l'ampiezza di un angolo  $\alpha$  doppio di un angolo  $\beta$ , ampio  $20^\circ 30'$ .

**Svolgimento**



$$\alpha = 2 \cdot \beta = 2 \cdot 20^\circ 30' = 40^\circ 60' = 41^\circ$$

Dati	Incognita
$\alpha = 2 \cdot \beta$	$\alpha$
$\beta = 20^\circ 30'$	

**15** Calcola l'ampiezza di un angolo che supera di  $10^\circ$  un angolo ampio  $23^\circ 22'$ .

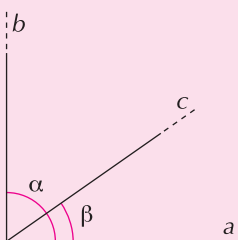
**16** La somma delle ampiezze di due angoli è  $50^\circ 30'$ ; calcola l'ampiezza di ciascuno di essi sapendo che sono congruenti.

**17** *Esercizio Svolto*

**L'angolo di un angolo**

Calcola l'ampiezza di un angolo  $\alpha$  complementare di  $\beta$  ampio  $35^\circ$ .

**Svolgimento**



$$\alpha = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

Dati	Incognita
$\alpha + \beta = 90^\circ$	$\alpha$
$\beta = 35^\circ$	

**18** Calcola l'ampiezza dell'angolo complementare dell'angolo di  $48^\circ$ .

**19** Calcola l'ampiezza dell'angolo supplementare dell'angolo di  $100^\circ 30'$ .

**20** Calcola l'ampiezza dell'angolo esplementare dell'angolo di  $114^\circ 20'$ .

## ESERCIZI DI ABILITÀ $\Rightarrow$ LIVELLO MEDIO \*\*

**1** Rappresenta in un piano  $\alpha$  due punti  $A$  e  $B$  e la retta  $r$  passante per essi.

**2** Disegna tre punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  in modo tale che la retta  $s$  passi per tutti e tre. Come si dicono tali punti?

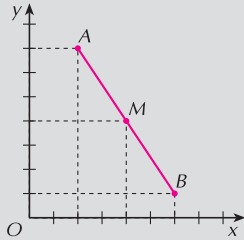
**3** Disegna una spezzata semplice e chiusa.

#### 4 *Esercizio Guidato*

##### Le coordinate del punto medio di un segmento

Determina le coordinate del punto medio del segmento  $AB$  di estremi  $A(2; 7)$  e  $B(6; 1)$ .

##### Svolgimento



Ricordiamo che le coordinate del punto medio  $M$ , note le coordinate degli estremi, si determinano con la formula:

$$M\left(\frac{x_A + \dots}{2}; \frac{\dots + y_B}{\dots}\right)$$

quindi  $M\left(\frac{2+6}{2}; \frac{\dots+\dots}{2}\right)$  cioè  $M(\dots; 4)$

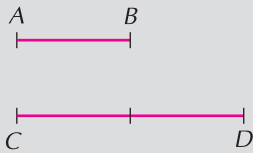
5 Determina le coordinate del punto medio del segmento di estremi  $C(5; 4)$  e  $D(1; 6)$ .

#### 6 *Esercizio Guidato*

##### La misura di due segmenti

Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro somma è 54 cm e che uno è doppio dell'altro.

##### Svolgimento



Dati	Incognite
$\overline{AB} + \overline{CD} = 54 \text{ cm}$	$\overline{AB}$
$CD = 2 \cdot AB$	$\overline{CD}$

Osservando il disegno si deduce la relazione:  $\overline{AB} + \overline{CD} = 54 \text{ cm} = 3 \dots \dots \dots$  unitari

Da cui  $\overline{AB} = (54 : \dots \dots \dots) \text{ cm} = \dots \dots \dots \text{ cm}$  e  $\overline{CD} = (18 \cdot \dots \dots \dots) \text{ cm} = \dots \dots \dots \text{ cm}$

7 Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro somma è 44 cm e che uno è triplo dell'altro.

8 Un segmento è la metà di un altro segmento; calcola la loro lunghezza sapendo che la loro somma misura 63 dm.

9 La somma di tre segmenti è 72 cm; calcola la loro misura sapendo che il secondo e il terzo sono rispettivamente il doppio e il triplo del primo.

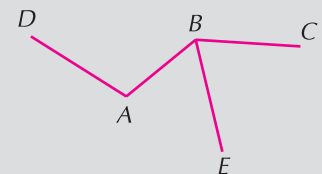
10 Un segmento supera la misura di un altro di 22 cm; determina la misura dei due segmenti sapendo che la loro somma è 52 cm.

11 Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro somma e la loro differenza sono rispettivamente 57 dm e 7 dm.

#### 12 *Esercizio Guidato*

##### La classificazione degli angoli

Nella figura a lato indica tutti gli angoli distinguendoli in concavi e convessi e questi ultimi in acuti ed ottusi.

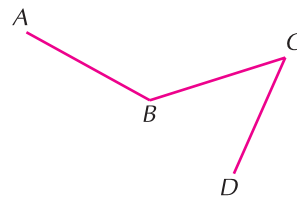


##### Svolgimento

Ci sono due angoli con vertice in  $A$ :  $\dots \dots \dots \rightarrow$  convesso e ottuso  
 $\dots \dots \dots \rightarrow \dots \dots \dots$

Con vertice in  $B$  ci sono ..... angoli:  $\widehat{ABE} \rightarrow$  convesso e .....  
 .....  $\rightarrow$  ..... e acuto  
 $\widehat{ABC} \rightarrow$  .....

**13** Nella figura a lato indica tutti gli angoli distinguendoli in concavi e convessi e questi ultimi in acuti ed ottusi.

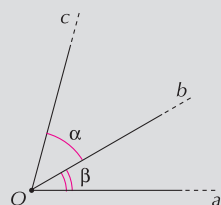


**14** *Esercizio Guidato*

**L'ampiezza di due angoli**

La somma e la differenza di due angoli sono rispettivamente  $75^\circ$  e  $15^\circ$ . Calcola l'ampiezza di ciascuno di essi.

**Svolgimento**



Dati	Incognite
$\alpha + \beta = 75^\circ$	$\alpha$
$\alpha - \beta = 15^\circ$	$\beta$

Per calcolare l'ampiezza dell'angolo ..... basta effettuare il calcolo:

$[(\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)] : 2 = (\dots - \dots) : 2 = \dots : \dots = 30^\circ$

Per calcolare il secondo angolo:  $(\alpha - \beta) + \dots = \dots + \dots = \dots$

**15** Calcola l'ampiezza di due angoli sapendo che la loro somma e la loro differenza è rispettivamente  $90^\circ 30'$  e  $10^\circ 30'$ .

**16** Due angoli misurano insieme  $82^\circ$  e l'uno è doppio dell'altro; calcola le loro ampiezze.

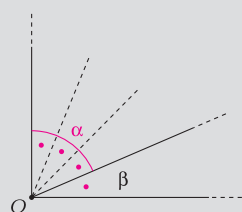
**17** La somma di tre angoli è  $97^\circ$ . Calcola le loro ampiezze sapendo che il secondo e il terzo superano il primo rispettivamente di  $15^\circ$  e  $22^\circ$ .

**18** *Esercizio Guidato*

**L'ampiezza di due angoli**

Due angoli complementari sono l'uno il triplo dell'altro. Determina la loro ampiezza.

**Svolgimento**



Dati	Incognite
$\alpha + \beta = 90^\circ$	$\alpha$
$\alpha = 3 \cdot \beta$	$\beta$

Osservando il disegno si deduce la relazione:  $\alpha + \beta = 3 \cdot \beta + \dots = 4 \cdot \beta = 90^\circ$

Da cui  $\beta = \dots : \dots = 22^\circ 30'$  e  $\alpha = 3 \cdot \dots = \dots$

- 19** Calcola l'ampiezza di due angoli supplementari sapendo che uno è il quadruplo dell'altro.
- 20** Due angoli complementari differiscono di  $15^\circ$ , calcola la loro ampiezza.

## ESERCIZI DI ABILITÀ $\Rightarrow$ LIVELLO AVANZATO \*\*\*

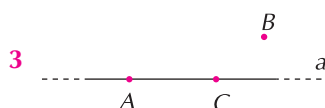
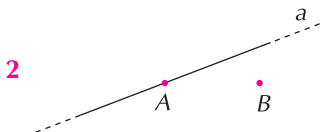
- 1** La differenza di due segmenti misura 34 cm ed uno è il triplo dell'altro. Calcola la loro ampiezza.
- 2** La somma di tre segmenti misura 90 cm; calcola la lunghezza di ciascuno di essi sapendo che il secondo e il terzo superano il primo rispettivamente di 7 cm e 11 cm.
- 3** La somma della lunghezza di un segmento con la sua metà e con il suo doppio è 91 cm; calcola la lunghezza del segmento.
- 4** La somma di tre segmenti è 7 m; calcola la loro lunghezza sapendo che il secondo è 5 dm in meno del primo e il terzo 17 dm in più del secondo.
- 5** Calcola la lunghezza di tre segmenti sapendo che il secondo e il terzo misurano rispettivamente 3 cm in più e 3 cm in meno del primo e che la loro somma è 45 cm.
- 6** Due angoli sono tali che il primo supera di  $10^\circ$  il doppio dell'ampiezza del secondo e la loro somma è  $106^\circ$ . Calcola le due ampiezze.
- 7** Un angolo triplo di un altro differisce da quest'ultimo di  $42^\circ$ ; calcola le loro ampiezze.
- 8** La somma e la differenza di due angoli sono rispettivamente  $50^\circ 51' 40''$  e  $10^\circ 30' 20''$ ; calcola le due ampiezze.
- 9** Tre angoli supplementari sono tali che il secondo è inferiore di  $5^\circ$  rispetto al primo e il terzo è superiore di  $15^\circ$  rispetto al secondo; calcola le loro ampiezze.

## SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

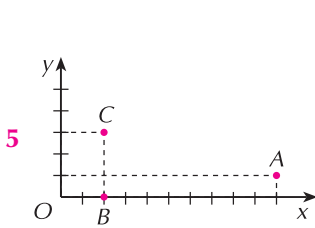
### VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1** a. privo; b. la linea; c. una linea, una stessa direzione; d. il piano.
- 2** a. F; b. V; c. V; d. F; e. V.
- 3** a. origine; b. asse delle ascisse (o delle  $x$ ); c. asse delle ordinate (o delle  $y$ ).
- 4** due parti; punto.      **5** a. F; b. V; c. F; d. V; e. F.      **6** due parti; semirette; in comune.
- 7** a. lati; b. vertice.      **8** a.  $\widehat{AOB}$ ; b.  $\widehat{ab}$ ; c.  $\widetilde{ab}$ .
- 9** a. sul prolungamento; b. piatto; c. retto, piatto; d. minore di un angolo retto; e. un angolo retto; f. un angolo piatto.
- 10** angolo; semiretta; due parti.

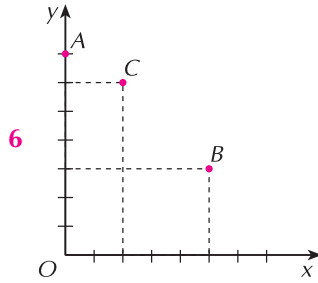
### VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE







5



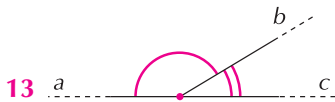
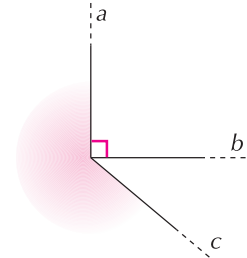
6

8 29 cm.

9 24 cm.

10 12,5 cm.

12



13

15 33° 22'.

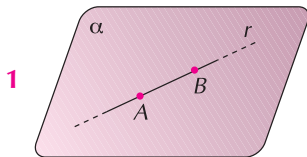
16 25° 15'.

18 42°.

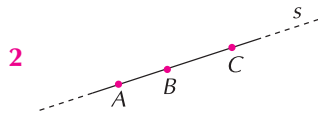
19 79° 30'.

20 245° 40'.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

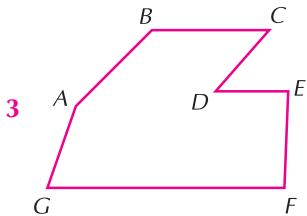


1



2

I punti si dicono allineati.



3

4  $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right); M\left(\frac{2+6}{2}; \frac{7+1}{2}\right) \rightarrow M(4; 4).$  5  $M(3; 5).$

6  $\overline{AB} + \overline{BC} = 54 \text{ cm} = 3$  segmenti unitari;  $\overline{AB} = (54 : 3) \text{ cm} = 18 \text{ cm}; \overline{CD} = (18 \cdot 2) \text{ cm} = 36 \text{ cm}.$

7 11 cm; 33 cm.

8 21 dm; 42 dm.

9 12 cm; 24 cm; 36 cm.

10 15 cm; 37 cm.

11 25 dm; 32 dm.

12  $\widehat{DAB}$  = angolo convesso e ottuso;  $\widehat{DAB}$  = angolo concavo;  $\widehat{ABE}$  = angolo convesso e acuto;  $\widehat{EBC}$  = angolo convesso e acuto;  $\widehat{ABC}$  = angolo convesso e ottuso.

13  $\widehat{ABC}$  convesso e ottuso;  $\widehat{ABC}$  concavo;  $\widehat{BCD}$  convesso e acuto;  $\widehat{BCD}$  concavo.

14 minore,  $[(\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)] : 2 = (75^\circ - 15^\circ) : 2 = 60^\circ : 2 = 30^\circ; (\alpha - \beta) + 30^\circ = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ.$

15 50° 30'; 40°.

16 27° 20'; 54° 40'.

17 20°; 35°; 42°.

18  $\alpha + \beta = 3 \cdot \beta + \beta = 4 \cdot \beta = 90^\circ; \beta = 90^\circ : 4 = 22^\circ 30'; \alpha = 22^\circ 30' \cdot 3 = 67^\circ 30'.$

19 36°; 144°.

20 37° 30'; 52° 30'.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

1 17 cm; 51 cm.

2 24 cm; 31 cm; 35 cm.

3 26 cm.

4 21 dm; 16 dm; 33 dm.

5 15 cm; 18 cm; 12 cm.

6 32°; 74°.

7 21°; 63°.

8 30° 41'; 20° 10' 40'.

9 58° 20'; 53° 20'; 68° 20'.