

# Concetti chiave e regole

## Il sistema di ascisse sulla retta

Fissato su una retta orientata un sistema di ascisse:

- la misura del segmento di estremi  $A(x_A)$  e  $B(x_B)$  è:  $|x_B - x_A|$  se il segmento non è orientato  
 $x_B - x_A$  se è orientato da  $A$  verso  $B$
- l'ascissa del punto medio del segmento  $AB$  è:  $\frac{x_A + x_B}{2}$

## Il sistema di riferimento cartesiano nel piano

Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e dati due punti  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$ :

- la distanza fra  $A$  e  $B$  è  $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$   
in particolare, se  $A$  e  $B$  hanno la stessa ordinata  $\overline{AB} = |x_2 - x_1|$   
se  $A$  e  $B$  hanno la stessa ascissa  $\overline{AB} = |y_2 - y_1|$
- le coordinate del punto  $M$  medio fra  $A$  e  $B$  sono  $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ,  $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

## Le isometrie nel piano cartesiano

Un'isometria è una funzione che ad ogni punto del piano fa corrispondere un altro punto in modo che a segmenti congruenti corrispondano segmenti congruenti. In un sistema di assi cartesiani ortogonali, le isometrie più semplici sono le simmetrie rispetto agli assi cartesiani e rispetto a un punto (l'origine o qualsiasi altro punto) e le traslazioni.

Dato un punto  $P(x, y)$

- il suo **simmetrico rispetto all'asse  $x$**  è il punto  $P'(x, -y)$
- il suo **simmetrico rispetto all'asse  $y$**  è il punto  $P'(-x, y)$
- il suo **simmetrico rispetto all'origine  $O$**  è il punto  $P'(-x, -y)$
- il suo **simmetrico rispetto al punto  $A(a, b)$**  è il punto  $P'(2a - x, 2b - y)$
- il suo corrispondente nella **traslazione** di vettore  $\vec{v}(v_x, v_y)$  è il punto  $P'(x + v_x, y + v_y)$ .

## L'equazione della retta

In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, una retta ha equazione

- $x = h$  se è parallela all'asse  $y$
- $y = k$  se è parallela all'asse  $x$
- $y = mx$  se passa per l'origine
- $y = mx + q$  se non passa per l'origine

La forma implicita dell'equazione di una retta è  $ax + by + c = 0$ .

In particolare poi:

- $y = x$  è l'equazione della bisettrice del primo e terzo quadrante
- $y = -x$  è l'equazione della bisettrice del secondo e quarto quadrante

## Il coefficiente angolare di una retta

Il parametro  $m$  rappresenta il coefficiente angolare e si ha che:

- se  $m > 0$  la retta forma un angolo acuto con la direzione positiva dell'asse  $x$
- se  $m < 0$  la retta forma un angolo ottuso con la direzione positiva dell'asse  $x$
- se  $m = 0$  la retta è parallela all'asse  $x$ .

Una retta parallela all'asse  $y$  non ha coefficiente angolare.

Se sono note le coordinate  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  di due punti di una retta ed è  $x_1 \neq x_2$ :  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

La condizione di allineamento dei tre punti di coordinate  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$ , con  $x_1 \neq x_2 \neq x_3$ , è espressa dalla relazione  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$

## Come scrivere l'equazione di una retta

Se di una retta si conoscono le coordinate di un punto  $(x_0, y_0)$  ed il coefficiente angolare  $m$ , la sua equazione si trova con la formula  $y - y_0 = m(x - x_0)$ .

Se di una retta si conoscono le coordinate di due punti  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  e se la retta non è parallela agli assi cartesiani, la sua equazione si trova con la formula  $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ .

## Rette parallele e rette perpendicolari

La condizione di parallelismo fra due rette è  $m = m'$ ; quindi se una retta ha coefficiente angolare  $m$ , anche la sua parallela ha coefficiente angolare  $m$ .

La condizione di perpendicolarità fra due rette è  $m \cdot m' = -1$ ; quindi se una retta ha coefficiente angolare  $m$ , la sua perpendicolare ha coefficiente angolare  $-\frac{1}{m}$ .

## Altre considerazioni sulla retta

Per trovare il **punto di intersezione di due rette** si deve risolvere il sistema formato dalle loro equazioni. Le situazioni che si possono presentare sono:

- il sistema è determinato e allora le due rette si intersecano in un punto
- il sistema è indeterminato e allora le due rette coincidono (sono in realtà la stessa retta)
- il sistema è impossibile e allora le due rette sono parallele e non coincidenti.

La **distanza**  $d$  del punto  $P(x_0, y_0)$  dalla retta  $r$  di equazione  $ax + by + c = 0$  si calcola con la formula

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

## I fasci di rette

L'equazione di un fascio di rette si può ottenere come combinazione lineare delle equazioni di due rette particolari del fascio che si dicono **generatrici**. Un'equazione lineare in  $x$  e  $y$  che contiene un parametro  $k$  rappresenta quindi un fascio di rette. Se il coefficiente angolare di tale fascio dipende da  $k$ , il fascio è proprio ed ha centro in un punto  $C$  che si ottiene intersecando le due generatrici o due qualunque rette del fascio; se non dipende da  $k$  ma è rappresentato da un numero fisso, il fascio è improprio.