Esercizi di consolidamento

Semplificazione di radicali

Semplifica, se possibile, i seguenti radicali assoluti, supponendo che i fattori letterali che in essi compaiono siano tutti positivi.

1 **esercizio guidato**

$\sqrt[4]{144}$

Scomponiamo in fattori il radicando: $\sqrt[4]{2^4 \cdot 3^2}$

Semplifichiamo dividendo indice del radicale ed esponenti del radicando per 2: $\sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{12}$

2 $\sqrt[6]{216}$ $\qquad$ $\sqrt[4]{1764}$ $\qquad$ $[\sqrt{6};\ \sqrt{42}]$

3 $\sqrt[4]{\dfrac{64}{25}}$ $\qquad$ $\sqrt[6]{\dfrac{256}{625}}$ $\qquad$ $\left[\sqrt{\dfrac{8}{5}};\ \sqrt[3]{\dfrac{16}{25}}\right]$

4 $\sqrt[6]{\dfrac{216}{343}}$ $\qquad$ $\sqrt[4]{\dfrac{81}{25}}$ $\qquad$ $\left[\sqrt{\dfrac{6}{7}};\ \sqrt{\dfrac{9}{5}}\right]$

5 $\sqrt[4]{\dfrac{x^{12}y^8}{16y^4}}$ $\qquad$ $\sqrt[6]{\dfrac{729(a+b)^{12}}{a^{12}b^6}}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{1}{2}x^3y;\ \dfrac{3(a+b)^2}{a^2b}\right]$

6 $\sqrt[3]{\dfrac{(a+b)^9}{125a^3x^9}}$ $\qquad$ $\sqrt[8]{x^{16}b^8}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{(a-b)^3}{5ax^3};\ x^2b\right]$

7 $\sqrt[3]{\dfrac{8xy^3}{125x^4}}$ $\qquad$ $\sqrt[4]{5b^2c^6}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{2y}{5x};\ \text{irriducibile}\right]$

8 $\sqrt[5]{\dfrac{x^{10}y^7}{32y^2}}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{\dfrac{3a^9b^3}{81b^{12}}}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{1}{2}x^2y;\ \dfrac{a^3}{3b^3}\right]$

9 $\sqrt[3]{\dfrac{125b^6}{27a^3}}$ $\qquad$ $\sqrt[6]{\dfrac{x^6y^{12}z^9}{27}}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{5b^2}{3a};\ \sqrt{\dfrac{1}{3}x^2y^4z^3}\right]$

10 **esercizio guidato**

$\sqrt[4]{\dfrac{x^2+4xy+4y^2}{x^2y^6}}$

Scomponiamo dapprima il polinomio al numeratore del radicando: $\sqrt[4]{\dfrac{(x+2y)^2}{x^2y^6}}$

Semplifichiamo: $\sqrt{\dfrac{x+2y}{xy^3}}$

11 $\sqrt[6]{4a^2-12ab+9b^2}$ $\qquad$ $\sqrt[4]{x^4-4x^3y+4x^2y^2}$ $\qquad$ $[\sqrt[3]{2a-3b};\ \sqrt{x(x-2y)}]$

12 $\sqrt{\dfrac{4x^3+4x^4+x^5}{x(y-1)^2}}$ $\sqrt[4]{\dfrac{16(x+1)^6}{x^2y^4+2xy^4+y^4}}$ $\left[\dfrac{x(x+2)}{y-1};\ \dfrac{2(x+1)}{y}\right]$

13 $\sqrt[6]{\dfrac{(3x+1)y^3+3x^2y^3}{x^3}+y^3}$ $\sqrt[8]{4-\dfrac{4}{ab}+\dfrac{1}{a^2b^2}}$ $\left[\sqrt{\dfrac{(x+1)y}{x}};\ \sqrt[4]{\dfrac{2ab-1}{ab}}\right]$

14 $\sqrt[3]{(8x^2-8)(x^4-2x^2+1)}$ $\sqrt[5]{\dfrac{(x^2-4)(4x+x^2+4)^2}{x-2}}$ $[2(x^2-1);\ x+2]$

15 $\sqrt[8]{\dfrac{(x^2-1)^4}{x^2+2x+1}}$ $\sqrt[6]{\dfrac{a^3-6a^2+12a-8}{8a^6-24a^5+24a^4-8a^3}}$ $\left[\sqrt[4]{(x-1)^2(x+1)};\ \sqrt{\dfrac{a-2}{2a(a-1)}}\right]$

16 $\sqrt[4]{\dfrac{3}{a}+\dfrac{9}{4a^2}+1}$ $\sqrt[6]{x+\dfrac{1-x^3}{1-x}}$ $\left[\sqrt{\dfrac{2a+3}{2a}};\ \sqrt[3]{x+1}\right]$

Semplifica i seguenti radicali di cui non è noto il segno dei fattori letterali.

17 **esercizio guidato**

$\sqrt[4]{a^6b^4x^2}$

Gli esponenti del radicando e l'indice della radice possono essere tutti divisi per 2: $\sqrt{a^3b^2x}$

Occorre adesso tener presente che, mentre il radicale dato esiste per qualsiasi valore delle lettere a, b e x, il radicale semplificato esiste solo se il prodotto a^3x è positivo; non conoscendo però il segno dei fattori letterali, è necessario usare il modulo. Il radicale semplificato è dunque:

$$\sqrt{|a^3x|b^2}$$

18 $\sqrt[6]{125a^3b^6}$ $\sqrt[12]{81x^8y^4}$ $\left[\sqrt{5ab^2};\ \sqrt[3]{3x^2|y|}\right]$

19 $\sqrt[4]{25a^2x^6}$ $\sqrt[6]{\dfrac{1}{8}a^3b^6}$ $\left[\sqrt{5|ax^3|};\ \sqrt{\dfrac{1}{2}ab^2}\right]$

20 **esercizio guidato**

$\sqrt[4]{36x^2+36x+9}$

Scomponiamo il polinomio del radicando: $\sqrt[4]{9(2x+1)^2}$

Possiamo adesso semplificare: $\sqrt{3(2x+1)}$

Tenendo poi presente che non conosciamo il segno di $2x+1$: $\sqrt{3|2x+1|}$

21 $\sqrt[6]{\dfrac{9a^2b^4}{9a^2-6a+1}}$ $\sqrt[4]{\dfrac{16x^2y^6}{9x^2+12x+4}}$ $\left[\sqrt[3]{3b^2\left|\dfrac{a}{3a-1}\right|};\ \sqrt{4\left|\dfrac{xy^3}{3x+2}\right|}\right]$

22 $\sqrt[4]{9a^2-6a+1}$ $\sqrt[6]{\dfrac{4a+a^2+4}{4a^4}}$ $\left[\sqrt{|3a-1|};\ \sqrt[3]{\dfrac{|a+2|}{2a^2}}\right]$

23 $\sqrt[5]{\dfrac{64a^5b^{12}c^8}{2b^2c^3}}$ $\sqrt{\dfrac{2x^2+1}{x^4}+1}$ $\left[2ab^2c;\ \dfrac{x^2+1}{x^2}\right]$

24 $\sqrt[4]{(3x-2)^2(3x+2)^2}$ $\quad$ $\sqrt[4]{\dfrac{(2x-1)(4x^2-4x+1)(x+2x^2-1)}{x+1}}$ $\quad$ $\left[\sqrt{|9x^2-4|};\ |2x-1|\right]$

25 $\sqrt[5]{\dfrac{a^4b^8}{64}(3ab^2-ab^2)}$ $\quad$ $\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2x}{x^2+2x+1}+\dfrac{x}{(x+1)^3}}$ $\quad$ $\left[\dfrac{1}{2}ab^2;\ \dfrac{x}{x+1}\right]$

26 $\sqrt[6]{\dfrac{a^6}{(2a+a^2+1)^3}}$ $\quad$ $\sqrt[6]{\dfrac{16(x+2)^5(16x+4x^2+16)(x-2)}{x^8-4x^6}}$ $\quad$ $\left[\left|\dfrac{a}{a+1}\right|;\ 2\left|\dfrac{x+2}{x}\right|\right]$

27 $\sqrt[4]{\dfrac{4x^2-12x+9}{(2x-3)^6}}$ $\quad$ $\sqrt[3]{\left(\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{8}\right)(54x-27)}$ $\quad$ $\left[\dfrac{1}{|2x-3|};\ \dfrac{3}{2}(2x-1)\right]$

28 $\sqrt[4]{\dfrac{x^6-6x^3+9}{x^4}}$ $\quad$ $\sqrt{(x+2)^2-2x-3}$ $\quad$ $\left[\sqrt{\dfrac{|x^3-3|}{x^2}};\ |x+1|\right]$

29 $\sqrt[6]{\dfrac{(a^2+10a+25)^3}{64a^{12}}}$ $\quad$ $\sqrt{\dfrac{7x-4}{x(3x-4)^2}-\dfrac{2x+4}{3x^3-4x^2}}$ $\quad$ $\left[\dfrac{|a+5|}{2a^2};\ \left|\dfrac{x-4}{x(3x-4)}\right|\right]$

30 $\sqrt[4]{\dfrac{x^2+y^2+2xy}{x^2+2x+1}}$ $\quad$ $\sqrt[9]{\dfrac{x^4-9x^3+27x^2-27x}{x^7y^3}}$ $\quad$ $\left[\sqrt{\left|\dfrac{x+y}{x+1}\right|};\ \sqrt[3]{\dfrac{x-3}{x^2y}}\right]$

Riduci allo stesso indice i seguenti radicali.

31 $\sqrt{3}$ $\quad$ $\sqrt[3]{2}$ $\quad$ $\sqrt[4]{5}$ $\quad$ $\left[\sqrt[12]{729};\ \sqrt[12]{16};\ \sqrt[12]{125}\right]$

32 $\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$ $\quad$ $\sqrt{\dfrac{3}{5}}$ $\quad$ $\sqrt[3]{7}$ $\quad$ $\left[\sqrt[6]{\dfrac{1}{4}};\ \sqrt[6]{\dfrac{27}{125}};\ \sqrt[6]{49}\right]$

33 $\sqrt[4]{\dfrac{1}{2}a}$ $\quad$ $\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}a}$ $\quad$ $\sqrt[6]{\dfrac{1}{2}a^2}$ $\quad$ $\left[\sqrt[12]{\dfrac{1}{8}a^3};\ \sqrt[12]{\dfrac{81}{16}a^4};\ \sqrt[12]{\dfrac{1}{4}a^4}\right]$

34 $\sqrt[3]{\dfrac{x}{2y}}$ $\quad$ $\sqrt[3]{\dfrac{2y}{x^2}}$ $\quad$ $\sqrt{\dfrac{3xy}{4}}$ $\quad$ $\left[\sqrt[6]{\dfrac{x^2}{4y^2}};\ \sqrt[6]{\dfrac{4y^2}{x^4}};\ \sqrt[6]{\dfrac{27x^3y^3}{64}}\right]$

35 $\sqrt{a+b}$ $\quad$ $\sqrt[3]{a+b}$ $\quad$ $\sqrt[4]{(a+b)^3}$ $\quad$ $\left[\sqrt[12]{(a+b)^6};\ \sqrt[12]{(a+b)^4};\ \sqrt[12]{(a+b)^9}\right]$

Moltiplicazioni e divisioni tra radicali

Semplifica le seguenti espressioni supponendo positivi tutti i fattori letterali dei radicali.

36 $\sqrt{7}\cdot\sqrt{\dfrac{11}{14}}:\sqrt{11}$ $\quad$ $\left[\sqrt{\dfrac{1}{2}}\right]$

37 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{\dfrac{3}{10}}\cdot\sqrt{50}$ $\quad$ $\left[\sqrt{30}\right]$

38 $\sqrt{\dfrac{3}{5}}:\sqrt{\dfrac{9}{20}}:\left(\sqrt{3}\cdot\sqrt{\dfrac{6}{5}}\right)\cdot\sqrt{\dfrac{18}{5}}$ $\quad$ $\left[\sqrt{\dfrac{4}{3}}\right]$

39 $\sqrt{\dfrac{a+2}{a-4}}\cdot\sqrt{\dfrac{a^2-5a+4}{a+2}}$ $\quad[\sqrt{a-1}]$

40 $\dfrac{\sqrt{4a^4-1}}{\sqrt{2a^2-1}\cdot\sqrt{2a^2+1}}$ $\quad[1]$

41 $\sqrt{\dfrac{x^2+x-2}{x+1}}\cdot\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}\cdot\sqrt{\dfrac{x+2}{x+1}}$ $\quad\left[\sqrt{\dfrac{(x+2)^2}{x+1}}\right]$

42 $\sqrt{\dfrac{x-1}{x^2+4x+3}}\cdot\sqrt{\dfrac{x^2-1}{x+3}}:\sqrt{\dfrac{x-1}{x+3}}$ $\quad\left[\sqrt{\dfrac{x-1}{x+3}}\right]$

43 $\sqrt{\dfrac{(a^5+b^5)^4}{8x^3}}:\sqrt{\dfrac{(a^5+b^5)^2}{32x^5}}$ $\quad[2x|a^5+b^5|]$

44 $\sqrt{\dfrac{x^2-y^2}{xy}}:\sqrt{\dfrac{x^2-2xy+y^2}{xy}}$ $\quad\left[\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}\right]$

45 $\sqrt[3]{\dfrac{x^2y+xy^2}{4x^3}}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{x^2+y^2-2xy}{x^2+y^2+2xy}}:\sqrt[6]{\dfrac{(x-y)^3}{4x^3}}$ $\quad\left[\sqrt[6]{\dfrac{y^2}{4|x(x+y)|}}\right]$

46 $\dfrac{\sqrt[6]{\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}}:\sqrt{\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}}}{\sqrt[3]{\dfrac{xy}{(x+y)^2}}}$ $\quad\left[\sqrt[3]{\dfrac{x+y}{x-y}}\right]$

47 $\left(\sqrt[4]{\dfrac{a^2+b^2+2ab}{a^2}}\cdot\sqrt[6]{\dfrac{a^2+b^2-2ab}{b^9(a^2+b^2+2ab)}}\right):\sqrt{\dfrac{a^2+b^2+2ab}{a^2b^3}}$ $\quad\left[\sqrt[6]{(a-b)^2\left|\dfrac{a^3}{(a+b)^5}\right|}\right]$

48 $\sqrt[3]{\dfrac{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}{x^2+xy}}:\left[\sqrt{\dfrac{x^2-y^2}{x}}\cdot\sqrt[6]{\dfrac{(x-y)^3}{(x+y)^3}}\right]$ $\quad\left[\sqrt[6]{\dfrac{|x|}{(x+y)^2}}\right]$

49 $\sqrt{\dfrac{3a^2}{2a+2}}:\left[\sqrt[4]{\dfrac{1}{a+1}}\cdot\sqrt{\dfrac{3a}{a^2-a-2}}\right]$ $\quad\left[\sqrt[4]{\dfrac{a^2(a+1)(a-2)^2}{4}}\right]$

Trasporta dentro il simbolo di radice tutti i possibili fattori esterni supponendo positivi quelli letterali ed opera le opportune semplificazioni.

50 **esercizio guidato**

$3a\sqrt{\dfrac{b}{3a^2}}$

Per portare sotto il simbolo di radice il fattore esterno $3a$ dobbiamo elevarlo alla potenza indicata dall'indice della radice, cioè al quadrato:

$$\sqrt{(3a)^2\cdot\frac{b}{3a^2}}=\sqrt{\overset{3}{\cancel{9}}\cancel{a^2}\cdot\frac{b}{\cancel{3a^2}}}=\sqrt{3b}$$

51 $5\sqrt{2}$; $\quad \frac{2}{3}\sqrt{6}$

52 $6\sqrt{\frac{1}{3}}$; $\quad \left(\frac{4}{5}-1\right)\sqrt{\frac{5}{2}}$

53 $3a\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}$; $\quad -3\sqrt{6}$;

54 $-\frac{1}{2}\sqrt{6}$; $\quad \left(1-\frac{4}{3}\right)\sqrt{6}$

55 $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\sqrt{1-\frac{1}{5}}$ $\quad \left(2-\frac{3}{2}\right)\sqrt{1-\frac{1}{3}}$

56 $\frac{1}{a+2b}\cdot\sqrt{3(a^2+4ab+4b^2)}$ $\quad [\sqrt{3}]$

57 $\left(1+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\cdot\sqrt{\frac{1}{x^3-y^3}}$ $\quad \left[\sqrt{\frac{xy+x^2+y^2}{x^2y^2(x-y)}}\right]$

Trasporta dentro il simbolo di radice tutti i possibili fattori esterni.

58 **esercizio guidato**

a. $a\sqrt{2}$

Poiché non conosciamo il segno del fattore esterno, dobbiamo distinguere due casi:

- se $a>0$ allora $a\sqrt{2}=\sqrt{2a^2}$
- se $a<0$ allora $a\sqrt{2}=-\sqrt{2a^2}$

b. $x\sqrt[3]{\frac{a^2}{3x}}$

In questo caso per l'esistenza del radicale, essendo a^2 non negativo, il fattore x deve essere positivo; si ha dunque che

$$x\sqrt[3]{\frac{a^2}{3x}}=\sqrt[3]{x^3\cdot\frac{a^2}{3x}}=\sqrt[3]{\frac{a^2x^2}{3}}$$

59 $b\sqrt{b}$ $\quad (x-2)\sqrt{5}$ $\quad \left[\sqrt{b^3};\ x\geq 2:\sqrt{5(x-2)^2},\ x<2:-\sqrt{5(x-2)^2}\right]$

60 $x\sqrt{\frac{3a}{x^3}}$ $\quad 2a\sqrt{a-1}$ $\quad \left[x>0:\sqrt{\frac{3a}{x}},\ x<0:-\sqrt{\frac{3a}{x}};\ \sqrt{4a^2(a-1)}\right]$

61 $(a-1)\sqrt[3]{\frac{a^2}{a-1}}$ $\quad x\sqrt{x+2}$ $\quad \left[\sqrt[3]{a^2(a-1)^2};\ x>0:\sqrt{x^2(x+2)},\ -2\leq x\leq 0:-\sqrt{x^2(x+2)}\right]$

62 $(x-3)\sqrt{\frac{1}{x-3}}$ $\quad (x-2)\sqrt{x-1}$

$\left[\sqrt{x-3};\ x>2:\sqrt{(x-2)^2(x-1)},\ 1\leq x\leq 2:-\sqrt{(x-2)^2(x-1)}\right]$

Trasporta fuori dal simbolo di radice tutti i possibili fattori supponendo positivi quelli letterali.

63 **esercizio guidato**

$\sqrt{81a^6b^7}$

Scomponiamo innanzi tutto il fattore numerico: $\sqrt{3^4a^6b^7}$

I fattori che si possono portare al di fuori del simbolo di radice sono quelli che hanno un esponente maggiore o uguale all'indice della radice. Per tali fattori si divide l'esponente per l'indice della radice; il quoziente è l'esponente del fattore esterno, il resto è l'esponente del fattore interno:

per l'esponente 4 $\rightarrow$ $4 : 2 = 2$ con resto 0

per l'esponente 6 $\rightarrow$ $6 : 2 = 3$ con resto 0

per l'esponente 7 $\rightarrow$ $7 : 2 = 3$ con resto 1

$$\sqrt{3^4a^6b^7} = 3^2a^3b^3\sqrt{b}$$

64 $\sqrt{\frac{9}{8}}$; $\sqrt{\frac{135}{64}}$; $\sqrt{\frac{128}{9}}$ $\left[\frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{2}};\ \frac{3}{8}\sqrt{15};\ \frac{8}{3}\sqrt{2}\right]$

65 $\sqrt{b^5}$; $\sqrt{a^7}$; $\sqrt{x^3y^5}$ $\left[b^2\sqrt{b};\ a^3\sqrt{a};\ xy^2\sqrt{xy}\right]$

66 $\sqrt{8a^5b^2c^7}$; $\sqrt{125a^6b^7c^{11}}$ $\left[2a^2bc^3\sqrt{2ac};\ 5a^3b^3c^5\sqrt{5bc}\right]$

67 $\sqrt{\frac{54}{8}(x-y)^5}$; $\frac{1}{ab}\sqrt{a^5b^8}$ $\left[\frac{3}{2}(x-y)^2\sqrt{3(x-y)};\ ab^3\sqrt{a}\right]$

68 $\sqrt{80a^3(a+1)^3}$; $\sqrt{\frac{20a^3b}{a^2+1-2a}}$ $\left[4a(a+1)\sqrt{5a(a+1)};\ \frac{2a}{a-1}\sqrt{5ab}\right]$

Trasporta fuori dal simbolo di radice tutti i possibili fattori.

69 **esercizio guidato**

$\sqrt{\frac{7a^3b^4}{12x^5}} = \frac{ab^2}{2x^2}\sqrt{\frac{7a}{3x}}$

Osserviamo che, per l'esistenza del radicale, il rapporto $\frac{a}{x}$ è positivo, ma non possiamo conoscere il segno di a e di x presi singolarmente; dobbiamo allora considerare il modulo del fattore a esterno:

$$\sqrt{\frac{7a^3b^4}{12x^5}} = \frac{|a|b^2}{2x^2}\sqrt{\frac{7a}{3x}}$$

70 $\sqrt{\frac{a^2x^5}{16}}$ $\sqrt{\frac{x^2y^3}{a^4}}$ $\left[\frac{|a|x^2}{4}\sqrt{x};\ \frac{|x|y}{a^2}\sqrt{y}\right]$

71 $\sqrt{\frac{x^5+2x^4+x^3}{x^3-3x^2+3x-1}}$ $\sqrt{16x^3-16x^2y}$ $\left[\frac{x}{x-1}|x+1|\sqrt{\frac{x}{x-1}};\ 4|x|\sqrt{x-y}\right]$

72 $\sqrt{\frac{a}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2a}}$ $\sqrt{\frac{a^2x^2-9x^2}{a^2x^2-2ax+1}}$ $\left[\frac{|a+2|}{2}\sqrt{\frac{1}{2a}};\ \left|\frac{x}{ax-1}\right|\sqrt{a^2-9}\right]$

73 $\sqrt{\dfrac{x^2y^2-2xy+1}{y^2+x^2y^2}}$ $\qquad$ $\sqrt{\dfrac{a^3-3a^2+3a-1}{a^4+a^2}}$ $\qquad$ $\left[\left|\dfrac{xy-1}{y}\right|\sqrt{\dfrac{1}{1+x^2}};\ \dfrac{a-1}{a}\sqrt{\dfrac{a-1}{a^2+1}}\right]$

Semplifica le seguenti espressioni contenenti anche somme e sottrazioni fra radicali supponendo positivi i fattori letterali.

74 **esercizio guidato**

$\sqrt{32}-4\sqrt{18}+3\sqrt{50}-\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{2}{9}}$

Trasportiamo fuori dal simbolo di radice i possibili fattori:

$4\sqrt{2}-4\cdot 3\sqrt{2}+3\cdot 5\sqrt{2}-\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{3}\sqrt{2}=4\sqrt{2}-12\sqrt{2}+15\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\sqrt{2}$

I radicali sono tutti simili, quindi possiamo eseguire la somma: $\sqrt{2}\left(4-12+15-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{13}{2}\sqrt{2}$

75 $5\sqrt{7}-2\sqrt{5}+3\sqrt{7}-3\sqrt{5}$; $\qquad$ $3\sqrt{2}+\sqrt{18}-\sqrt{50}$ $\qquad$ $[8\sqrt{7}-5\sqrt{5};\ \sqrt{2}]$

76 $2\sqrt{5}-3\sqrt{125}+4\sqrt{5}$; $\qquad$ $\sqrt{27}+2\sqrt{3}-\sqrt{75}$ $\qquad$ $[-9\sqrt{5};\ 0]$

77 $2\sqrt{3}+4\sqrt{5}-\sqrt{5}+\sqrt{3}$; $\qquad$ $\sqrt{2}+7\sqrt{2}-\sqrt{2}$ $\qquad$ $[3(\sqrt{3}+\sqrt{5});\ 7\sqrt{2}]$

78 $4\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{27}$; $\qquad$ $4\sqrt{2}-\sqrt{32}+\sqrt{18}-\sqrt{50}$ $\qquad$ $[5\sqrt{3};\ -2\sqrt{2}]$

79 $-3\sqrt{5}+\sqrt{24}+\sqrt{80}-\sqrt{294}$ $\qquad$ $[\sqrt{5}-5\sqrt{6}]$

80 $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{9a^2+9}+\sqrt{4a^2+4}$ $\qquad$ $[6\sqrt{a^2+1}]$

81 $\sqrt{48a^2xy}+8\sqrt{3a^2xy}-\sqrt{12a^2xy}$ $\quad$ con $a\geq 0$ $\qquad$ $[10a\sqrt{3xy}]$

82 $\sqrt{27a-18}-\dfrac{1}{3}\sqrt{3a-2}-\sqrt{3a-2}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{5}{3}\sqrt{3a-2}\right]$

83 **esercizio guidato**

$(\sqrt{2}-1)^2+3(\sqrt{3}+1)^2-(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})$

Applicando le regole dei prodotti notevoli si ottiene:

$$2+1-2\sqrt{2}+3(3+1+2\sqrt{3})-(18-12)$$

Completa il calcolo. $\qquad$ $[6\sqrt{3}-2\sqrt{2}+9]$

84 $(1+\sqrt{2})^2+\sqrt{3}(1-\sqrt{2})^2-\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2+\sqrt{3}(2\sqrt{2}+1)$ $\qquad$ $[3-3\sqrt{2}]$

85 $(\sqrt{2}-\sqrt{10})^2-(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2-2\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$ $\qquad$ $[4-2\sqrt{5}]$

86 $(\sqrt{2}-1)^3-(\sqrt{2}+2)^3+9(\sqrt{2}+1)^2$ $\qquad$ $[9\sqrt{2}]$

87 $\left[(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+1)-(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-1)\right]:2\sqrt{x}-(\sqrt{y}+1)^2$ $\qquad$ $[-y-3\sqrt{y}]$

88 $\left[\sqrt{a}(1+\sqrt{a})(1-\sqrt{a}):(1-a)+\sqrt{a}\right]^2-2\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)$ $\quad[2a-2\sqrt{a}]$

89 $(1+\sqrt{x})^3-(\sqrt{x}-2)^3-9\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)$ $\quad[9]$

Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni.

90 $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ $\quad\dfrac{2}{\sqrt{6}}$ $\quad\left[\dfrac{3\sqrt{5}}{5};\ \dfrac{\sqrt{6}}{3}\right]$

91 $\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\quad\dfrac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\quad\left[\sqrt{2}+1;\ \dfrac{\sqrt{3}-3}{3}\right]$

92 $\dfrac{4}{\sqrt[3]{2}}$ $\quad\dfrac{6}{\sqrt[3]{12}}$ $\quad\left[2\sqrt[3]{4};\ \sqrt[3]{18}\right]$

93 $\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$ $\quad\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$ $\quad\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2};\ \dfrac{\sqrt{2}}{8}\right]$

94 $\dfrac{1}{2\sqrt[3]{4}}$ $\quad\dfrac{2}{3\sqrt{8}}$ $\quad\left[\dfrac{\sqrt[3]{2}}{4};\ \dfrac{\sqrt{2}}{6}\right]$

95 $\dfrac{5\sqrt{2}}{4\sqrt{5}}$ $\quad\dfrac{30}{\sqrt[3]{6}}$ $\quad\left[\dfrac{\sqrt{10}}{4};\ 5\sqrt[3]{36}\right]$

96 $\dfrac{8}{\sqrt{2}}$ $\quad\dfrac{21}{2\sqrt{7}}$ $\quad\left[4\sqrt{2};\ \dfrac{3}{2}\sqrt{7}\right]$

97 $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $\quad\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$ $\quad\left[\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{3};\ \dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\right]$

98 $\dfrac{10-5\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ $\quad\dfrac{\sqrt{20}-\sqrt{15}}{2\sqrt{5}}$ $\quad\left[2\sqrt{5}-5;\ \dfrac{2-\sqrt{3}}{2}\right]$

99 $\dfrac{4-\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ $\quad\dfrac{10\sqrt{3}-5}{5\sqrt{3}}$ $\quad\left[\dfrac{2\sqrt{2}-1}{2};\ \dfrac{6-\sqrt{3}}{3}\right]$

100 **esercizio guidato**

$\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$

Al fine di ottenere una differenza di quadrati, moltiplichiamo numeratore e denominatore per $\sqrt{5}+1$:

$$\frac{4}{\sqrt{5}-1}\cdot\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}=\frac{4(\sqrt{5}+1)}{5-1}=\sqrt{5}+1$$

101 $\dfrac{6}{\sqrt{3}-1}$ $\quad\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\quad\left[3+3\sqrt{3};\ \sqrt{3}-\sqrt{2}\right]$

102 $\dfrac{-5}{1-\sqrt{6}}$ $\quad\dfrac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\quad\left[1+\sqrt{6};\ 2(\sqrt{3}-\sqrt{2})\right]$

103 $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ $\quad\dfrac{6}{-\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ $\quad\left[2+\sqrt{3};\ 2(\sqrt{2}-\sqrt{5})\right]$

104 $\dfrac{-24}{2+2\sqrt{7}}$ $\qquad$ $\dfrac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ $\qquad$ $\left[2\left(1-\sqrt{7}\right);\ 3\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\right]$

105 $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$ $\qquad$ $\dfrac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+1}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{4};\ 2\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{10}+3\right]$

106 $\dfrac{x^2-y^2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ $\qquad$ $\dfrac{a-2b}{\sqrt{a}+\sqrt{2b}}$ $\qquad$ $\left[\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)(x+y);\ \sqrt{a}-\sqrt{2b}\right]$

107 $\dfrac{x+2}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}$ $\qquad$ $\dfrac{2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$ $\qquad$ $\left[\sqrt{x}-\sqrt{2};\ \dfrac{2\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)}{x-2}\right]$

108 $\dfrac{y-3}{\sqrt{3}-\sqrt{y}}$ $\qquad$ $\dfrac{x-25}{5-\sqrt{x}}$ $\qquad$ $\left[-\left(\sqrt{3}+\sqrt{y}\right);\ -\left(5+\sqrt{x}\right)\right]$

109 $\dfrac{\sqrt{3+a}-\sqrt{3-a}}{\sqrt{3+a}+\sqrt{3-a}}$ $\qquad$ $\dfrac{4x-1}{\sqrt{5x-3}-\sqrt{x-2}}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{3-\sqrt{9-a^2}}{a};\ \sqrt{x-2}+\sqrt{5x-3}\right]$

Semplifica le seguenti espressioni.

110 $\sqrt{5+\sqrt{19}}\cdot\sqrt{5-\sqrt{19}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{9-4\sqrt{2}}$ $\qquad$ $\left[\sqrt{6}-2\sqrt{2}+3\right]$

111 $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-1}+\dfrac{2x}{1+\sqrt{x^2+1}}-(1+2x)\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x^2}-\dfrac{1-2x}{x^2}$ $\qquad$ $[1]$

112 $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}+2}+\dfrac{1}{2-\sqrt{x^2+3}}-\left(\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}}{1-x}\right)$ $\qquad$ $\left[\dfrac{x-3}{x^2-1}\right]$

113 $\sqrt[9]{\dfrac{8xy\sqrt{xy}}{\left[(2x+y)^4\sqrt{2x+y}\right]^2}}:\sqrt[3]{\dfrac{2\sqrt{xy}}{2(16x^2+4y^2+16xy)^2(2x+y)}}$ $\qquad$ $\left[2\sqrt[3]{4(2x+y)^2}\right]$

114 $\dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ $\qquad$ $[1]$

115 $\dfrac{1}{1-\sqrt{2a-a^2}}-\dfrac{\sqrt{a}}{1-2a+a^2}+\dfrac{1}{1+\sqrt{2a-a^2}}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{2-\sqrt{a}}{(a-1)^2}\right]$

116 $\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{5}}\right)^3-3\left(\sqrt[3]{12+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{12-4\sqrt{5}}\right)$ $\qquad$ $[6]$

117 $\dfrac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}}-\dfrac{\sqrt{1-a}-\sqrt{1+a}}{\dfrac{1}{\sqrt{1+a}}-1}-\dfrac{2\sqrt{1-a}-a}{a}$ $\qquad$ $\left[\dfrac{2a\sqrt{1-a}-a-2}{a}\right]$

118 $\sqrt{\dfrac{x}{2}-2+\dfrac{2}{x}}-\sqrt{\dfrac{x^4+16-8x^2}{2x}}:(x-2)$ $\qquad$ $\left[x>2:-\dfrac{2\sqrt{2x}}{x},\ 0<x\leq 2:-\sqrt{2x}\right]$

119 $\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}:\left(\sqrt{12-8\sqrt{2}}+\sqrt{11+4\sqrt{7}}-\sqrt{7}\right)$ $\qquad$ $\left[\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right]$

Risolvi le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali.

120 $x\sqrt{3}+2=-1$ $\quad$ $2x\sqrt{5}+x=19$ $\quad$ $\left[S=\{-\sqrt{3}\};\ S=\{2\sqrt{5}-1\}\right]$

121 $\sqrt{5}(x+1)=10$ $\quad$ $\sqrt{2}\left(x+\sqrt{3}\right)=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ $\quad$ $\left[S=\{2\sqrt{5}-1\};\ S=\{1\}\right]$

122 $3\left(x+\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}+3$ $\quad$ $x\left(\sqrt{2}-1\right)=x+\sqrt{6}$ $\quad$ $\left[S=\left\{\dfrac{3-2\sqrt{2}}{3}\right\};\ S=\{-\sqrt{6}-\sqrt{3}\}\right]$

123 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}x-\dfrac{1}{3}+x=\dfrac{5}{3}$ $\quad$ $x-\sqrt{2}\left(\sqrt{3}x+1\right)=\sqrt{3}\left(x-\sqrt{2}-2\right)$ $\quad$ $\left[S=\left\{4\left(2-\sqrt{3}\right);\ S=\{\sqrt{2}\}\right\}\right]$

124 $\dfrac{\sqrt{2}x}{\sqrt[4]{2}}-\dfrac{1}{\sqrt[8]{2}}=0$ $\quad$ $\dfrac{x}{\sqrt[3]{6}}-\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{9}}=0$ $\quad$ $\left[S=\left\{\dfrac{\sqrt[8]{32}}{2}\right\};\ S=\{\sqrt[3]{4}\}\right]$

125 $\dfrac{\sqrt{3}}{x}=\dfrac{1}{\sqrt{3}x-1}$ $\quad$ $\dfrac{1}{x-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}$ $\quad$ $\left[S=\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right\};\ S=\{4+3\sqrt{2}\}\right]$

126 $\dfrac{x+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\dfrac{x-\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$ $\quad$ $\left[S=\left\{-3\sqrt{5}\left(\sqrt{2}+1\right)\right\}\right]$

127 $\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}-3}-\dfrac{x}{2\sqrt{2}+3}=5$ $\quad$ $\left[S=\{-10\sqrt{2}-12\sqrt{10}-17\sqrt{5}-15\}\right]$

128 $\dfrac{x+2}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{x+4}{2-\sqrt{2}}=x-1$ $\quad$ $[S=\{-1\}]$

129 $\dfrac{\sqrt{3}}{x-1}+\dfrac{x+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}-\dfrac{x^2}{2\sqrt{3}(x-1)}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad$ $\left[S=\left\{\dfrac{5}{3}\sqrt{6}+6\right\}\right]$

Calcola le seguenti potenze con esponente razionale supponendo positive le lettere che vi compaiono.

130 $8^{\frac{2}{3}}$ $\quad$ $25^{\frac{3}{2}}$ $\quad$ $8^{-\frac{1}{4}}$ $\quad$ $2^{-\frac{1}{3}}$ $\quad$ $\left[4;\ 125;\ \sqrt[4]{\dfrac{1}{8}};\ \sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}\right]$

131 $16^{-\frac{3}{4}}$ $\quad$ $\left(\dfrac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\quad$ $0{,}01^{-\frac{3}{2}}$ $\quad$ $0{,}008^{-\frac{1}{3}}$ $\quad$ $\left[\dfrac{1}{8};\ \dfrac{2}{3};\ 1000;\ 5\right]$

132 $\left(\dfrac{49}{36}a^2\right)^{\frac{3}{2}}$ $\quad$ $\left(4a^4b^2\right)^{-\frac{3}{2}}$ $\quad$ $\left(\dfrac{16}{9}x^2y^{-3}\right)^{\frac{1}{6}}$ $\quad$ $\left[\dfrac{343}{216}a^3;\ \dfrac{1}{8a^6b^3};\ \sqrt[6]{\dfrac{16x^2}{9y^3}}\right]$

Trasforma in potenze ad esponente razionale supponendo positive le lettere che vi compaiono.

133 $\sqrt[3]{18}$ $\quad$ $\sqrt[4]{180}$ $\quad$ $\sqrt{98}$ $\quad$ $\sqrt[6]{144}$ $\quad$ $\left[2^{\frac{1}{3}}\cdot 3^{\frac{2}{3}};\ 6^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{1}{4}};\ 7\cdot 2^{\frac{1}{2}};\ 12^{\frac{1}{3}}\right]$

134 $\sqrt[4]{a^2b^4x^3}$ $\quad$ $\sqrt{a\sqrt[3]{a^2b}}$ $\quad$ $\sqrt[3]{x\sqrt{x^2y^3}}$ $\quad$ $\left[a^{\frac{1}{2}}bx^{\frac{3}{4}};\ a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{6}};\ x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}}\right]$

135 $\sqrt[5]{3\sqrt{\dfrac{x^3}{9}}}$ $\quad$ $\sqrt{2a\sqrt{\dfrac{3}{8}b}}$ $\quad$ $\sqrt[3]{3a\sqrt{ab^2}}$ $\quad$ $\left[x^{\frac{3}{10}};\ \left(\dfrac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4}}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}};\ 3^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}\right]$