

La congruenza dei poligoni

Due poligoni sono sicuramente congruenti se hanno tutti i lati e tutti gli angoli ordinatamente congruenti. Come nel caso dei triangoli, tuttavia, è possibile enunciare dei criteri che ci permettono di stabilire quando due poligoni sono congruenti controllando solo la congruenza di alcuni opportuni elementi. Si dimostra infatti che vale il seguente teorema che ci limitiamo ad enunciare.

Teorema. Due poligoni convessi che hanno lo stesso numero di lati sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti tutti i lati e tutti gli angoli eccettuati al più:

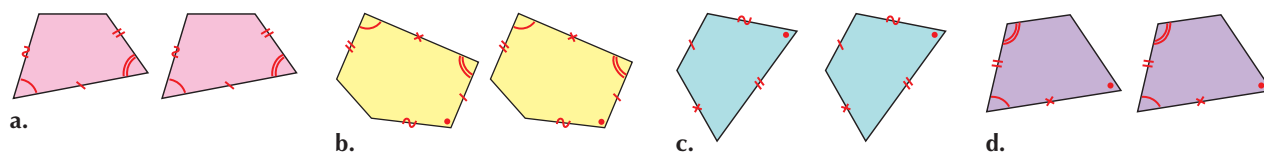
1. un lato e i due angoli ad esso adiacenti, oppure
2. due lati consecutivi e l'angolo fra essi compreso, oppure
3. tre angoli i cui vertici sono consecutivi, sui quali non si fa nessuna ipotesi.

La parola "eccettuato" non significa che quegli elementi che non consideriamo non sono congruenti, semplicemente non è necessario verificare la loro congruenza per concludere quella dei due poligoni.

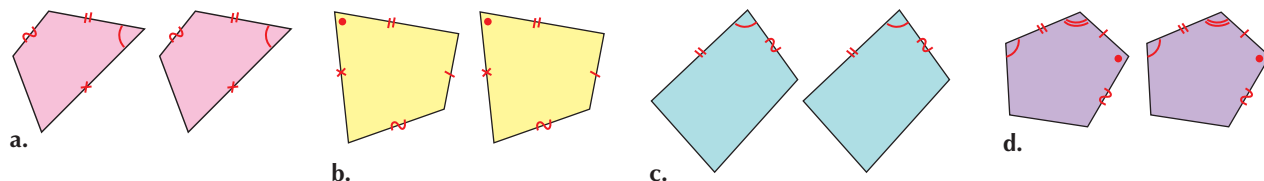
ESERCIZI

Comprensione

- 1 Le coppie di poligoni nelle diverse figure sono congruenti; indica in base a quale criterio.



- 2 Delle coppie di poligoni nelle diverse figure sono stati indicati gli elementi congruenti; stabilisci se si può concludere che sono congruenti ed in base a quale criterio.



Applicazione

- 3 Sono dati due triangoli ABC e $A'B'C'$ in cui $AB \cong A'B'$, $CB \cong C'B'$ e $\widehat{B} \cong \widehat{B}'$. Sui lati AC e $A'C'$ ed esternamente al triangolo, costruisci due triangoli ACD e $A'C'D'$ che abbiano $AD \cong A'D'$ e $DC \cong D'C'$. È vero che i due quadrilateri ottenuti ($ABCD$ e $A'B'C'D'$) sono congruenti?

- 4** Dato un triangolo isoscele ABC di vertice A , costruisci sui lati congruenti due triangoli equilateri ABE e ACF . Dimostra la congruenza dei quadrilateri $AFCB$, $ACBE$. In quale caso i punti E , A , F sono allineati?
- 5** Dati due poligoni congruenti, dimostra che, tracciando da una coppia di vertici corrispondenti le diagonali, essi vengono divisi in triangoli a due a due congruenti.
- 6** Dato un triangolo ottusangolo ABC , prolunga AB di un segmento $AD \cong AB$ e AC di un segmento $AE \cong AC$. Considerati i punti medi M ed N di BC ed ED , dimostra la congruenza dei quadrilateri $AMBE$ e $NACD$.
- 7** Un quadrilatero $ABCD$ ha i lati AB , AD e DC rispettivamente congruenti ai lati $A'B'$, $A'D'$ e $D'C'$ del quadrilatero $A'B'C'D'$ e inoltre l'angolo \widehat{D} congruente a \widehat{D}' . Dimostra che $ABCD \cong A'B'C'D'$, sapendo che $\widehat{BAC} \cong \widehat{B'A'C'}$.
- 8** Dei quadrilateri $ABCD$ e $A'B'C'D'$ si sa che $AB \cong A'B'$, $BC \cong B'C'$, $AD \cong A'D'$ e $DB \cong D'B'$. Si può concludere che i due quadrilateri sono congruenti?