

Test per l'autovalutazione

- 1 Sono dati tre punti A , B e C ; completa le seguenti proposizioni:
- esiste una circonferenza che ha centro in C e passa per A e B se
 - esiste una sola circonferenza che passa per A e per B se
 - non esiste alcuna circonferenza che passa per A , B e C se
 - tracciati i segmenti AB e BC e supposto che non siano adiacenti, il centro della circonferenza che passa per A , B e C si trova
- [8 punti]

- 2 In una circonferenza di centro O sono date due corde congruenti PQ avente punto medio M e RS avente punto medio N (i punti si succedono nell'ordine P , Q , R , S). Completa le seguenti proposizioni:
- $\widehat{PSQ} \cong$
 - la retta OM è perpendicolare a PQ e anche a RS solo se
 - il segmento MN passa per il centro se
 - PR è perpendicolare a RS se
- [8 punti]

- 3 Su una circonferenza di centro O sono fissati nell'ordine tre punti A , B e C ; quali di queste affermazioni sono vere?
- a. $\widehat{ABC} \cong 2\widehat{AOC}$ b. $\widehat{AOB} \cong 2\widehat{ACB}$ c. $\widehat{BAC} \cong \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ d. $\widehat{ABC} \cong \frac{\pi}{2}$ se $O \in AC$
- [8 punti]

- 4 Di un quadrilatero $ABCD$ si conoscono le ampiezze degli angoli $\widehat{A} = \frac{\pi}{3}$ e $\widehat{C} = \frac{2}{3}\pi$; indica quale delle seguenti affermazioni è vera:
- è inscrittibile in una circonferenza
 - non è inscrittibile in una circonferenza
 - i dati sono insufficienti per concludere se è inscrittibile in una circonferenza.
- [5 punti]

- 5 Di un quadrilatero $ABCD$ si sa che $\overline{AB} = 3a$, $\overline{BC} = 5a$, $\overline{CD} = 8a$; quale deve essere la misura di AD affinché il quadrilatero sia circoscrittibile ad una circonferenza?
- [5 punti]

- 6 Un poligono convesso ha tutti i lati congruenti; di esso si può dire che:
- è sempre sia inscrittibile che circoscrittibile ad una circonferenza
 - è circoscrittibile ad una circonferenza solo se è un quadrilatero oppure se ha gli angoli congruenti
 - è inscrittibile in una circonferenza solo se è un quadrilatero
 - è sempre sia inscrittibile che circoscrittibile ad una circonferenza solo se ha anche gli angoli congruenti.
- [8 punti]

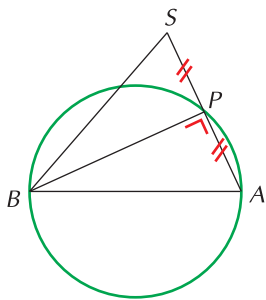
- 7 Di un triangolo ABC si sa che è rettangolo in A ; puoi dire che:
- il circocentro è il punto medio di BC
 - l'ortocentro è il punto A
 - il baricentro e l'incentro coincidono
 - l'incentro appartiene alla mediana uscente da A solo se il triangolo è isoscele.
- [8 punti]

- 8 In un triangolo ABC il baricentro è il punto G e i punti medi dei lati CB e AC sono rispettivamente M e S . Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
- a. $AG \cong BG \cong CG$ b. $BG \cong \frac{1}{2}GS$ c. $GM \cong \frac{1}{2}GA$ d. $GS \cong \frac{1}{3}BS$ [8 punti]

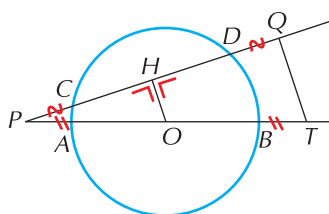
- 9** Dall'estremo A del diametro AB di una circonferenza viene tracciata una semiretta che incontra la circonferenza in P e si prende su di essa un punto S , esterno alla circonferenza, tale che sia $PS \cong AP$. Dimostra che il triangolo SAB è isoscele di base AS . **[10 punti]**
- 10** Prolunga il diametro AB di una circonferenza di centro O di due segmenti congruenti AP e BT ; traccia poi da P una semiretta che interseca la circonferenza in C e D (con C più vicino a P) e prendi su di essa un punto Q oltre D in modo che sia $DQ \cong PC$. Dimostra che il triangolo PQT è rettangolo. **[10 punti]**
- 11** È data una semicirconferenza di centro O e diametro AB e sia OC il raggio perpendicolare al diametro; per un punto P appartenente all'arco AC conduci la retta t tangente alla semicirconferenza che incontra la retta OC in Q . Dimostra che l'angolo \widehat{OQP} è il doppio dell'angolo \widehat{OPB} . **[10 punti]**
- 12** Dall'estremo B del diametro AB di una semicirconferenza traccia una corda BC e prolungala di un segmento CD tale che sia $CD \cong CB$. Prolunga poi il diametro di un segmento AT tale che sia $AT \cong AB$. Individua il centro della circonferenza circoscritta al triangolo TBD motivando esaurientemente la risposta. **[10 punti]**
- 13** Un quadrilatero inscritto in una circonferenza ha le diagonali perpendicolari; dimostra che congiungendo i punti medi dei suoi lati si ottiene un quadrilatero inscrittibile in una circonferenza. In quale caso tale quadrilatero è anche circoscrittibile? **[15 punti]**

SOLUZIONI DEL TEST

- 1** a. $CA \cong CB$, b. AB è il diametro, c. A, B e C sono allineati, d. intersecando gli assi dei due segmenti
- 2** a. $\widehat{RPS}, \widehat{PRQ}, \widehat{SQR}$, b. $PQ \parallel RS$, c. $PQ \parallel RS$, d. PS è un diametro
- 3** a. F, b. V, c. V, d. V
- 4** a.
- 5** 6a
- 6** a. F, b. V, c. F, d. V
- 7** a. V, b. V, c. F, d. V
- 8** c., d.

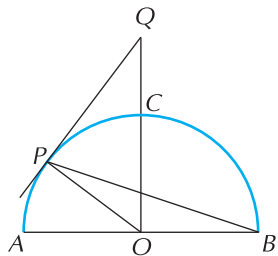


L'angolo \widehat{APB} è retto perché AB è un diametro; nel triangolo ABS , PB è altezza e mediana e quindi il triangolo è isoscele sulla base AS .



Indicato con H il punto medio di CD , si ha che $OH \perp CD$; inoltre $PH \cong HQ$ e $PO \cong OT$, quindi $HO \parallel QT$ per il teorema di Talete; quindi $QT \perp PQ$.

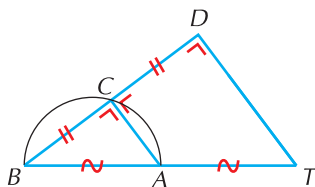
11



Posto $\widehat{OPB} = \alpha$ e considerato il triangolo OPB si ha che $\widehat{OBP} = \alpha$, $\widehat{POB} = \pi - 2\alpha$ e quindi, essendo $OQ \perp AB$, $\widehat{POQ} = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$.

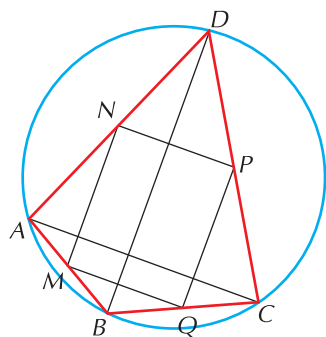
Essendo $PQ \perp OP$, si ha poi che $\widehat{PQO} = 2\alpha$.

12



Il triangolo ABC è rettangolo in C ; il segmento CA congiunge i punti medi dei lati BD e BT del triangolo BDT ; esso è quindi parallelo a DT . Il triangolo BDT è quindi retto in D ed il centro della circonferenza ad esso circoscritta, che ha raggio AB , è il punto A .

13



$MN \parallel DB$ perchè congiunge i punti medi dei segmenti AD e AB ed inoltre è congruente a $\frac{1}{2}DB$; analogamente $PQ \parallel DB$ e $PQ \cong \frac{1}{2}DB$; i segmenti MN e PQ sono quindi congruenti e paralleli, e $MNPQ$ è un parallelogramma. Inoltre, essendo $DB \perp AC$, si ha che $MNPQ$ è un rettangolo, quindi sempre inscrittibile in una circonferenza.

Il quadrilatero è anche circoscrittibile se è un quadrato e questo accade se AC e DB sono due diametri.

AUTOVALUTAZIONE

Controlla l'esattezza delle soluzioni ed assegnati il punteggio corrispondente per ciascun esercizio svolto correttamente.

