

IL TEOREMA DI PITAGORA E LE SUE APPLICAZIONI

PREREQUISITI

- conoscere le proprietà delle quattro operazioni ed operare con esse
- conoscere il significato ed operare con potenze ed estrazioni di radici quadrate
- possedere il concetto di equivalenza
- conoscere gli elementi e le proprietà delle figure piane

CONOSCENZE

1. l'enunciato del teorema di Pitagora
2. le formule dirette ed inverse
3. il teorema di Pitagora e i poligoni
4. il teorema di Pitagora e la circonferenza

ABILITÀ

- A. applicare il teorema di Pitagora nei triangoli rettangoli
- B. applicare il teorema di Pitagora nella risoluzione di problemi con i poligoni
- C. applicare il teorema di Pitagora nella risoluzione di problemi con la circonferenza
- D. risolvere problemi con i poligoni con angoli particolari (30° , 60° , 45°)

PER RICORDARE

L'enunciato del teorema di Pitagora:

1. **teorema di Pitagora:** in un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti; formule: $i = \sqrt{c^2 + C^2}$; $C = \sqrt{i^2 - c^2}$; $c = \sqrt{i^2 - C^2}$;
2. una **terna pitagorica** è un insieme di tre numeri interi corrispondenti alle misure dei lati di un triangolo rettangolo e quindi legati tra loro dalla relazione espressa dal teorema di Pitagora;
3. una **terna pitagorica primitiva** è una terna di numeri a , b , c , primi tra loro con i quali è verificata la relazione: $a^2 = b^2 + c^2$;
4. una **terna pitagorica derivata** è una terna di numeri ottenuta moltiplicando una terna primitiva per uno stesso fattore diverso da zero.

Le applicazioni del teorema di Pitagora:

5. un **triangolo isoscele** è diviso dall'altezza relativa alla base in due triangoli rettangoli congruenti;
6. un **triangolo equilatero** è diviso dall'altezza relativa ad uno qualunque dei suoi lati in due triangoli rettangoli congruenti;
7. un **quadrato** è diviso da una diagonale in due triangoli rettangoli isosceli congruenti;
8. un **rettangolo** è diviso dalla diagonale in due triangoli rettangoli congruenti;
9. un **rombo** è diviso dalle due diagonali in quattro triangoli rettangoli congruenti;
10. un **parallelogrammo** è diviso dall'altezza relativa ad un lato in un triangolo rettangolo e in un trapezio rettangolo;
11. un **trapezio rettangolo** è diviso dall'altezza in un rettangolo e in un triangolo rettangolo;
12. un **trapezio isoscele** è diviso dalle due altezze in un rettangolo e in due triangoli rettangoli congruenti;

13. i **poligoni regolari** vengono divisi in tanti triangoli isosceli congruenti quanti sono i lati del poligono;
14. un **triangolo inscritto in una semicirconferenza** è un triangolo rettangolo in cui il diametro corrisponde all'ipotenusa;
15. se in una **circonferenza** tracciamo una corda, il raggio passante per uno degli estremi della corda, la distanza della corda dal centro e metà corda formano un triangolo rettangolo in cui il raggio corrisponde all'ipotenusa;
16. il segmento di **tangente** di una delle due tangenti ad una circonferenza da un punto esterno, il raggio passante per il punto di tangenza e la distanza tra il punto esterno e il centro della circonferenza formano un triangolo rettangolo;
17. se da un punto esterno di una circonferenza tracciamo il segmento di **tangente** passante per uno degli estremi del diametro, il segmento di **secante** passante per l'altro estremo del diametro e il diametro stesso, si forma un triangolo rettangolo.

Le figure con angoli particolari:

18. un **triangolo rettangolo** con gli angoli acuti ampi 45° si può considerare come la metà di un quadrato in cui la diagonale e i lati rappresentano rispettivamente l'ipotenusa e i cateti del triangolo rettangolo;
19. un **triangolo rettangolo** con gli angoli acuti ampi rispettivamente 30° e 60° si può considerare come la metà di un triangolo equilatero;
20. in un **triangolo ottusangolo** con un angolo ottuso di 120° l'altezza relativa alla base, il lato contenente l'angolo ottuso e il prolungamento della base formano un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 30° e 60° .

N.B.:

Nei problemi sono stati utilizzati i seguenti valori approssimati: $\sqrt{2} = 1,414$; $\sqrt{3} = 1,732$.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1 Indica quale delle seguenti affermazioni è quella corretta.

Il teorema di Pitagora mette in relazione i lati:

- a. di tutti i triangoli;
- b. dei triangoli equilateri;
- c. dei triangoli rettangoli;
- d. dei triangoli isosceli.

- 2 Completa l'enunciato del teorema di Pitagora:

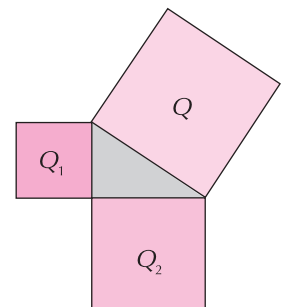
in un triangolo rettangolo il costruito sull'ipotenusa è alla dei costruiti sui

- 3 Completa le seguenti uguaglianze relative al teorema di Pitagora (i , c , C rappresentano rispettivamente l'ipotenusa, il cateto minore e il cateto maggiore).

a. $i = \dots\dots\dots$; b. $C = \dots\dots\dots$; c. $c = \dots\dots\dots$

- 4 Data la figura a lato, una sola delle seguenti uguaglianze è errata, individuala e correggila:

- a. $Q = Q_1 + Q_2$;
- b. $Q_2 = Q_1 - Q$;
- c. $Q_1 = Q - Q_2$.

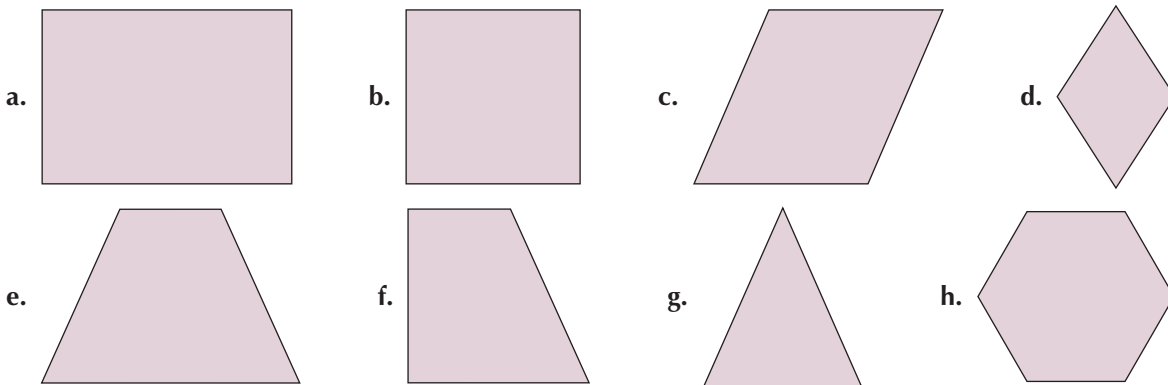


- 5** Completa le seguenti definizioni:
- a. una terna pitagorica è un insieme di tre numeri interi corrispondenti alle dei lati di un triangolo e quindi legati tra loro dalla espressa dal
 - b. una terna pitagorica si dice primitiva quando è formata da
 - c. una terna pitagorica derivata si ottiene moltiplicando i tre numeri per

- 6** Indica quali delle seguenti terne di numeri rappresentano delle terne pitagoriche:
- a. 18; 19; 20; b. 25; 20; 15; c. 95; 76; 57; d. 19; 181; 182.

- 7** Indica quali delle seguenti terne pitagoriche sono primitive:
- a. 30; 40; 50; b. 3; 4; 5; c. 165; 132; 99; d. 15; 8; 17.

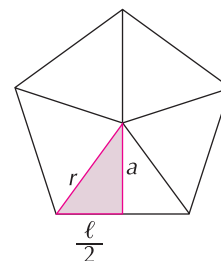
- 8** Nelle seguenti figure metti in evidenza i triangoli rettangoli che si ottengono tracciando in modo opportuno altezze, diagonali, ecc.



- 9** Completa le seguenti regole:
- a. la misura dell'altezza di un triangolo equilatero si ottiene moltiplicando la della misura del suo lato per la di 3; in simboli: $h = \dots$;
 - b. la misura del lato di un triangolo equilatero si ottiene dividendo il della misura per la di 3; in simboli: $l = \dots$;
 - c. la misura della diagonale di un quadrato è uguale al della misura del suo lato per la di 2; in simboli: $d = \dots$;
 - d. la misura del lato di un quadrato si ottiene la misura della sua diagonale per la di 2; in simboli: $l = \dots$;
 - e. i poligoni regolari vengono scomposti in tanti triangoli congruenti quanti sono i Ogni triangolo può a sua volta essere suddiviso in due

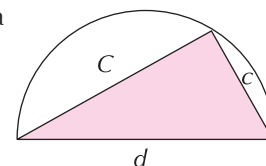
- 10** Applica il teorema di Pitagora al pentagono regolare della figura a lato e completa le seguenti formule:

- a. $r = \dots$;
- b. $a = \dots$;
- c. $\frac{l}{2} = \dots$



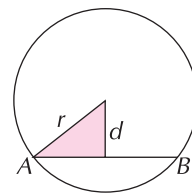
- 11** Applica il teorema di Pitagora al triangolo inscritto in una semicirconferenza della figura a lato e completa le seguenti formule:

- a. $d = \dots$;
- b. $C = \dots$;
- c. $c = \dots$



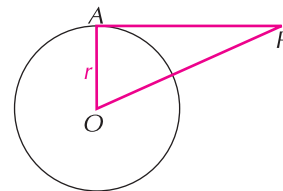
12 Applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo costruito con il raggio, la distanza di una corda dal centro e metà della stessa corda (figura a lato) e completa le seguenti formule:

- a. $r = \dots\dots\dots$;
 b. $d = \dots\dots\dots$;
 c. $\frac{\overline{AB}}{2} = \dots\dots\dots$



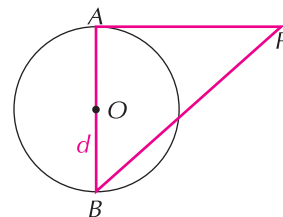
13 Applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo costruito con il segmento di tangente, il raggio e la distanza tra il punto esterno e il centro della circonferenza (figura a lato) e completa le seguenti formule:

- a. $\overline{OP} = \dots\dots\dots$;
 b. $r = \dots\dots\dots$;
 c. $\overline{PA} = \dots\dots\dots$



14 Applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo della figura a lato costruito con il segmento di tangente, il diametro e il segmento di secante passante per l'altro estremo del diametro della circonferenza e completa le seguenti formule:

- a. $\overline{PB} = \dots\dots\dots$;
 b. $d = \dots\dots\dots$;
 c. $\overline{PA} = \dots\dots\dots$



15 Completa le seguenti affermazioni:

- a. un triangolo rettangolo avente gli angoli acuti di 45° si può considerare come la di un quadrato in cui la e i lati rappresentano l'ipotenusa e i del triangolo;
 b. un triangolo rettangolo con gli angoli acuti ampi rispettivamente 30° e 60° si può considerare come la di un triangolo;
 c. in un triangolo ottusangolo con un angolo ottuso di 120° l'altezza relativa alla uscente da uno degli angoli acuti, il lato contenente l'angolo e il prolungamento formano un con gli angoli acuti ampi 30° e

ESERCIZI DI ABILITÀ \Rightarrow LIVELLO BASE *

1 Completa la seguente tabella relativa ad un triangolo rettangolo.

cateto minore (in cm)	cateto maggiore (in cm)	ipotenusa (in cm)
9	12	
	52	65
87		145
111	148	

2 Date le misure dei due cateti di un triangolo rettangolo, calcola la misura dell'ipotenusa:

- a. $c = 21$ cm; $C = 28$ cm; $i = \dots\dots\dots$
 b. $c = 13$ cm; $C = 84$ cm; $i = \dots\dots\dots$
 c. $c = 99$ cm; $C = 132$ cm; $i = \dots\dots\dots$
 d. $c = 21$ cm; $C = 220$ cm; $i = \dots\dots\dots$

3 Date le misure dell'ipotenusa e di uno dei due cateti di un triangolo rettangolo, calcola la misura dell'altro cateto:

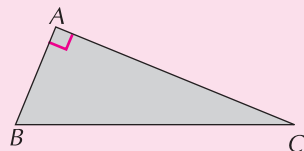
- a. $c = 18$ cm; $i = 30$ cm; $C = \dots\dots\dots$
 b. $C = 60$ cm; $i = 61$ cm; $c = \dots\dots\dots$
 c. $c = 57$ cm; $i = 95$ cm; $C = \dots\dots\dots$
 d. $C = 264$ cm; $i = 265$ cm; $c = \dots\dots\dots$

4 *Esercizio Svolto*

I triangoli rettangoli

Calcola l'area e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che i due cateti misurano rispettivamente 42 cm e 56 cm.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\overline{AB} = 42$ cm	$A_{(ABC)}$
$\overline{AC} = 56$ cm	$2p_{(ABC)}$

Calcoliamo la misura dell'ipotenusa applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{42^2 + 56^2} \text{ cm} = \sqrt{1764 + 3136} \text{ cm} = \sqrt{4900} \text{ cm} = 70 \text{ cm.}$$

Calcoliamo l'area: $A_{(ABC)} = \overline{AB} \cdot \overline{AC} : 2 = (42 \cdot 56 : 2) \text{ cm}^2 = 1176 \text{ cm}^2$

Determiniamo il perimetro: $2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = (42 + 70 + 56) \text{ cm} = 168 \text{ cm.}$

5 In un triangolo rettangolo il cateto maggiore misura 72 cm ed è $\frac{4}{3}$ del minore. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

6 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 12,5 cm ed è di 5 cm più lunga del cateto minore. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

7 Un triangolo isoscele ha la base e uno dei due lati obliqui che misurano rispettivamente 21 cm e 17,5 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

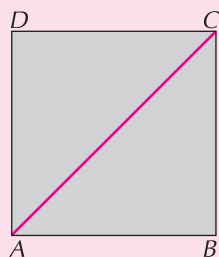
8 In un triangolo isoscele la base e l'altezza misurano rispettivamente 138 cm e 92 cm. Calcola il perimetro del triangolo.

9 *Esercizio Svolto*

I quadrati

Calcola la misura della diagonale di un quadrato sapendo che l'area è 576 cm^2 .

Svolgimento



Dato	Incognita
$A_{(ABCD)} = 576 \text{ cm}^2$	\overline{AC}

Calcoliamo la misura del lato del quadrato:

$$\overline{AB} = \sqrt{A} = \sqrt{576} \text{ cm} = 24 \text{ cm.}$$

Applichiamo la formula per calcolare la lunghezza della diagonale del quadrato:

$$d = \overline{AB} \cdot \sqrt{2} = (24 \cdot \sqrt{2}) \text{ cm} = (24 \cdot 1,414) \text{ cm} = 33,936 \text{ cm.}$$

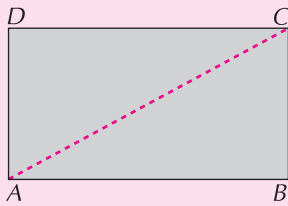
- 10** Calcola il perimetro di un quadrato sapendo che la diagonale misura 35,35 cm.
- 11** In un quadrato l'area è 1024 cm^2 . Calcola la misura della diagonale.
- 12** Calcola l'area di un quadrato sapendo che la diagonale è lunga 42,42 cm.

13 *Esercizio Svolto*

I rettangoli

Calcola l'area di un rettangolo sapendo che la base e la diagonale misurano rispettivamente 124 cm e 155 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 124 \text{ cm}$	$A_{(ABCD)}$
$\overline{AC} = 155 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura dell'altezza del rettangolo applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{155^2 - 124^2} \text{ cm} = \sqrt{24025 - 15376} \text{ cm} = \sqrt{8649} \text{ cm} = 93 \text{ cm}.$$

Determiniamo l'area del rettangolo: $A_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = (124 \cdot 93) \text{ cm}^2 = 11532 \text{ cm}^2$.

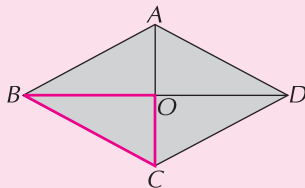
- 14** Calcola il perimetro l'area di un rettangolo sapendo che la diagonale e l'altezza misurano rispettivamente 205 cm e 123 cm.
- 15** Calcola la misura della diagonale e l'area di un rettangolo avente il perimetro di 140 cm ed una dimensione $\frac{3}{4}$ dell'altra.
- 16** L'area di un rettangolo 4200 cm^2 . Calcola il perimetro e la misura della diagonale sapendo che la base è $\frac{7}{24}$ dell'altezza.

17 *Esercizio Svolto*

I rombi

Calcola il perimetro di un rombo sapendo che le due diagonali misurano rispettivamente 102 cm e 136 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AC} = 102 \text{ cm}$	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{BD} = 136 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura delle semidiagonali del rombo: $\overline{CO} = \overline{AC} : 2 = (102 : 2) \text{ cm} = 51 \text{ cm};$
 $\overline{BO} = \overline{BD} : 2 = (136 : 2) \text{ cm} = 68 \text{ cm}$

Applichiamo il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo BCO:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CO}^2 + \overline{BO}^2} = \sqrt{51^2 + 68^2} \text{ cm} = \sqrt{2601 + 4624} \text{ cm} = \sqrt{7225} \text{ cm} = 85 \text{ cm}$$

quindi: $2p_{(ABCD)} = 4 \cdot \overline{BC} = (4 \cdot 85) \text{ cm} = 340 \text{ cm}.$

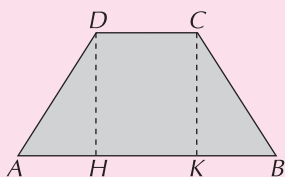
- 18** Calcola il perimetro di un rombo sapendo che le due diagonali sono lunghe rispettivamente 198 cm e 264 cm.
- 19** La diagonale maggiore di un rombo è lunga 400 cm ed è $\frac{40}{9}$ della minore. Calcola l'area e il perimetro del rombo.
- 20** Un rombo è isoperimetrico ad un quadrato avente l'area di 3906,25 cm². Calcola l'area del rombo e la misura della sua altezza sapendo che la diagonale minore è lunga 75 cm.

21 *Esercizio Svolto*

I trapezi isosceli

In un trapezio isoscele l'altezza e la semidifferenza delle due basi misurano rispettivamente 148 cm e 111 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore è lunga 160 cm.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\overline{DH} = \overline{CK} = 148 \text{ cm}$	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{AH} = \overline{KB} = 111 \text{ cm}$	$A_{(ABCD)}$
$\overline{DC} = 160 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura del lato obliquo applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{DH}^2} = \sqrt{111^2 + 148^2} \text{ cm} = \sqrt{12321 + 21904} \text{ cm} = \sqrt{34225} \text{ cm} = 185 \text{ cm}$$

Calcoliamo la misura della base maggiore:

$$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HK} + \overline{KB} = (111 + 160 + 111) \text{ cm} = 382 \text{ cm}.$$

Determiniamo il perimetro del trapezio:

$$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{DA} = (382 + 185 + 160 + 185) \text{ cm} = 912 \text{ cm}.$$

Determiniamo l'area del trapezio:

$$A_{(ABCD)} = \frac{(\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \overline{HD}}{2} = \frac{(382 + 160) \cdot 148}{2} \text{ cm}^2 = 40108 \text{ cm}^2.$$

- 22** In un trapezio isoscele il lato obliquo e l'altezza misurano rispettivamente 115 cm e 69 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base maggiore misura 294 cm.
- 23** In un trapezio isoscele l'area è 5632 cm², le basi sono una $\frac{17}{5}$ dell'altra e la loro differenza è lunga 96 cm. Calcola il perimetro del trapezio.
- 24** In un trapezio isoscele il lato obliquo misura 200 cm, l'altezza è lunga 160 cm e la base maggiore è $\frac{17}{10}$ del lato obliquo. Calcola il perimetro e l'area del trapezio.
- 25** In un trapezio rettangolo le due basi sono una $\frac{4}{7}$ dell'altra e la loro somma misura 55 cm. Calcola l'area del trapezio sapendo che il lato obliquo è lungo 25 cm.
- 26** In un trapezio rettangolo la base maggiore misura 120 cm ed è $\frac{15}{13}$ della minore. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che l'altezza misura 127,5 cm.
- 27** In un trapezio rettangolo la somma delle misure delle due basi è 293 cm mentre la loro differenza è 87 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che l'altezza è lunga 116 cm.
- 28** In un trapezio rettangolo l'area è 26904 cm², le due basi sono una $\frac{39}{20}$ dell'altra e la loro somma misura 354 cm. Calcola il perimetro del trapezio.

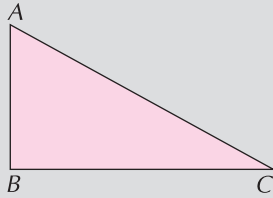
ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO **

1 *Esercizio Guidato*

I triangoli rettangoli

In un triangolo rettangolo avente l'area di 294 cm^2 il cateto minore misura 21 cm . Calcola il perimetro del triangolo.

Svolgimento



Dati	Incognita
$A_{(ABC)} = 294 \text{ cm}^2$	$2p_{(ABC)}$
$\overline{AB} = 21 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura del cateto maggiore applicando la formula inversa dell'area:

$$\overline{BC} = 2 \cdot A_{(ABC)} : \dots = (\dots \cdot \dots : 21) \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$

Determiniamo la misura dell'ipotenusa applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \dots^2} = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} \text{ cm} = \sqrt{\dots + \dots} \text{ cm} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 35 \text{ cm}$$

Calcoliamo il perimetro: $2p_{(ABC)} = \dots + \dots + \overline{CA} = (\dots + \dots + \dots) \text{ cm} = 84 \text{ cm}$.

2 La somma del cateto minore e dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 128 cm e la loro differenza 98 cm . Calcola l'area e il perimetro del triangolo.

3 La somma dei due cateti di un triangolo rettangolo misura 294 cm e la loro differenza 42 cm . Calcola il perimetro, l'area e la lunghezza dell'altezza relativa all'ipotenusa.

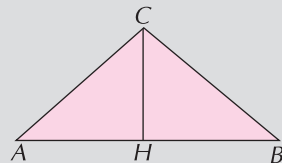
4 In un triangolo rettangolo i due cateti sono uno $\frac{4}{3}$ dell'altro. Calcola il perimetro e la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa sapendo che l'area del triangolo è 8664 cm^2 .

5 *Esercizio Guidato*

I triangoli isosceli

In un triangolo isoscele la somma delle lunghezze della base e dell'altezza ad essa relativa misurano 540 cm e l'altezza è $\frac{2}{3}$ della base. Calcola il perimetro del triangolo.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} + \overline{CH} = 540 \text{ cm}$	$2p_{(ABC)}$
$CH = \frac{2}{3} \cdot AB$	

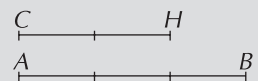
Rappresentiamo con un disegno il dato relativo al rapporto fra altezza e base:

Le parti uguali che compongono la base più l'altezza sono 5, pertanto:

$(\dots : 5) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$ (segmento unitario)

$$\overline{CH} = (\dots \cdot 2) \text{ cm} = \dots \text{ cm};$$

$$\overline{AB} = (\dots \cdot 3) \text{ cm} = 324 \text{ cm}.$$



Determiniamo la misura della metà della base: $\overline{AH} = \dots : 2 = (\dots : 2) \text{ cm} = 162 \text{ cm}$.
 Per calcolare la misura del lato obliquo AC applichiamo il teorema di Pitagora nel triangolo:
 $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HC}^2} = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} = \sqrt{\dots + \dots} \text{ cm} = \sqrt{72900} \text{ cm} = 270 \text{ cm}$.
 Calcoliamo il perimetro: $2p_{(ABC)} = \dots + \dots + \dots = (\dots + 270 + \dots) \text{ cm} = 864 \text{ cm}$.

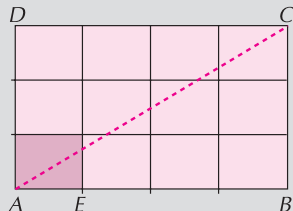
- 6** In un triangolo isoscele l'area è di $14\,700 \text{ cm}^2$. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che la base è $\frac{8}{3}$ dell'altezza.
- 7** Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo isoscele avente un cateto lungo 40 cm .
- 8** Un triangolo equilatero ha l'altezza lunga $17,32 \text{ cm}$. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.
- 9** Un triangolo isoscele ha l'area di 2352 cm^2 e la base lunga 84 cm . Calcola:
 - a. il perimetro del triangolo;
 - b. l'area di un quadrato avente il lato congruente a $\frac{3}{8}$ del perimetro del triangolo;
 - c. l'area di un rettangolo avente il perimetro doppio di quello del quadrato e altezza lunga 128 cm .

10 *Esercizio Guidato*

I rettangoli

In un rettangolo l'area è 300 cm^2 e la base è $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Calcola il perimetro e la misura della diagonale del rettangolo.

Svolgimento



Dati	Incognite
$A_{(ABCD)} = 300 \text{ cm}^2$	$2p_{(ABCD)}$
$AB = \frac{4}{3} \cdot AD$	\overline{AC}

Determiniamo il numero di quadratini che compongono la figura: $4 \cdot 3 = 12$
 Determiniamo l'area di ciascun quadratino in colore: $A_{(ABCD)} : n^\circ \text{ quadratini} = 300 : \dots = \dots \text{ cm}^2$
 Determiniamo la misura del lato di ogni quadratino: $\overline{AE} = \sqrt{A_{(\text{quadrato})}} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$
 Determiniamo la lunghezza della base del rettangolo: $\overline{AB} = (5 \cdot \dots) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$
 Determiniamo la lunghezza dell'altezza del rettangolo: $\overline{AD} = (5 \cdot \dots) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$
 Determiniamo il perimetro del rettangolo:
 $2p_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) = (20 + 15 + 20 + 15) \text{ cm} = 70 \text{ cm}$.
 Calcoliamo la misura della diagonale applicando il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo ABC :
 $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{\dots^2 + \dots^2} \text{ cm} = \sqrt{\dots + \dots} \text{ cm} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = \dots \text{ cm}$.

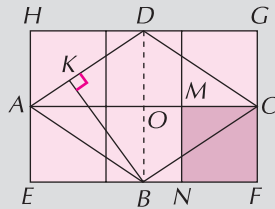
- 11** Un quadrato ha l'area di $2\,756,25 \text{ cm}^2$. Calcola la misura della diagonale di un rettangolo isoperimetrico al quadrato sapendo che le sue dimensioni sono una $\frac{3}{4}$ dell'altra.
- 12** Il perimetro di un rettangolo è 518 cm e le sue dimensioni sono una $\frac{4}{3}$ dell'altra. Calcola:
 - a. la misura della diagonale del rettangolo;
 - b. il perimetro di un quadrato equivalente a $\frac{4}{3}$ del rettangolo.

13 *Esercizio Guidato*

I rombi

In un rombo l'area è 972 cm^2 e le due diagonali sono una $\frac{3}{2}$ dell'altra. Calcola il perimetro e la misura dell'altezza del rombo.

Svolgimento



Dati	Incognite
$A_{(ABCD)} = 972 \text{ cm}^2$	$2p_{(ABCD)}$
$AC = \frac{3}{2} \cdot DB$	\overline{BK}

Raddoppiamo l'area del rombo ottenendo così il rettangolo $EFGH$ in cui le dimensioni sono una $\frac{3}{2}$ dell'altra e la cui area è data da:

$$A_{(EFGH)} = A_{(ABCD)} \cdot 2 = (\dots \cdot 2) \text{ cm}^2 = 1944 \text{ cm}^2.$$

Questo rettangolo è formato da $3 \cdot 2 = 6$ quadratini congruenti.

$$\text{Calcoliamo l'area di uno dei quadratini: } A_{(CMNF)} = A_{(EFGH)} : 6 = (\dots : 6) \text{ cm}^2 = 324 \text{ cm}^2$$

$$\text{Determiniamo la misura del lato del quadrato: } \overline{CF} = \sqrt{A_{(CMNF)}} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 18 \text{ cm}$$

$$\text{Calcoliamo la misura di } EF \text{ che corrisponde alla diagonale } \dots: \overline{EF} = (3 \cdot \dots) \text{ cm} = 54 \text{ cm}$$

$$\text{Calcoliamo la misura di } EH \text{ che corrisponde alla diagonale } \dots: \overline{EH} = (2 \cdot \dots) \text{ cm} = 36 \text{ cm}$$

Applichiamo il teorema di Pitagora per calcolare la misura del lato del rombo:

$$\overline{AB} = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} = \sqrt{18^2 + \dots^2} \text{ cm} = \sqrt{\dots + 729} \text{ cm} = \sqrt{1053} \text{ cm} = 32,45 \text{ cm}$$

$$\text{Determiniamo il perimetro: } 2p_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot \dots = 129,8 \text{ cm}$$

$$\text{Determiniamo la misura dell'altezza: } \overline{BK} = A_{(ABCD)} : \overline{AD} = (972 : 32,45) \text{ cm} = 29,95 \text{ cm.}$$

14 In un rombo una diagonale è $\frac{4}{3}$ dell'altra e la loro differenza è 112 cm . Calcola l'area di un quadrato isoperimetrico al rombo.

15 L'area di un rombo è 384 cm^2 . Calcola la misura della diagonale minore e il perimetro sapendo che la diagonale maggiore è lunga 32 cm .

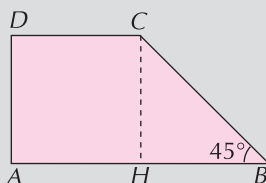
16 Il perimetro di un rombo è 100 cm e il suo lato è congruente alla diagonale minore. Calcola la misura della diagonale maggiore e l'area del rombo.

17 *Esercizio Guidato*

I trapezi rettangoli

In un trapezio rettangolo l'angolo acuto è ampio 45° . Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore e l'altezza misurano rispettivamente 35 cm e 25 cm .

Svolgimento



Dati	Incognite
$\widehat{HBC} = 45^\circ$	$2p_{(ABCD)}$
$\overline{DC} = 35 \text{ cm}$	$A_{(ABCD)}$
$\overline{CH} = 25 \text{ cm}$	

Il triangolo HBC è rettangolo e isoscele pertanto $\overline{HB} = \dots = \dots \text{ cm}$.

Applichiamo il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo HBC per calcolare BC :

$$\overline{BC} = \dots \cdot \sqrt{2} = (\dots \cdot 1,414) \text{ cm} = 35,35 \text{ cm}$$

Calcoliamo la misura della base maggiore: $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = (35 + 25) \text{ cm} = 60 \text{ cm}$

Determiniamo il perimetro:

$$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (\dots + 35,35 + \dots + \dots) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

Calcoliamo l'area: $A_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot \dots : 2 = [(60 + \dots) \cdot \dots : 2] \text{ cm}^2 = 1187,5 \text{ cm}^2$.

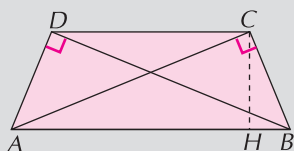
- 18** In un trapezio rettangolo l'angolo acuto è ampio 60° . Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore e la base maggiore misurano rispettivamente 50 cm e 70 cm.
- 19** In un trapezio rettangolo l'area è 198,24 cm e l'altezza misura 8,4 cm. Calcola il perimetro del trapezio sapendo che la differenza delle due basi è lunga 11,2 cm.
- 20** In un trapezio rettangolo la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo e misura 74 cm, mentre il lato obliquo è lungo 55,5 cm. Calcola l'area e il perimetro del trapezio.
- 21** Un trapezio rettangolo è formato da un rettangolo e da un triangolo rettangolo avente il cateto minore coincidente con il lato minore del rettangolo. Sapendo che le dimensioni del rettangolo misurano rispettivamente 66 cm e 54 cm e che l'ipotenusa del triangolo rettangolo è lunga 90 cm, calcola l'area e il perimetro del trapezio.
- 22** Calcola l'area e il perimetro di un trapezio rettangolo sapendo che la base minore e l'altezza misurano rispettivamente 100 cm e 80 cm e che l'angolo acuto è ampio 30° .

23 *Esercizio Guidato*

I trapezi isosceli

In un trapezio isoscelele le diagonali sono perpendicolari ai lati obliqui e ciascuna di esse è lunga 66 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base maggiore è lunga 82,5 cm.

Svolgimento



Dati	Incognite
$AC \perp BC$	$2p_{(ABCD)}$
$BD \perp AD$	$A_{(ABCD)}$
$\overline{AC} = \overline{BD} = 66 \text{ cm}$	
$\overline{AB} = 82,5 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura del lato obliquo del trapezio applicando il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo ABC :

$$\overline{BC} = \sqrt{\dots^2 - \dots^2} = \sqrt{82,5^2 - \dots^2} \text{ cm} = \sqrt{6806,25 - \dots} \text{ cm} = \sqrt{2450,25} \text{ cm} = 49,5 \text{ cm}$$

Calcoliamo l'area del triangolo rettangolo ABC :

$$A_{(ABC)} = \overline{AC} \cdot \dots : \dots = (\dots \cdot 49,5 : 2) \text{ cm}^2 = 1633,5 \text{ cm}^2$$

Determiniamo la misura dell'altezza CH applicando la formula inversa dell'area:

$$\overline{CH} = 2 \cdot A_{(ABC)} : \dots = (2 \cdot \dots : 82,5) \text{ cm} = 39,6 \text{ cm}$$

Determiniamo la misura della semidifferenza delle due basi applicando il teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo HBC :

$$\overline{HB} = \sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{49,5^2 - 39,6^2} \text{ cm} = \sqrt{2450,25 - 1568,16} \text{ cm} = \sqrt{882,09} \text{ cm} = 29,7 \text{ cm}$$

Determiniamo la misura della base minore: $\overline{DC} = \overline{AB} - 2 \cdot \dots = (82,5 - 2 \cdot \dots) \text{ cm} = 23,1 \text{ cm}$

Calcoliamo quindi il perimetro e l'area del trapezio:

$$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (82,5 + 49,5 + 23,1 + 49,5) \text{ cm} = 204,6 \text{ cm}$$

$$A_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \dots : 2 = [(82,5 + 23,1) \cdot \dots : 2] \text{ cm}^2 = 2090,88 \text{ cm}^2.$$

24 In un trapezio isoscele le diagonali sono perpendicolari ai lati obliqui ognuno dei quali misura 111 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che una delle due diagonali misura 148 cm.

25 In un trapezio isoscele l'altezza, condotta da un estremo della base minore, è lunga 168 cm e divide la base maggiore in due parti ognuna delle quali misura rispettivamente 126 cm e 180 cm. Calcola l'area, il perimetro del trapezio e le misure delle diagonali.

26 Nel trapezio isoscele $ABCD$ gli angoli adiacenti alla base maggiore sono ampi 45° . Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore e l'altezza misurano rispettivamente 100 cm e 120 cm.

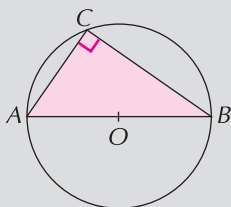
27 Nel trapezio $ABCD$ gli angoli adiacenti alla base maggiore sono ampi rispettivamente 60° e 45° . Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base minore è lunga 40 cm ed è $\frac{2}{5}$ del lato obliquo adiacente all'angolo di 60° .

28 *Esercizio Guidato*

Il teorema di Pitagora e gli elementi di una circonferenza

In una circonferenza di centro O e raggio lungo 46,25 cm è inscritto un triangolo rettangolo. Calcola il perimetro e l'area del triangolo sapendo che il cateto minore misura 55,5 cm.

Svolgimento



Dati	Incognite
$\overline{AO} = 46,25 \text{ cm}$	$2p_{(ABC)}$
$\overline{AC} = 55,5 \text{ cm}$	$A_{(ABC)}$

Calcoliamo la misura del diametro:

$$\overline{AB} = \overline{AO} \cdot 2 = (\dots \cdot 2) \text{ cm} = 92,5 \text{ cm}$$

Applichiamo il teorema di Pitagora per determinare la misura del cateto maggiore:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{92,5^2 - \dots^2} \text{ cm} = \sqrt{8556,25 - \dots} \text{ cm} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 74 \text{ cm}$$

Determiniamo il perimetro: $2p_{(ABC)} = \dots + \dots + \dots = (\dots + \dots + \dots) \text{ cm} = 222 \text{ cm}$

Calcoliamo l'area: $A_{(ABC)} = \overline{AC} \cdot \overline{BC} : 2 = (\dots \cdot \dots : 2) \text{ cm}^2 = 2053,5 \text{ cm}^2.$

29 La somma e la differenza dei due cateti di un triangolo inscritto in una semicirconferenza misurano rispettivamente 189 cm e 27 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

30 Il segmento di tangente PA condotto da un punto P esterno ad una circonferenza di centro O misura 156 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo PAO sapendo che il diametro è lungo 234 cm.

31 Da un punto P esterno ad una circonferenza di centro O sono condotte le tangenti che toccano la circonferenza nei punti A e B . Sapendo che i segmenti di tangente PA e PB misurano ciascuno 356 cm e che il punto P dista dal centro 445 cm, calcola il perimetro e l'area del quadrilatero $PAOB$.

32 In una circonferenza di centro O , la somma e la differenza del segmento di tangente e quello di secante, condotti da un punto esterno P e che toccano gli estremi del diametro AB , è rispettivamente 189 cm e 21 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo PAB .

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO ***

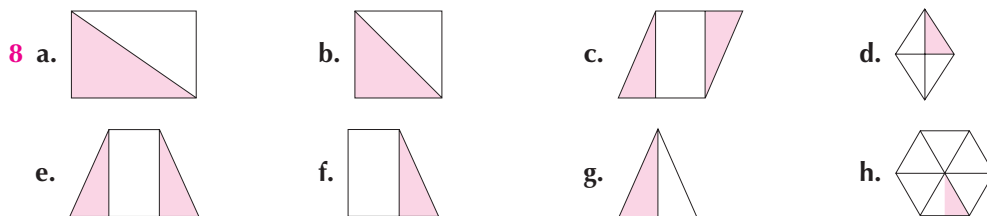
- 1 In un rettangolo $ABCD$ la somma e la differenza delle due dimensioni misura rispettivamente 230 cm e 70 cm. Si prenda sul lato maggiore CD un segmento DE pari a $\frac{2}{5}$ di CD . Dopo aver unito il punto E con gli estremi della diagonale AC , calcola l'area e il perimetro dei triangoli AED , ACE e ABC .
- 2 In un triangolo ABC gli angoli adiacenti alla base AB sono ampi rispettivamente 45° e 60° . Calcola il perimetro e l'area del triangolo sapendo che l'altezza relativa alla base AB misura 50 cm.
- 3 Calcola il perimetro del triangolo ottusangolo ABC sapendo che l'altezza CH relativa alla base AB e la base stessa misurano rispettivamente 86,6 cm e 150 cm e l'angolo \widehat{BAC} è ampio 120° .
- 4 Un pentagono è formato da un quadrato e da un triangolo isoscele avente la base coincidente con un lato del quadrato. Sapendo che l'area del quadrato è 225 cm^2 e che uno dei due lati congruenti del triangolo isoscele misura 12,5 cm, calcola l'area e il perimetro del pentagono.
- 5 In un rombo la somma e la differenza delle due diagonali misurano rispettivamente 18,6 cm e 10,2 cm. Calcola l'area di un quadrato avente il perimetro doppio rispetto a quello del rombo.
- 6 L'ipotenusa e il cateto maggiore di un triangolo rettangolo sono congruenti rispettivamente alla diagonale maggiore di un rombo e al lato di un quadrato avente l'area di $92,16 \text{ cm}^2$. Calcola l'area del triangolo e la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa sapendo che il perimetro del rombo è 26 cm e la diagonale minore misura 7,8 cm.
- 7 In un rombo la somma delle due diagonali è lunga 552 cm ed una è $\frac{8}{15}$ dell'altra. Calcola la misura del raggio del cerchio inscritto nel rombo e il perimetro di un quadrato equivalente ai $\frac{3}{5}$ del rombo.
- 8 Nel trapezio rettangolo $ABCD$ la diagonale minore AC è perpendicolare al lato obliquo. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che AC , CB e AB sono proporzionali ai numeri 6, 8 e 10 e la loro somma misura 72 cm.
- 9 La base minore di un trapezio rettangolo $ABCD$ è lunga 5,4 cm e la maggiore è $\frac{16}{9}$ della minore. Dopo aver tracciato il punto medio M dell'altezza AD , unisci M con C e con B . Calcola il perimetro del trapezio $ABCD$ e la distanza MH del punto M col lato BC sapendo che DM è medio proporzionale tra le basi del trapezio.
- 10 In un trapezio rettangolo le diagonali misurano rispettivamente 51 cm e 30 cm, mentre l'altezza misura 24 cm. Calcola il perimetro del trapezio e la differenza fra l'area del trapezio e l'area del quadrato che ha il perimetro uguale al doppio della somma della base minore con l'altezza del trapezio.
- 11 Nel trapezio rettangolo $ABCD$ la somma delle misure delle due basi è 76,5 cm e la base minore è $\frac{7}{10}$ della maggiore. Sapendo che il lato obliquo BC è lungo 22,5 cm, calcola l'area del triangolo ottenuto congiungendo il punto medio dell'altezza DA con i punti medi delle due basi.
- 12 La somma e la differenza delle basi del trapezio isoscele $ABCD$ misurano rispettivamente 216 cm e 96 cm e l'area è $6\,912 \text{ cm}^2$. Dopo aver unito il punto medio M della base minore CD con gli estremi della base maggiore, calcola:
 - a. il perimetro del trapezio;
 - b. il perimetro del triangolo AMB ;
 - c. l'area di ciascuno dei triangoli AMD e MCB .
- 13 In un trapezio isoscele le diagonali sono perpendicolari fra loro e si dividono in parti proporzionali a 8 e 15 e ciascuna di esse misura 138 cm. Calcola l'area e il perimetro del trapezio.

- 14** In una circonferenza inscritta in un trapezio isoscele il raggio misura 9 cm. Calcola le misure delle due basi, il perimetro e l'area del trapezio sapendo che ciascun lato obliquo è lungo 22,5 cm.
- 15** In una circonferenza due corde parallele dalla stessa parte rispetto al diametro distano dal centro rispettivamente 25,5 cm e 34 cm. Sapendo che il raggio del cerchio misura 42,5 cm, calcola il perimetro e l'area del trapezio avente per basi le due corde.
- 16** Nel trapezio $ABCD$ gli angoli acuti adiacenti alla base maggiore sono ampi rispettivamente 45° e 60° . Il lato obliquo AD è adiacente all'angolo di 60° ed è $\frac{9}{20}$ della base maggiore e la loro somma misura 58 cm. Calcola il perimetro di un rettangolo equivalente al trapezio sapendo che una delle due dimensioni misura un quinto del perimetro del trapezio.
- 17** In un rettangolo la somma e la differenza delle misure della diagonale AC e della base maggiore AB sono rispettivamente 108 cm e 12 cm. Dopo aver condotto dal punto D la perpendicolare DE alla diagonale AC e dal punto E la perpendicolare EH al lato DC , calcola il perimetro e l'area del triangolo DEH .

SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1** c. **2** quadrato, equivalente, somma, quadrati, cateti.
3 a. $i = \sqrt{C^2 + c^2}$; b. $C = \sqrt{i^2 - c^2}$; c. $c = \sqrt{i^2 - C^2}$. **4** b.
5 a. misure, rettangolo, relazione, teorema di Pitagora; b. numeri primi tra loro; c. da una terna pitagorica primitiva; uno stesso fattore diverso da zero.
6 b.; c. **7** b.; d.



- 9** a. metà, radice quadrata, $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \ell$; b. doppio, dell'altezza, radice quadrata, $\ell = 2 \cdot h : \sqrt{3}$;
 c. prodotto, radice quadrata, $d = \ell \cdot \sqrt{2}$; d. dividendo, radice quadrata, $\ell = d : \sqrt{2}$;
 e. isosceli, lati del poligono, isoscele, triangoli rettangoli congruenti.

10 a. $r = \sqrt{a^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}$; b. $a = \sqrt{r^2 - \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}$; c. $\frac{\ell}{2} = \sqrt{r^2 - a^2}$.

11 a. $d = \sqrt{C^2 + c^2}$; b. $C = \sqrt{d^2 - c^2}$; c. $c = \sqrt{d^2 - C^2}$.

12 a. $r = \sqrt{d^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2}$; b. $d = \sqrt{r^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2}$; c. $\frac{AB}{2} = \sqrt{r^2 - d^2}$.

13 a. $\overline{OP} = \sqrt{r^2 + \overline{PA}^2}$; b. $r = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{PA}^2}$; c. $\overline{PA} = \sqrt{\overline{OP}^2 - r^2}$.

14 a. $\overline{PB} = \sqrt{d^2 + \overline{PA}^2}$; b. $d = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PA}^2}$; c. $\overline{PA} = \sqrt{\overline{PB}^2 - d^2}$.

- 15** a. metà, diagonale, cateti, rettangolo; b. metà, equilatero; c. base, ottuso, della base, triangolo rettangolo, 60° .

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

1	cateto minore (in cm)	cateto maggiore (in cm)	ipotenusa (in cm)
	9	12	15
	39	52	65
	87	116	145
	111	148	185

- 2** a. 35 cm; b. 85 cm; c. 165 cm; d. 221 cm. **3** a. 24 cm; b. 11 cm; c. 76 cm; d. 23 cm.
5 216 cm; 1944 cm². **6** 30 cm; 37,5 cm².
7 56 cm; 147 cm². **8** 368 cm.
10 100 cm. **11** 45,248 cm.
12 900 cm². **14** 574 cm; 20172 cm².
15 50 cm; 1200 cm². **16** 310 cm; 125 cm.
18 660 cm. **19** 18000 cm²; 820 cm.
20 3750 cm²; 60 cm. **22** 634 cm; 13938 cm².
23 336 cm. **24** 840 cm; 35200 cm².
25 550 cm². **26** 480 cm; 14280 cm².
27 554 cm; 16994 cm². **28** 696 cm.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

- 1** $\overline{BC} = 2 \cdot A_{(ABC)} : \overline{AB} = (2 \cdot 294 : 21) \text{ cm} = 28 \text{ cm};$
 $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{21^2 + 28^2} \text{ cm} = \sqrt{441 + 784} \text{ cm} = \sqrt{1225} \text{ cm} = 35 \text{ cm};$
 $2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = (21 + 28 + 35) \text{ cm} = 84 \text{ cm}.$
- 2** 840 cm²; 240 cm. **3** 504 cm; 10584 cm²; 100,8 cm. **4** 456 cm; 91,2 cm.
- 5** $540 : 5 = 108 \text{ cm}; \overline{CH} = (108 \cdot 2) \text{ cm} = 216 \text{ cm}; \overline{AB} = (108 \cdot 3) \text{ cm} = 324 \text{ cm};$
 $\overline{AH} = \overline{AB} : 2 = (324 : 2) \text{ cm} = 162 \text{ cm};$ rettangolo CHA ;
 $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HC}^2} = \sqrt{162^2 + 216^2} \text{ cm} = \sqrt{26244 + 46656} \text{ cm} = \sqrt{72900} \text{ cm} = 270 \text{ cm};$
 $2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = (324 + 270 + 270) \text{ cm} = 864 \text{ cm}.$
- 6** 630 cm. **7** 136,56 cm. **8** 60 cm; 173,2 cm².
- 9** a. 224 cm; b. 7056 cm²; c. 26624 cm².
- 10** $A_{(\text{quadrato})} = A_{(ABCD)} : 12 = (300 : 12) \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2; \overline{AE} = \sqrt{A_{(\text{quadrato})}} = \sqrt{25} \text{ cm} = 5 \text{ cm};$
 $\overline{AB} = (5 \cdot 4) \text{ cm} = 20 \text{ cm}; \overline{AD} = (5 \cdot 3) = 15 \text{ cm};$
 $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} \text{ cm} = \sqrt{400 + 225} \text{ cm} = \sqrt{625} \text{ cm} = 25 \text{ cm}.$
- 11** 75 cm. **12** a. 185 cm; b. 592 cm.
- 13** $A_{(EFGH)} = A_{(ABCD)} \cdot 2 = (972 \cdot 2) \text{ cm}^2 = 1944 \text{ cm}^2; A_{(CMNF)} = A_{(EFGH)} : 6 = (1944 : 6) \text{ cm}^2 = 324 \text{ cm}^2;$
 $\overline{CF} = \sqrt{A_{(CMNF)}} = \sqrt{324} \text{ cm} = 18 \text{ cm};$ maggiore; $\overline{EF} = (3 \cdot 18) \text{ cm} = 54 \text{ cm};$ minore;
 $\overline{EH} = (2 \cdot 18) \text{ cm} = 36 \text{ cm};$
 $\overline{AB} = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{OA}^2} = \sqrt{18^2 + 27^2} \text{ cm} = \sqrt{324 + 729} \text{ cm} = \sqrt{1053} \text{ cm} = 32,45 \text{ cm};$
 $2p_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot 4 = (32,45 \cdot 4) \text{ cm} = 129,8 \text{ cm}.$
- 14** 78400 cm². **15** 24 cm; 80 cm. **16** 43,3 cm; 541,25 cm².
- 17** $\overline{HB} = \overline{CH} = 25 \text{ cm}; \overline{BC} = \overline{CH} \cdot \sqrt{2} = (25 \cdot 1,414) \text{ cm} = 35,35 \text{ cm};$
 $2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = (60 + 35,35 + 35 + 25) \text{ cm} = 155,35 \text{ cm};$
 $A_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot \overline{CH} : 2 = [(60 + 35) \cdot 25 : 2] \text{ cm}^2 = 1187,5 \text{ cm}^2.$

- 18** 194,64 cm; 2078,4 cm². **19** 69,6 cm. **20** 3367,74 cm²; 251,6 cm.
- 21** 5508 cm²; 348 cm. **22** 13542,4 cm²; 578,56 cm.
- 23** $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{82,5^2 - 66^2} \text{ cm} = \sqrt{6806,25 - 4356} \text{ cm} = \sqrt{2450,25} \text{ cm} = 49,5 \text{ cm};$
 $A_{(ABC)} = \overline{AC} \cdot \overline{CB} : 2 = (66 \cdot 49,5 : 2) \text{ cm}^2 = 1633,5 \text{ cm}^2;$
 $\overline{CH} = 2 \cdot A_{(ABC)} : \overline{AB} = (2 \cdot 1633,5 : 82,5) \text{ cm} = 39,6 \text{ cm};$
 $\overline{DC} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{HB} = (82,5 - 2 \cdot 29,7) \text{ cm} = 23,1 \text{ cm};$
 $A_{(ABCD)} = (\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \overline{CH} : 2 = [(82,5 + 23,1) \cdot 39,6 : 2] \text{ cm}^2 = 2090,88 \text{ cm}^2.$
- 24** 458,8 cm; 10513,92 cm². **25** 30240 cm²; 780 cm; 246,22 cm.
- 26** 779,36 cm; 26400 cm². **27** 439,05 cm; 9378,78 cm².
- 28** $\overline{AB} = \overline{AO} \cdot 2 = (46,25 \cdot 2) \text{ cm} = 92,5 \text{ cm};$
 $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{92,5^2 - 55,5^2} \text{ cm} = \sqrt{8556,25 - 3080,25} \text{ cm} = \sqrt{5476} \text{ cm} = 74 \text{ cm}$
 $2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = (92,5 + 74 + 55,5) \text{ cm} = 222 \text{ cm};$
 $A_{(ABC)} = \overline{AC} \cdot \overline{BC} : 2 = (55,5 \cdot 74 : 2) \text{ cm}^2 = 2053,5 \text{ cm}^2.$
- 29** 324 cm; 4374 cm². **30** 468 cm; 9126 cm².
- 31** 1246 cm; 95052 cm². **32** 252 cm; 2646 cm².

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

- 1** $A_{(AED)} = 2400 \text{ cm}^2;$ $2p_{(AED)} = 240 \text{ cm};$
 $A_{(ACE)} = 3600 \text{ cm}^2;$ $2p_{(ACE)} = 360 \text{ cm};$
 $A_{(ABC)} = 6000 \text{ cm}^2;$ $2p_{(ABC)} = 400 \text{ cm}.$
- 2** 207,31 cm; 1971,75 cm². **3** 467,94 cm.
- 4** 300 cm²; 70 cm. **5** 225 cm².
- 6** 19,2 cm²; 3,69 cm. **7** 84,7 cm; 576 cm.
- 8** 79,2 cm; 293,76 cm². **9** 44,4 cm; 7,2 cm.
- 10** 123,12 cm; 315 cm². **11** 172,125 cm².
- 12** a. 376 cm; b. 357,78 cm; c. 960 cm². **13** 9522 cm²; 399,132 cm.
- 14** 9 cm; 36 cm; 90 cm; 405 cm². **15** 143,04 cm; 505,75 cm².
- 16** 83,42 cm. **17** 69,12 cm; 199,06 cm².