

Concetti chiave e regole

La fattorizzazione

Scomporre un polinomio significa scriverlo come prodotto di due o più polinomi, possibilmente non ulteriormente scomponibili.

I metodi per eseguire la scomposizione si basano sui seguenti criteri:

- i raccoglimenti a fattore comune parziale o totale
- il riconoscimento di prodotti notevoli
- la regola del trinomio caratteristico
- l'individuazione dei divisori della forma $x - a$.

Come eseguire una fattorizzazione

Nella pratica, per scomporre un polinomio conviene tenere presenti, in successione, le seguenti considerazioni:

- controllare se è possibile eseguire un raccoglimento totale o parziale
- riferirsi a regole particolari guardando il numero dei termini del polinomio; se è un:

- binomio	—	differenza di quadrati	$x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$
	—	somma di quadrati	irriducibile
	—	somma di cubi	$x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$
	—	differenza di cubi	$x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$
- trinomio	—	quadrato di un binomio	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
	—	trinomio caratteristico	$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- quadrinomio	—	cubo di un binomio	$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$
	—	differenza di due quadrati	$a^2 + 2ab + b^2 - x^2 = (a + b)^2 - x^2 = (a + b + x)(a + b - x)$
- polinomio di sei termini	—	può essere il quadrato di un trinomio	$a^2 + 4b^2 + 9 + 4ab - 6a - 12b = (a + 2b - 3)^2$
	—	può essere la differenza dei quadrati di due binomi	$a^2 + 2a + 1 - x^2 + 2xy - y^2 =$ $= (a^2 + 2a + 1) - (x^2 - 2xy + y^2) =$ $= (a + 1)^2 - (x - y)^2 =$ $= (a + 1 + x - y)(a + 1 - x + y)$

- cercare i divisori della forma $x - a$ con il teorema di Ruffini.

M.C.D. e m.c.m. fra polinomi

- Il M.C.D. fra due o più polinomi già fattorizzati è il prodotto dei soli fattori comuni con il minimo esponente.
- Il m.c.m. fra due o più polinomi già fattorizzati è il prodotto dei fattori comuni e non comuni con il massimo esponente.