Concetti chiave e regole

Trasformazioni geometriche

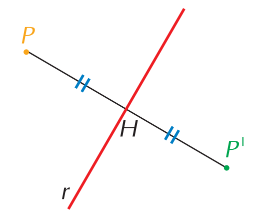
Una **trasformazione geometrica** è una corrispondenza biunivoca tra i punti del piano; essa viene stabilita assegnando una legge (che è una funzione) che indica i modi in cui i punti si corrispondono.
In una trasformazione chiamiamo:

- **punti uniti** i punti che hanno per trasformati se stessi
- **invarianti** le caratteristiche delle figure che non cambiano dopo l'applicazione della trasformazione.

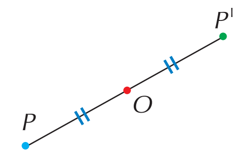
Le isometrie

Le trasformazioni che lasciano invariate le lunghezze dei segmenti si dicono **isometrie**. Le isometrie fondamentali sono:

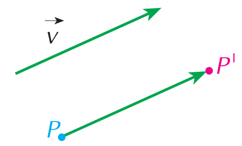
- la **simmetria assiale**, definita rispetto ad una retta r (l'asse di simmetria), che ad ogni punto P di un piano associa il punto P' che si costruisce in questo modo:
  - si traccia da P la perpendicolare a r che la incontra in H
  - si prende su di essa il punto P' nel semipiano opposto rispetto a P tale cha sia $P'H \cong PH$



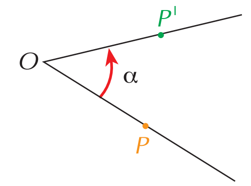
- la **simmetria centrale**, definita rispetto ad un punto O (il centro di simmetria), che ad ogni punto P di un piano associa il punto P' che si costruisce in questo modo:
  - si traccia la retta OP
  - si prende il punto P' sulla semiretta di origine O opposta rispetto a P tale che sia $P'O \cong PO$



- la **traslazione**, definita da un vettore $\vec{v}$, che ad ogni punto P di un piano associa il punto P' che è il secondo estremo del vettore $\vec{v}$ quando il primo estremo coincide con P



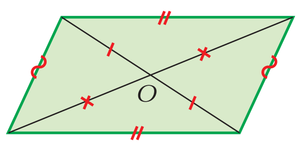
- la **rotazione**, definita assegnando un punto O (il centro di rotazione) ed un angolo orientato α, che ad ogni punto P associa il punto P' tale che $OP \cong OP'$ e $\widehat{POP'}$ abbia lo stesso orientamento e la stessa ampiezza di α.



I parallelogrammi

Un **parallelogramma** è un quadrilatero che ha un centro di simmetria e quindi possiede le seguenti proprietà:

- ha i lati opposti paralleli e congruenti
- ha gli angoli opposti congruenti e gli angoli adiacenti supplementari
- le diagonali si incontrano nel punto medio.



Condizioni per individuare un parallelogramma

Per **riconoscere se un quadrilatero è un parallelogramma**, oltre ad applicare la definizione, si può verificare che abbia una delle seguenti caratteristiche:

- i lati opposti paralleli
- una coppia di lati opposti congruenti e paralleli
- i lati opposti congruenti
- le diagonali che si incontrano nel punto medio
- gli angoli opposti congruenti oppure quelli adiacenti supplementari.

I parallelogrammi particolari

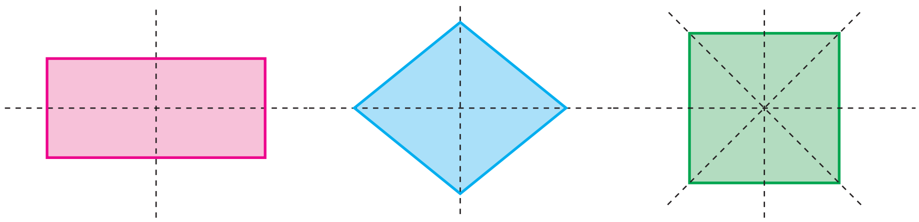
- Il **rettangolo** è un parallelogramma con gli angoli retti; le sue diagonali sono congruenti
- Il **rombo** è un parallelogramma con i lati congruenti; le sue diagonali sono perpendicolari e bisettrici degli angoli
- Il **quadrato** è un parallelogramma con i lati congruenti e gli angoli retti e che quindi, riunendo in sè le caratteristiche del rettangolo e del rombo, ha le diagonali congruenti, perpendicolari e bisettrici degli angoli.

Le medesime proprietà possono essere invertite per riconoscere se un parallelogramma è un rettangolo, un rombo oppure un quadrato.

I parallelogrammi e le isometrie

Tutti i parallelogrammi hanno un centro di simmetria ma, se non sono parallelogrammi particolari, non hanno assi di simmetria. I soli a possedere assi di simmetria sono:

- il rettangolo, che ha per assi le rette perpendicolari a due lati opposti e passanti per il loro punto medio
- il rombo, che ha come assi le rette delle diagonali
- il quadrato, che ha come assi quelli del rombo e quelli del rettangolo.

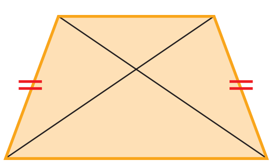


Il trapezio

Un **trapezio** è un quadrilatero che ha una coppia di lati paralleli che si dicono basi; i lati non paralleli si chiamano lati obliqui. Se capita che:

- i lati obliqui sono disuguali, il trapezio è scaleno
- i lati obliqui sono congruenti, il trapezio è isoscele
- uno dei lati obliqui è perpendicolare alle basi, il trapezio è rettangolo.

In un trapezio isoscele gli angoli adiacenti alle basi sono congruenti e anche le diagonali sono congruenti.



La corrispondenza di Talete

Se un fascio di rette parallele interseca una trasverale r nei punti A, B, C, ... e una trasversale s nei punti A', B', C', ..., fra i due insiemi di punti si stabilisce una corrispondenza biunivoca che si chiama **corrispondenza parallela di Talete**. In tale corrispondenza, a segmenti congruenti sulla prima trasversale corrispondono segmenti congruenti sulla seconda trasversale.
Le conseguenze di questo teorema applicate ai triangoli sono le seguenti:

- se per il punto medio di un lato si traccia la parallela ad un altro lato, questa taglia il terzo lato nel suo punto medio
- il segmento che unisce i punti medi di due lati è parallelo al terzo lato e congruente alla sua metà.