

L'AREA DELLE FIGURE PIANE

PREREQUISITI

- operare con le quattro operazioni
- elevare un numero al quadrato ed estrarre la radice quadrata
- conoscere il sistema internazionale di misura
- trasformare una grandezza in un'altra con diversa unità di misura
- conoscere le figure piane e i loro elementi

CONOSCENZE

1. il concetto di equivalenza
2. il concetto di equiscomponibilità
3. le formule per calcolare l'area di un poligono
4. le formule inverse dell'area

ABILITÀ

- A. rappresentare le figure equivalenti
- B. applicare le formule dirette per il calcolo delle aree dei poligoni
- C. applicare le formule inverse delle aree dei poligoni
- D. calcolare l'area dei poligoni regolari

PER RICORDARE

L'equivalenza delle figure piane:

1. due superfici A e B , anche di forma diversa, si dicono **equivalenti** se occupano la stessa parte di piano;
2. figure che sono state ottenute mediante la **somma** di parti rispettivamente **congruenti** sono **equivalenti**;
3. figure che sono state ottenute mediante la **differenza** di parti rispettivamente **congruenti** sono **equivalenti**;
4. le figure equivalenti godono della proprietà **riflessiva**: $A \doteq A$;
5. le figure equivalenti godono della proprietà **simmetrica**: se $A \doteq B$ allora $B \doteq A$;
6. le figure equivalenti godono della proprietà **transitiva**: se $A \doteq B$ e $B \doteq C$ allora $A \doteq C$.

Rettangolo e quadrato:

7. l'**area** di una figura piana è la misura dell'estensione della sua superficie espressa in una certa unità di misura;
8. per **misurare l'estensione di una superficie** occorre confrontarla con un'unità di misura, così da stabilire quante volte quest'ultima è contenuta in quella da misurare;
9. l'**area del rettangolo** si ricava moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza: formula diretta: $A = b \cdot h$; formule inverse: $b = A : h$; $h = A : b$;
10. l'**area del quadrato** si ricava moltiplicando la misura del lato per se stessa: formula diretta: $A = \ell^2$; formula inversa: $\ell = \sqrt{A}$.

Parallelogrammo e triangolo:

11. l'**area del parallelogrammo** si ricava moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza: formula diretta: $A = b \cdot h$; formule inverse: $b = A : h$; $h = A : b$;

12. **l'area del triangolo** si ricava moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza e dividendo il risultato per 2: formula diretta: $A = b \cdot h : 2$; formule inverse: $b = 2 \cdot A : h$; $h = 2 \cdot A : b$;
13. la **formula di Erone** permette di calcolare l'area di un triangolo qualsiasi conoscendo le misure dei suoi lati: $A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$ dove $p =$ semiperimetro e $a, b, c =$ misure dei lati.

Rombo, deltoide e trapezio:

14. **l'area del rombo** si ricava moltiplicando fra loro la misura delle due diagonali e dividendo il prodotto per due: formula diretta: $A = d \cdot D : 2$; formule inverse: $d = 2 \cdot A : D$; $D = 2 \cdot A : d$;
15. **l'area del deltoide** si ricava moltiplicando la misura della diagonale maggiore per quella della diagonale minore e dividendo il prodotto per 2: formula diretta: $A = D \cdot d : 2$; formule inverse: $d = 2 \cdot A : D$; $D = 2 \cdot A : d$;
16. **l'area del trapezio** si ricava moltiplicando la somma della misura delle basi per la misura dell'altezza e dividendo il prodotto ottenuto per 2: formula diretta: $A = (b + B) \cdot h : 2$; formule inverse: $h = 2 \cdot A : (b + B)$; $(b + B) = 2 \cdot A : h$.

Poligoni regolari:

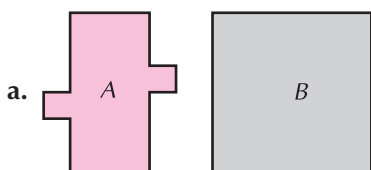
17. **l'area di un poligono regolare** si ricava moltiplicando il semiperimetro per la misura dell'apotema: formula diretta: $A = p \cdot a$; formule inverse: $p = A : a$; $a = A : p$;
18. il rapporto tra la misura dell'apotema e quella del lato dei poligoni regolari viene denominato **numero fisso** e si indica generalmente con la lettera n , tale numero varia col variare del numero dei lati: formula diretta: $\frac{a}{\ell} = n$; formule inverse: $a = \ell \cdot n$; $\ell = a : n$;
19. **l'area di un poligono regolare** si può calcolare mediante l'uso dei numeri fissi secondo la formula: $A = \ell^2 \cdot f$ dove f indica il numero fisso.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

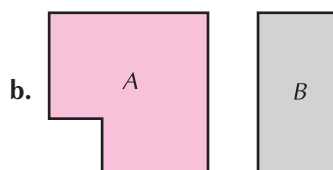
1 Completa le seguenti definizioni:

- per superficie di una figura piana si intende una parte di misurabile per confronto con
- due superfici A e B , anche di forma diversa, che occupano la stessa parte di si dicono e si indicano con il simbolo
- due figure piane ottenute mediante somma di parti rispettivamente congruenti sono
- due figure piane ottenute mediante differenza di parti rispettivamente congruenti sono
- nel confronto tra due figure piane, la figura che ha estensione maggiore si dice

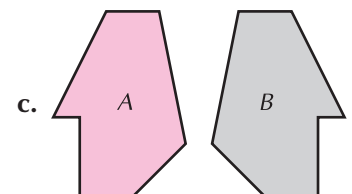
2 Dopo aver osservato attentamente le seguenti figure inserisci al posto dei puntini i termini: "suvvalente", "prevalente" o "equivalente".



A B

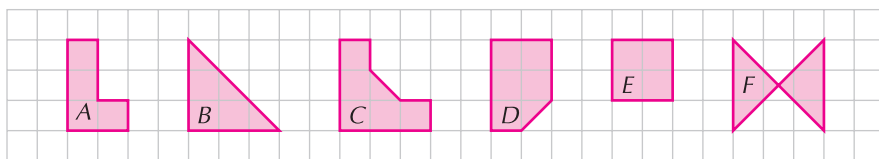


A B



A B

3 Dopo aver osservato attentamente le seguenti figure, stabilisci quali sono fra loro equivalenti.



4 Completa le seguenti definizioni:
a. la relazione di equivalenza gode delle proprietà;
b. per area di una figura piana si intende la dell'estensione della sua

5 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area del rettangolo?
a. $A = b : h$; **b.** $A = b \cdot h$; **c.** $A = b \cdot h : 2$.

6 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area del quadrato?
a. $A = \ell^2$; **b.** $A = \ell^2 : 2$; **c.** $A = \ell \cdot 4$.

7 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area del parallelogrammo?
a. $A = b \cdot h$; **b.** $A = b : h$; **c.** $A = b \cdot h : 2$.

8 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area del triangolo?
a. $A = b : h$; **b.** $A = b \cdot h$; **c.** $A = b \cdot h : 2$.

9 In quali figure e quando si applica la formula di Erone?

10 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area del triangolo con la formula di Erone?
a. $A = \sqrt{(p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$;
b. $A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$;
c. $A = \sqrt{(p + a) \cdot (p + b) \cdot (p + c)}$.

11 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area del rombo?
a. $A = D : d$; **b.** $A = d \cdot D$; **c.** $A = d \cdot D : 2$.

12 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area del deltoide?
a. $A = d : D$; **b.** $A = d \cdot D : 2$; **c.** $A = d \cdot D$.

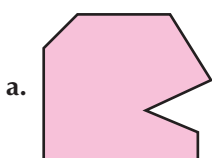
13 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area del trapezio?
a. $A = (b + B \cdot h) : 2$; **b.** $A = b \cdot B : 2$; **c.** $A = (b + B) \cdot h : 2$.

14 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area di un poligono regolare?
a. $A = p : a$; **b.** $A = p \cdot a : 2$; **c.** $A = p \cdot a$.

15 Qual è la relazione che lega l'apotema e il lato di un poligono regolare?

16 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area di un poligono regolare mediante l'uso dei numeri fissi?
a. $A = \ell^2 \cdot f : 2$; **b.** $A = \ell^2 \cdot f$; **c.** $A = \ell^2 : f$.

17 Quale metodo utilizzeresti per calcolare l'area dei seguenti poligoni non regolari?



18 Quale delle seguenti formule è quella corretta per calcolare l'area di un poligono circoscritto?

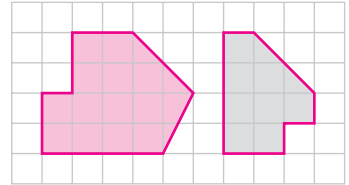
a. $A = p \cdot r$;

b. $A = p : r$;

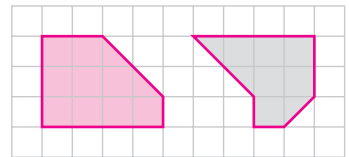
c. $A = p \cdot r : 2$.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE *

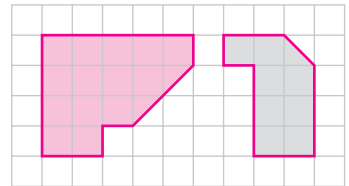
1 Per ognuna delle seguenti figure, disegnano una congruente ed una equivalente.



2 Per ognuna delle seguenti figure disegnano una equicomposta.



3 Le seguenti figure non sono equivalenti. Dopo averle copiate sul tuo quaderno, aggiungi o togli qualche parte alla prima o alla seconda figura in modo che risultino equivalenti.

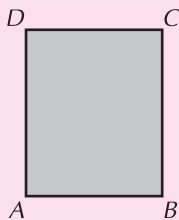


4 *Esercizio Svolto*

I rettangoli

Calcola l'area di un rettangolo avente la base e l'altezza che misurano rispettivamente 18 cm e 22 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 18 \text{ cm}$	$A_{(ABCD)}$
$\overline{BC} = 22 \text{ cm}$	

Applichiamo la formula diretta: $A_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = (18 \cdot 22) \text{ cm}^2 = 396 \text{ cm}^2$.

5 Completa la seguente tabella relativa ai rettangoli.

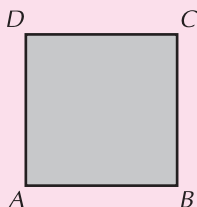
base (cm)	altezza (cm)	perimetro (cm)	area (cm ²)
12	16		
10		44	
	18		432
4,5			16,2
	2,5	7,8	

6 *Esercizio Svolto*

I quadrati

Calcola il perimetro di un quadrato sapendo che l'area è 784 cm^2 .

Svolgimento



Dato	Incognita
$A_{(ABCD)} = 784 \text{ cm}^2$	$2p_{(ABCD)}$

Applichiamo la formula inversa: $\overline{AB} = \sqrt{A} = \sqrt{784} \text{ cm} = 28 \text{ cm}$
 pertanto: $2p_{(ABCD)} = 4 \cdot \overline{AB} = 4 \cdot 28 \text{ cm} = 112 \text{ cm}$.

7 Completa la seguente tabella relativa ai quadrati.

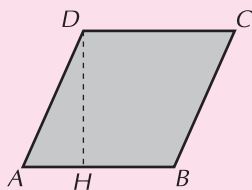
lato (cm)	perimetro (cm)	area (cm ²)
12		
	120	841
	10	2,25

8 *Esercizio Svolto*

I parallelogrammi

Calcola l'area di un parallelogrammo sapendo che la base e l'altezza ad essa relativa misurano rispettivamente 20 cm e 18 cm .

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 20 \text{ cm}$ $\overline{DH} = 18 \text{ cm}$	$A_{(ABCD)}$

Calcoliamo l'area: $A_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot \overline{DH} = (20 \cdot 18) \text{ cm}^2 = 360 \text{ cm}^2$.

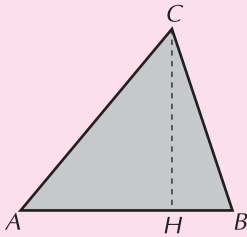
9 Completa la seguente tabella relativa ai parallelogrammi.

base (cm)	altezza (cm)	area (cm ²)
12	16	
	45	2700
28		504
4,6		23,92
	1,8	3,96

10 *Esercizio Svolto*

I triangoli

Calcola l'area di un triangolo sapendo che la misura della base è 56 cm e l'altezza è $\frac{6}{7}$ della base.

Svolgimento

Dati	Incognita
$\overline{AB} = 56 \text{ cm}$	$A_{(ABC)}$
$CH = \frac{6}{7} \cdot AB$	

Rappresentiamo con un disegno il dato relativo al rapporto fra l'altezza e la base:



Calcoliamo la misura del segmento unitario: $(56 : 7) \text{ cm} = 8 \text{ cm}$
 siccome $CH = 6$ segmenti unitari: $\overline{CH} = (8 \cdot 6) \text{ cm} = 48 \text{ cm}$

Determiniamo l'area applicando la formula diretta:

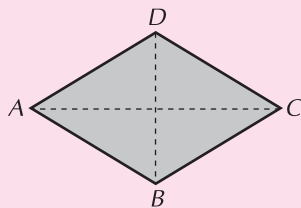
$$A_{(ABC)} = \overline{AB} \cdot \overline{CH} : 2 = (56 \cdot 48 : 2) \text{ cm}^2 = 1344 \text{ cm}^2.$$

11 Completa la seguente tabella relativa ai triangoli.

base (cm)	altezza (cm)	area (cm ²)
12	16	
	18	216
22		330
1,8	2,5	
	5,4	18,36

12 *Esercizio Svolto***I rombi**

Calcola l'area di un rombo sapendo che la diagonale maggiore misura 65 cm ed è $\frac{5}{3}$ di quella minore.

Svolgimento

Dati	Incognita
$\overline{AC} = 65 \text{ cm}$	$A_{(ABCD)}$
$AC = \frac{5}{3} \cdot DB$	

Rappresentiamo con un disegno il dato relativo al rapporto fra le due diagonali:



Calcoliamo la misura del segmento unitario: $(65 : 5) \text{ cm} = 13 \text{ cm}$
 siccome $DB = 3$ segmenti unitari: $\overline{DB} = (13 \cdot 3) \text{ cm} = 39 \text{ cm}$

Determiniamo l'area del rombo applicando la formula diretta:

$$A_{(ABCD)} = \overline{AC} \cdot \overline{DB} : 2 = (65 \cdot 39 : 2) \text{ cm}^2 = 1267,5 \text{ cm}^2.$$

13 Completa la seguente tabella relativa ai rombi.

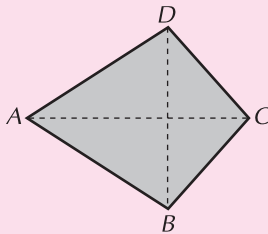
diagonale minore (cm)	diagonale maggiore (cm)	area (cm ²)
12	16	
14	40	600
	35	210
2,2		6,6

14 *Esercizio Svolto*

I deltoidi

Calcola la misura della diagonale minore di un deltoide sapendo che l'area è 792 cm² e che la diagonale maggiore è lunga 44 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$A_{(ABCD)} = 792 \text{ cm}^2$	\overline{BD}
$\overline{AC} = 44 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura della diagonale minore mediante la formula inversa:
 $\overline{BD} = 2 \cdot A : \overline{AC} = (2 \cdot 792 : 44) \text{ cm} = 36 \text{ cm}.$

15 Completa la seguente tabella relativa ai deltoidi.

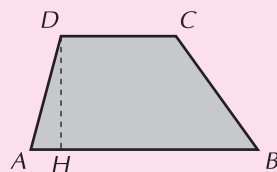
diagonale minore (cm)	diagonale maggiore (cm)	area (cm ²)
10	15	
	45	1620
26		832
	12,4	104,16
6,4		52,48

16 *Esercizio Svolto*

I trapezi

Le due basi di un trapezio sono una $\frac{3}{5}$ dell'altra; calcola la loro misura sapendo che l'area è 360 cm² e l'altezza misura 15 cm.

Svolgimento

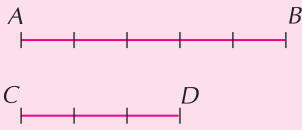


Dati	Incognite
$CD = \frac{3}{5} \cdot AB$	\overline{AB}
$A_{(ABCD)} = 360 \text{ cm}^2$	\overline{CD}
$\overline{DH} = 15 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura della somma delle due basi applicando la formula inversa:

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 2 \cdot A_{(ABCD)} : \overline{DH} = (2 \cdot 360 : 15) \text{ cm} = 48 \text{ cm}.$$

Rappresentiamo con un disegno il dato relativo al rapporto fra le due basi del trapezio:



pertanto $(48 : 8) \text{ cm} = 6 \text{ cm}$ (segmento unitario)

$$\overline{AB} = (6 \cdot 5) \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = (6 \cdot 3) \text{ cm} = 18 \text{ cm}.$$

17 Completa la seguente tabella relativa ai trapezi.

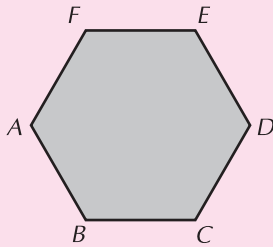
base minore (cm)	base maggiore (cm)	altezza (cm)	area (cm ²)
12	16	8	
6		4	36
25	40		520
	33	12	306
5,2	9,4	3,6	

18 *Esercizio Suelto*

I poligoni regolari

Calcola l'area di un esagono regolare sapendo che il perimetro è 96 cm.

Svolgimento



Dato	Incognita
$2p_{(ABCDEF)} = 96 \text{ cm}$	$A_{(ABCDEF)}$

Calcoliamo la misura del lato dell'esagono:

$$\overline{AB} = 2p_{(ABCDEF)} : 6 = (96 : 6) \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$

Determiniamo l'area dell'esagono mediante l'uso dei numeri fissi ($f_{\text{ESAGONO}} = 2,598$):

$$A_{(ABCDEF)} = \overline{AB}^2 \cdot f = (16^2 \cdot 2,598) \text{ cm}^2 = 665,088 \text{ cm}^2.$$

19 Completa la seguente tabella relativa ai poligoni regolari.

Poligono	n	f	lato (cm)	apotema (cm)	perimetro (cm)	area (cm ²)
Pentagono	0,688	1,720	10			
Esagono	0,866	2,598		5,196		
Ottagono	1,207	4,828			64	
Dodecagono	1,866	11,196				548,604

Risolvi i seguenti problemi con tutte le figure piane studiate.

20 In un rettangolo avente l'area di 3360 cm² la base misura 60 cm. Calcola il perimetro del rettangolo.

21 In un rettangolo la base misura 36 cm ed è $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Calcola il perimetro e l'area del rettangolo.

22 Il perimetro di un quadrato è 60 cm. Calcola l'area.

23 L'area di un quadrato è 1024 cm². Calcola il perimetro.

- 24** In un parallelogramma la base misura 18 cm ed è $\frac{6}{5}$ dell'altezza ad essa relativa. Calcola l'area del parallelogramma.
- 25** In un triangolo l'altezza misura 120 cm ed è $\frac{5}{4}$ della base relativa. Calcola l'area del triangolo.
- 26** In un rombo la diagonale maggiore misura 28 cm ed è $\frac{7}{4}$ della minore. Calcola l'area del rombo.
- 27** In un deltoide la diagonale minore è $\frac{3}{5}$ della maggiore che misura 90 cm. Calcola l'area del deltoide.
- 28** In un trapezio la base minore misura 26 cm, la maggiore è il triplo della minore e l'altezza misura 18 cm. Calcola l'area del trapezio.
- 29** In un trapezio la base maggiore misura 56 cm, la minore è la quarta parte della maggiore e l'altezza misura 28 cm. Calcola l'area del trapezio.
- 30** In un trapezio l'area è 2310 cm^2 e l'altezza misura 42 cm. Calcola la misura delle due basi sapendo che la maggiore è $\frac{8}{3}$ della minore.

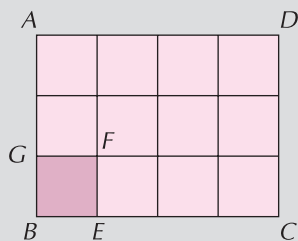
ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO **

1 *Esercizio Guidato*

I rettangoli

Calcola il perimetro di un rettangolo sapendo che la base è $\frac{4}{3}$ dell'altezza e l'area è 588 cm^2 .

Svolgimento



Dati	Incognita
$AD = \frac{4}{3} \cdot AB$	$2p_{(ABCD)}$
$A_{(ABCD)} = 588 \text{ cm}^2$	

Determiniamo il numero di quadratini che compongono la figura: $4 \cdot 3 = \dots$

Determiniamo l'area di ciascun quadratino: $A_{(BEFG)} = A_{(ABCD)} : n^{\circ} \text{quadretti} = 588 : \dots = \dots \text{ cm}^2$

Determiniamo la misura del lato di ogni quadratino: $\overline{BE} = \sqrt{A_{(BEFG)}} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 7 \text{ cm}$

Determiniamo la lunghezza della base del rettangolo: $\overline{BC} = (7 \cdot \dots) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$

Determiniamo la lunghezza dell'altezza del rettangolo: $\overline{AB} = (7 \cdot \dots) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$

Determiniamo il perimetro del rettangolo: $2p_{(ABCD)} = 2 \cdot (\dots + \dots) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$.

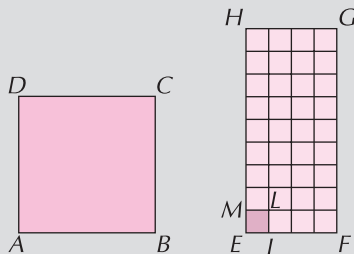
- 2** Calcola il perimetro e l'area di un rettangolo sapendo che la base misura 46 cm e che l'altezza supera di 5 cm la metà di questa.
- 3** Calcola il perimetro di un rettangolo sapendo che l'area è 3402 cm^2 e che la base è $\frac{6}{7}$ dell'altezza.
- 4** Calcola l'area di un rettangolo sapendo che la somma e la differenza della base e dell'altezza misurano rispettivamente 158 cm e 14 cm.

5 *Esercizio Guidato*

L'equivalenza di poligoni

Un rettangolo è equivalente ad un quadrato il cui perimetro è di 120 cm. Calcola il perimetro del rettangolo sapendo che le sue dimensioni sono una $\frac{4}{9}$ dell'altra.

Svolgimento



Dati	Incognita
$A_{(ABCD)} = A_{(EFGH)}$	$2p_{(EFGH)}$
$2p_{(ABCD)} = 120 \text{ cm}$	
$EF = \frac{4}{9} \cdot EH$	

Calcoliamo la misura del lato del quadrato: $\overline{AB} = 2p_{(ABCD)} : 4 = (120 : \dots) \text{ cm} = 30 \text{ cm}$

e la sua area: $A_{(ABCD)} = \overline{AB}^2 = \dots \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$

Determiniamo il numero di quadratini che compongono il rettangolo: $4 \cdot 9 = 36$

Determiniamo l'area di ciascun quadratino: $A_{(EILM)} = A_{(EFGH)} : \dots = \dots : \dots \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$

Determiniamo la misura del lato di ogni quadratino: $\overline{EI} = \overline{EM} = \sqrt{A_{(EILM)}} = \sqrt{\dots} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

Determiniamo la lunghezza della base del rettangolo: $\overline{EF} = \overline{EI} \cdot 4 = \dots \cdot \dots \text{ cm} = \dots \text{ cm}$

Determiniamo la lunghezza dell'altezza del rettangolo: $\overline{EH} = \overline{EM} \cdot 9 = \dots \cdot \dots \text{ cm} = \dots \text{ cm}$

Determiniamo il perimetro del rettangolo: $2p_{(EFGH)} = 2 \cdot (\dots + \dots) \text{ cm} = 130 \text{ cm}$.

6 Un quadrato ed un rettangolo sono isoperimetrici. Calcola l'area del quadrato sapendo che l'area del rettangolo è 448 cm^2 e la cui base misura 28 cm.

7 Il lato di un quadrato è congruente alla base di un rettangolo il cui perimetro è 90 cm. Calcola le aree delle due figure sapendo che la base del rettangolo è $\frac{3}{2}$ dell'altezza.

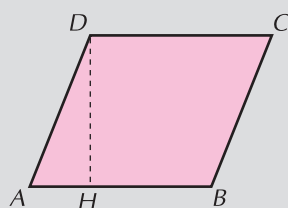
8 L'area di un rettangolo è 19494 cm^2 e le dimensioni sono una $\frac{3}{2}$ dell'altra. Calcola l'area di un quadrato avente il perimetro uguale ai $\frac{2}{5}$ del perimetro del rettangolo.

9 *Esercizio Guidato*

I parallelogrammi

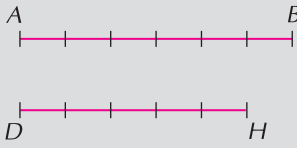
In un parallelogrammo la differenza delle misure della base dell'altezza ad essa relativa è 13 cm. Calcola l'area del parallelogrammo sapendo che la base è $\frac{6}{5}$ dell'altezza.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} - \overline{DH} = 13 \text{ cm}$	$A_{(ABCD)}$
$AB = \frac{6}{5} \cdot DH$	

Rappresentiamo con un disegno il dato relativo al rapporto fra base e altezza:



La differenza è rappresentata da un segmento che come sappiamo è lungo 13 cm. Pertanto:

$$\overline{AB} = 13 \cdot \dots \text{ cm} = \dots \text{ cm};$$

$$\overline{DH} = 13 \cdot \dots \text{ cm} = \dots \text{ cm}.$$

Calcoliamo l'area del parallelogrammo: $A_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot \dots = (\dots \cdot \dots) \text{ cm}^2 = 5070 \text{ cm}^2.$

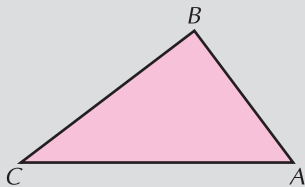
- 10** La somma delle misure della base e dell'altezza ad essa relativa di un parallelogrammo è 44 cm e la base è $\frac{7}{4}$ dell'altezza. Calcola l'area del parallelogrammo.
- 11** I due lati consecutivi di un parallelogrammo misurano rispettivamente 12 cm e 15 cm. Calcola la misura dell'altezza del secondo lato sapendo che quella del primo è lunga 14 cm.
- 12** Calcola la misura della base di un parallelogrammo sapendo che l'altezza ad essa relativa misura 36 cm e che il parallelogrammo è equivalente ad un quadrato avente il perimetro di 192 cm.
- 13** Il perimetro e l'area di un parallelogrammo sono rispettivamente 224 cm e 2304 cm^2 . Calcola la misura delle due altezze del parallelogrammo sapendo che i due lati consecutivi sono uno $\frac{5}{9}$ dell'altro.

14 *Esercizio Guidato*

I triangoli

Calcola l'area di un triangolo sapendo che i lati misurano rispettivamente 108 cm, 144 cm e 180 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 108 \text{ cm}$	$A_{(ABC)}$
$\overline{BC} = 144 \text{ cm}$	
$\overline{CA} = 180 \text{ cm}$	

Calcoliamo il valore del semiperimetro:

$$p = (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) : 2 = [(108 + \dots + \dots) : 2] \text{ cm} = \dots \text{ cm}.$$

Applichiamo la formula di Erone per determinare l'area del triangolo:

$$A_{(ABC)} = \sqrt{p \cdot (p - \dots) \cdot (p - \dots) \cdot (p - \dots)} = \sqrt{216 \cdot (216 - \dots) \cdot (216 - \dots) \cdot (216 - \dots)} \text{ cm}^2 =$$

$$= \sqrt{216 \cdot 108 \cdot \dots \cdot \dots} \text{ cm}^2 = \sqrt{\dots} \text{ cm}^2 = 7776 \text{ cm}^2.$$

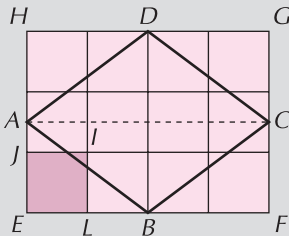
- 15** Calcola l'area di un triangolo sapendo che le misure dei suoi lati sono rispettivamente 39 cm, 111 cm e 120 cm.
- 16** L'area di un triangolo rettangolo è di 1350 cm^2 . Calcola il perimetro sapendo che l'ipotenusa è lunga 75 cm e il cateto minore è $\frac{3}{4}$ di quello maggiore.
- 17** In un triangolo rettangolo un angolo acuto misura 30° . Sapendo che l'ipotenusa è lunga 10 cm e che il cateto opposto all'angolo di 60° misura 8,66 cm, calcola il perimetro e l'area del triangolo.
- 18** La somma delle misure dei lati di un triangolo è 552 cm. Calcola l'area del triangolo e la misura dell'altezza del lato minore sapendo che il secondo lato supera il primo di 46 cm e il terzo lato supera il secondo di 49 cm.

19 *Esercizio Guidato*

I rombi

Calcola le misure delle diagonali di un rombo sapendo che sono una $\frac{3}{4}$ dell'altra e che l'area è di 1944 cm^2 .

Svolgimento



Dati	Incognite
$DB = \frac{3}{4} \cdot AC$	\overline{AC}
$A_{(ABCD)} = 1944 \text{ cm}^2$	\overline{BD}

Calcoliamo l'area del rettangolo $EFGH$:

$$A_{(EFGH)} = A_{(ABCD)} \cdot 2 = (1944 \cdot 2) \text{ cm}^2 = 3888 \text{ cm}^2.$$

Dividiamo l'area del rettangolo per il numero dei quadrati ($\dots \cdot \dots = \dots$) ottenendo così l'area di un quadrato:

$$A_{(ELIJ)} = A_{(EFGH)} : 12 = (\dots : \dots) \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$$

Calcoliamo la lunghezza del segmento EL : $\overline{EL} = \sqrt{A_{(ELIJ)}} = \sqrt{324} \text{ cm} = \dots \text{ cm}$

Determiniamo le misure dei lati del rettangolo EF e FG che corrispondono alle due diagonali del rombo:

$$\overline{EF} = \overline{AC} = \overline{EL} \cdot \dots = (\dots \cdot \dots) \text{ cm} = \dots; \quad \overline{FG} = \overline{BD} = \dots \cdot \dots = (\dots \cdot \dots) \text{ cm} = \dots$$

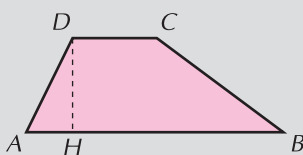
- 20** Il perimetro di un rombo è 520 cm . Calcola la misura dell'altezza del rombo sapendo che le due diagonali sono lunghe rispettivamente 156 cm e 208 cm .
- 21** In un rombo la diagonale maggiore misura 80 cm ed è $\frac{4}{3}$ della minore. Calcola la misura dell'altezza del rombo sapendo che il perimetro è 200 cm .
- 22** Un rombo ed un rettangolo sono equivalenti. Calcola la misura della diagonale maggiore del rombo sapendo che la minore è lunga 58 cm mentre il rettangolo ha il perimetro di 244 cm e l'altezza che misura 64 cm .
- 23** Un deltoide ha l'area di 1800 cm^2 . Calcola la misura delle diagonali sapendo che sono una $\frac{9}{16}$ dell'altra.

24 *Esercizio Guidato*

I trapezi

L'area di un trapezio è 1056 cm^2 e la misura dell'altezza è 24 cm . Calcola la lunghezza delle due basi sapendo che sono una $\frac{7}{4}$ dell'altra.

Svolgimento



Dati	Incognite
$A_{(ABCD)} = 1056 \text{ cm}^2$	\overline{AB}
$\overline{DH} = 24 \text{ cm}$	\overline{DC}
$AB = \frac{7}{4} \cdot DC$	

Calcoliamo la misura della somma delle due basi mediante la formula inversa:

$$\overline{DC} + \overline{AB} = 2 \cdot \dots : h = (2 \cdot \dots : 24) \text{ cm} = \dots \text{ cm}$$

Sappiamo che le due basi sono una $\frac{7}{4}$ dell'altra; la loro somma in segmenti unitari coincide con:

$$AB + CD = (\dots + \dots) = \dots \text{ parti}$$

Pertanto $\overline{AB} = (88 : \dots \cdot 7) \text{ cm} = 56 \text{ cm}$; $\overline{CD} = (88 : \dots \cdot 4) \text{ cm} = 32 \text{ cm}$.

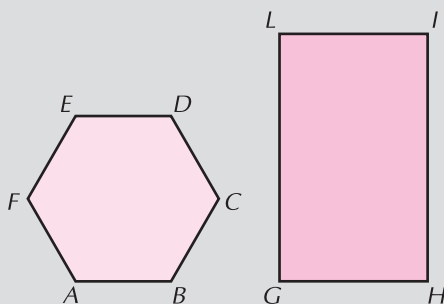
- 25** In un trapezio la somma e la differenza delle due basi misurano rispettivamente 205 cm e 45 cm. Calcola l'area del trapezio sapendo che l'altezza è $\frac{11}{25}$ della base maggiore.
- 26** In un trapezio l'altezza supera di 12 cm la base minore e la base maggiore supera l'altezza di 20 cm. Calcola l'area del trapezio sapendo che la base minore è lunga 28 cm.
- 27** Un trapezio isoscele è formato da un quadrato e da due triangoli rettangoli congruenti. Calcola l'area del trapezio sapendo che il perimetro del quadrato è 64 cm e che il cateto maggiore di uno dei due triangoli rettangoli è $\frac{3}{2}$ del minore.

28 *Esercizio Guidato*

I poligoni regolari

Il perimetro di un esagono regolare è 600 cm. Calcola il perimetro di un rettangolo equivalente all'esagono sapendo che la sua base misura 150 cm.

Svolgimento



Dati	Incognita
$2p_{(ABCDEF)} = 600 \text{ cm}$	$2p_{(GHIL)}$
$A_{(ABCDEF)} = A_{(GHIL)}$	
$\overline{GH} = 150 \text{ cm}$	

Calcoliamo la misura del lato dell'esagono regolare:

$$\overline{AB} = \dots : 6 = (\dots : 6) \text{ cm} = 100 \text{ cm}.$$

Determiniamo l'area dell'esagono: $A_{(ABCDEF)} = \overline{AB}^2 \cdot f = (\dots^2 \cdot 2,598) \text{ cm}^2 = 25980 \text{ cm}^2$

L'esagono e il rettangolo sono equivalenti pertanto: $A_{(ABCDEF)} = A_{(GHIL)}$

Calcoliamo la misura dell'altezza del rettangolo mediante la formula inversa:

$$\overline{GL} = \dots : \overline{GH} = (\dots : 150) \text{ cm} = 173,2 \text{ cm}$$

Determiniamo il perimetro del rettangolo: $2p_{(GHIL)} = [(\dots + \dots) \cdot 2] \text{ cm} = \dots \text{ cm}$.

- 29** L'apotema di un esagono regolare misura 4,33 cm. Calcola la misura della base di un triangolo equivalente all'esagono sapendo che la sua altezza è lunga 15 cm. (La tavola con i numeri fissi è a pag. 128)
- 30** Il perimetro di un ottagono regolare è 120 cm. Calcola la misura della diagonale minore di un rombo equivalente all'ottagono sapendo che la diagonale maggiore è lunga 50 cm.
- 31** Calcola il perimetro di un rombo sapendo che ha l'area di 800 cm^2 ed è circoscritto ad una circonferenza il cui raggio misura 20 cm.
- 32** Calcola il perimetro e l'area di un trapezio rettangolo circoscritto ad una circonferenza sapendo che il lato obliquo ed il raggio misurano rispettivamente 18 cm e 6 cm.

ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO ***

- 1 Un rombo è equivalente alla metà di un trapezio che ha l'altezza lunga 24 cm e la somma e la differenza delle due basi che misurano rispettivamente 120 cm e 20 cm. Calcola la misura di una delle due diagonali del rombo sapendo che l'altra è congruente alla base minore del trapezio.
- 2 Un quadrato è equivalente ad un trapezio rettangolo le cui basi misurano rispettivamente 41,4 cm e 32,2 cm e il cui lato obliquo forma un angolo di 45° con la base maggiore. Calcola il perimetro del quadrato.
- 3 L'area di un rettangolo $ABCD$ è 2178 cm^2 e la base AB misura 66 cm. Dopo aver individuato sulla base AB un punto P tale che $AP = \frac{1}{3} \cdot AB$, congiungi P con C . Calcola l'area di ciascuna delle due parti in cui è stato suddiviso il rettangolo dal segmento PC .
- 4 In un triangolo ABC il lato AC è $\frac{8}{5}$ di BC e il lato AB è $\frac{1}{2}$ di AC . Calcola l'area del triangolo sapendo che il perimetro è 51 cm.
- 5 Un quadrato ha il perimetro di 72 cm ed è equivalente ad un rettangolo avente la base lunga 36 cm. Calcola l'area di un triangolo isoscele avente la base e l'altezza che misurano rispettivamente il doppio della dimensione minore e $\frac{1}{3}$ della dimensione maggiore del rettangolo.
- 6 Tracciando da un vertice della base minore di un trapezio la parallela al lato obliquo minore, si scompone il trapezio in un parallelogrammo e in un triangolo. Sapendo che il parallelogrammo è equivalente a $\frac{5}{4}$ del triangolo, che l'area del trapezio è 576 cm^2 e che l'altezza misura 16 cm, calcola la misura delle basi del trapezio.
- 7 Il trapezio rettangolo $ABCD$ di base maggiore AB è costituito dal triangolo rettangolo ABD e dal triangolo scaleno BCD . I cateti del triangolo rettangolo sono uno $\frac{4}{3}$ dell'altro e la loro somma misura 112 cm. Calcola l'area e il perimetro del trapezio sapendo che i lati DC e CB misurano rispettivamente 28 cm e 60 cm.
- 8 Le misure dei lati di un triangolo sono rispettivamente 13 cm, 20 cm e 21 cm. Calcola il perimetro di un rombo equivalente al triangolo sapendo che la sua altezza è lunga 12 cm.
- 9 Il quadrilatero $ABCD$ è formato da un triangolo scaleno ADC e da un triangolo ACB retto in C . Calcola l'area del quadrilatero sapendo che $\overline{AD} = 143 \text{ cm}$, $\overline{DC} = 154 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 165 \text{ cm}$ e $\overline{CB} = 220 \text{ cm}$.
- 10 Il perimetro di un quadrato è pari ai $\frac{9}{7}$ di quello di un rettangolo avente l'area di 192 cm^2 e l'altezza $\frac{3}{4}$ della base. Calcola il perimetro di un secondo quadrato equivalente a $\frac{3}{11}$ della differenza del quadrato e del rettangolo dati.
- 11 Le basi di un trapezio sono una doppia dell'altra e la misura della loro somma è 54 cm; la base maggiore è $\frac{9}{5}$ dell'altezza. Calcola il perimetro di un quadrato equivalente ai $\frac{5}{3}$ del trapezio.
- 12 Calcola la misura del raggio di una circonferenza inscritta in un rombo sapendo che quest'ultimo è equivalente ad un triangolo avente due lati lunghi rispettivamente 14,3 cm e 16,5 cm ed il perimetro di 46,2 cm; si sa inoltre che il rombo è isoperimetrico ad un quadrato avente il lato lungo 7 cm.

SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1 a. piano; una unità di misura; b. piano; equivalenti; \cong ; c. equivalenti; d. equivalenti; e. prevalente.
 2 a. A suvvalente B; b. A prevalente B; c. A equivalente B.
 3 $A \cong E$; $B \cong F$; $C \cong D$.
 4 a. riflessiva, simmetrica, transitiva; b. misura; superficie.
 5 b. 6 a. 7 a. 8 c.
 9 nei triangoli, quando si conoscono le misure dei lati.
 10 b. 11 c. 12 b. 13 c.
 14 c. 15 Il loro rapporto è costante e varia col variare del numero dei lati. 16 b.
 17 a. scomporre il poligono dato in figure note, ovvero poligoni di cui conosciamo le formule per il calcolo dell'area; b. mediante l'uso della carta millimetrata oppure mediante l'uso della bilancia di precisione.
 18 a.

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

5

base (cm)	altezza (cm)	perimetro (cm)	area (cm ²)
12	16	56	192
10	12	44	120
24	18	84	432
4,5	3,6	16,2	16,2
1,4	2,5	7,8	3,5

7

lato (cm)	perimetro (cm)	area (cm ²)
12	48	144
30	120	900
29	116	841
2,5	10	6,25
1,5	6	2,25

9

base (cm)	altezza (cm)	area (cm ²)
12	16	192
60	45	2700
28	18	504
4,6	5,2	23,92
2,2	1,8	3,96

11

base (cm)	altezza (cm)	area (cm ²)
12	16	96
24	18	216
22	30	330
1,8	2,5	2,25
6,8	5,4	18,36

13	diagonale minore (cm)	diagonale maggiore (cm)	area (cm ²)
	12	16	96
	30	40	600
	14	48	336
	12	35	210
	2,2	6	6,6

15	diagonale minore (cm)	diagonale maggiore (cm)	area (cm ²)
	10	15	75
	72	45	1620
	26	64	832
	16,8	12,4	104,16
	6,4	16,4	52,48

17	base minore (cm)	base maggiore (cm)	altezza (cm)	area (cm ²)
	12	16	8	112
	6	12	4	36
	25	40	16	520
	18	33	12	306
	5,2	9,4	3,6	26,28

19	Poligono	n	f	lato (cm)	apotema (cm)	perimetro (cm)	area (cm ²)
	Pentagono	0,688	1,720	10	6,88	50	172
	Esagono	0,866	2,598	6	5,196	36	93,528
	Ottagono	1,207	4,828	8	9,656	64	308,992
	Dodecagono	1,866	11,196	7	13,062	84	548,604

20 232 cm.

22 225 cm².

24 270 cm².

26 224 cm².

28 936 cm².

30 30 cm; 80 cm.

21 126 cm; 972 cm².

23 128 cm.

25 5760 cm².

27 2430 cm².

29 980 cm².

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

1 $4 \cdot 3 = 12$ quadratini; $A_{(BEFG)} = (588 : 12) \text{ cm}^2 = 49 \text{ cm}^2$; $\overline{BE} = \sqrt{49} \text{ cm} = 7 \text{ cm}$;

$\overline{BC} = (7 \cdot 4) \text{ cm} = 28 \text{ cm}$; $\overline{AB} = (7 \cdot 3) \text{ cm} = 21 \text{ cm}$; $2p_{(ABCD)} = 2 \cdot (21 + 28) \text{ cm} = 98 \text{ cm}$.

2 148 cm; 1288 cm².

3 234 cm.

4 316 cm; 6192 cm².

5 $\overline{AB} = 2p_{(ABCD)} : 4 = (120 : 4) \text{ cm} = 30 \text{ cm}$; $A_{(ABCD)} = \overline{AB}^2 = 30^2 \text{ cm}^2 = 900 \text{ cm}^2$;

$A_{(EILM)} = A_{(EFGH)} : 36 = (900 : 36) \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2$; $\overline{EI} = \overline{EM} = \sqrt{A_{(EILM)}} = \sqrt{25} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$;

$\overline{EF} = \overline{EI} \cdot 4 = (5 \cdot 4) \text{ cm} = 20 \text{ cm}$; $\overline{EH} = \overline{EM} \cdot 9 = (5 \cdot 9) \text{ cm} = 45 \text{ cm}$;

$2p_{(EFGH)} = 2 \cdot (20 + 45) \text{ cm} = 130 \text{ cm}$.

- 6 484 cm². 7 486 cm²; 729 cm².
 8 3 249 cm².
 9 $\overline{AB} = (13 \cdot 6) \text{ cm} = 78 \text{ cm}$; $\overline{DH} = (13 \cdot 5) \text{ cm} = 65 \text{ cm}$; $A_{(ABCD)} = \overline{AB} \cdot \overline{DH} = (78 \cdot 65) \text{ cm}^2 = 5 070 \text{ cm}^2$.
 10 448 cm². 11 11,2 cm.
 12 64 cm. 13 32 cm; 57,6 cm.
 14 $p = [(108 + 144 + 180) : 2] \text{ cm} = 216 \text{ cm}$;
 $A_{(ABC)} = \sqrt{p \cdot (p - \overline{AB}) \cdot (p - \overline{BC}) \cdot (p - \overline{CA})} = \sqrt{216 \cdot 108 \cdot 72 \cdot 36} \text{ cm}^2 = \sqrt{60 466 176} \text{ cm}^2 = 7 776 \text{ cm}^2$.
 15 2160 cm². 16 180 cm.
 17 23,66 cm; 21,65 cm². 18 12 529,38 cm²; 182,91 cm.
 19 $3 \cdot 4 = 12$; $A_{(ELIJ)} = A_{(EFGH)} : 12 = (3888 : 12) \text{ cm}^2 = 324 \text{ cm}^2$; $\overline{EL} = \sqrt{A_{(ELIJ)}} = \sqrt{324} \text{ cm} = 18 \text{ cm}$;
 $\overline{EF} = \overline{AC} = \overline{EL} \cdot 4 = (18 \cdot 4) \text{ cm} = 72 \text{ cm}$; $\overline{FG} = \overline{BD} = \overline{EL} \cdot 3 = (18 \cdot 3) \text{ cm} = 54 \text{ cm}$.
 20 124,8 cm. 21 48 cm.
 22 128 cm. 23 45 cm; 80 cm.
 24 $\overline{DC} + \overline{AB} = (2 \cdot 1056 : 24) \text{ cm} = 88 \text{ cm}$; $AB + CD = (7 + 4) = 11$ parti; $\overline{AB} = (88 : 11 \cdot 7) \text{ cm} = 56 \text{ cm}$;
 $\overline{CD} = (88 : 11 \cdot 4) \text{ cm} = 32 \text{ cm}$.
 25 5 637,5 cm². 26 1760 cm².
 27 640 cm².
 28 $\overline{AB} = 2p_{(ABCDEF)} : 6 = (600 : 6) \text{ cm} = 100 \text{ cm}$; $A_{(ABCDEF)} = \overline{AB}^2 \cdot f = (100^2 \cdot 2,598) \text{ cm}^2 = 25 980 \text{ cm}^2$;
 $\overline{GL} = A_{(GHIL)} : \overline{GH} = (25 980 : 150) \text{ cm} = 173,2 \text{ cm}$; $2p_{(GHIL)} = [(150 + 173,2) \cdot 2] \text{ cm} = 646,4 \text{ cm}$.
 29 8,66 cm. 30 43,452 cm.
 31 80 cm. 32 60 cm; 180 cm².

VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

- 1 28,8 cm. 2 73,6 cm.
 3 $A_{(PBC)} = 726 \text{ cm}^2$; $A_{(PCDA)} = 1 452 \text{ cm}^2$. 4 73,63 cm².
 5 108 cm². 6 20 cm; 52 cm.
 7 2 208 cm²; 200 cm. 8 42 cm.
 9 28 314 cm². 10 24 cm.
 11 120 cm. 12 7,26 cm.