LE TRASFORMAZIONI NON ISOMETRICHE

L'OMOTETIA

richiami della teoria

- Le **trasformazioni non isometriche** sono quelle trasformazioni in seguito alle quali le figure non restano congruenti;
- l'**omotetia diretta** è la corrispondenza che si stabilisce tra i punti del piano posti sulla stessa retta e dalla stessa parte rispetto ad un punto detto **centro dell'omotetia** secondo un **rapporto** costante k (detto anche **caratteristica**);
- l'**omotetia inversa** è la corrispondenza che si stabilisce tra i punti del piano posti sulla stessa retta e da parti opposte rispetto ad un punto detto **centro dell'omotetia** secondo un rapporto costante;
- l'**omotetia diretta** o **inversa** mantiene il **parallelismo tra i lati** lasciando inalterata l'**ampiezza degli angoli**; cambiano le **misure dei lati** corrispondenti secondo un **rapporto costante** uguale alla **caratteristica**;
- le dimensioni di una figura in una omotetia diretta o inversa dipendono dal valore del rapporto:
  - se ***k* è maggiore di 1** si ottiene un ingrandimento;
  - se ***k* è minore di 1** si ottiene un rimpicciolimento;
  - se ***k* è uguale a 1** si ottiene una **omotetia identica** nel caso di una omotetia diretta, una **simmetria centrale** nel caso di una omotetia inversa.

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

1 Quali tra le seguenti trasformazioni sono trasformazioni non isometriche?

a. traslazione; **b.** rotazione;
c. omotetia; **d.** similitudine.

2 Completa le seguenti frasi:

a. l'omotetia diretta di rapporto k è la corrispondenza che si stabilisce tra due punti A' e A del piano sulla stessa .... dalla stessa .... rispetto ad un punto O detto .... in modo che il .... tra la distanza del punto A' da O e la distanza del punto A da O sia ....;

b. l'omotetia inversa di rapporto k è la corrispondenza che si stabilisce tra due punti A' e A del piano sulla stessa .... da .... rispetto ad un punto O detto .... in modo che il .... tra la distanza del punto A' da O e la distanza del punto A da O sia ....

3 Indica quali tra le seguenti affermazioni sono vere e quali false.
In una omotetia:

a. i lati corrispondenti sono perpendicolari; V F
b. gli angoli corrispondenti sono congruenti; V F
c. i lati corrispondenti sono congruenti; V F
d. il rapporto tra i lati corrispondenti è sempre costante. V F

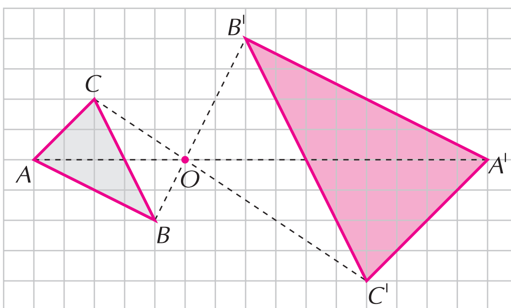
4 Rispondi alle seguenti domande:

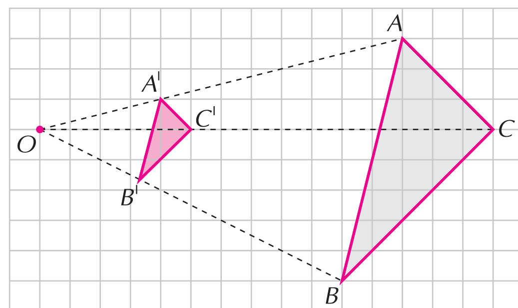
a. cosa succede alle dimensioni di una figura quando il rapporto di omotetia è minore di 1?
b. Cosa succede alle dimensioni di una figura quando il rapporto di omotetia è maggiore di 1?
c. Quale trasformazione si ottiene quando il rapporto di omotetia diretta è 1?
d. Quale trasformazione si ottiene quando il rapporto di omotetia inversa è 1?

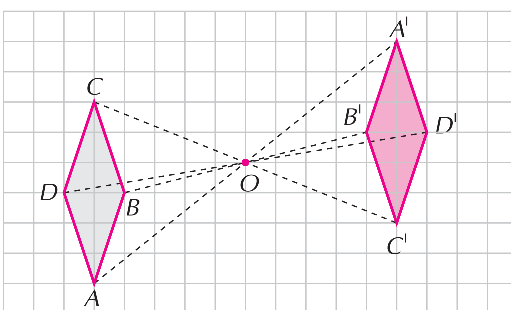
5 Se il centro O di un'omotetia è interno a tutti i segmenti che compongono le coppie di punti che si corrispondono, il valore del rapporto è positivo o negativo?

APPLICAZIONE

6 Osserva attentamente le seguenti figure, specifica se si stratta di omotetia diretta o inversa e indica il valore di k ($k < 1$, $k = 1$, $k > 1$).

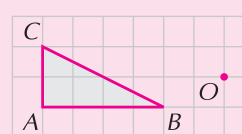
a.


b.


c.


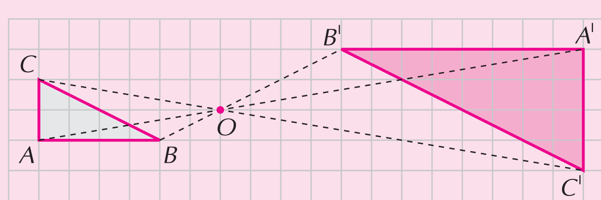
7 *Esercizio Svolto*

Disegna la figura corrispondente in una omotetia inversa di centro O assegnato e rapporto $k = 2$.



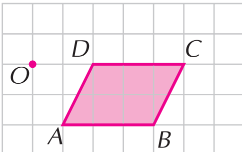
Uniamo con delle semirette i vertici A, B e C con O e sui prolungamenti di tali semirette dalla parte opposta rispetto ad O prendiamo i punti A', B' e C' tali che:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = 2.$$

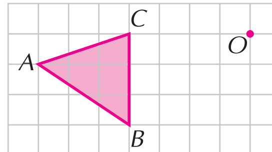


Dopo aver copiato sul quaderno le seguenti figure disegna, per ognuna di esse, la corrispondente in una omotetia di centro O con le caratteristiche indicate.

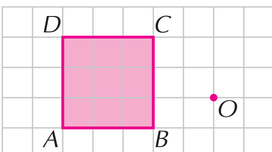
8 diretta, $k = 3$



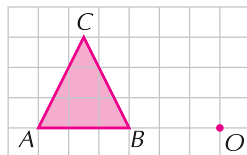
9 diretta, $k = \frac{1}{2}$



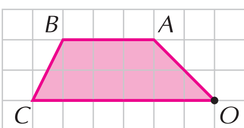
10 inversa, $k = \frac{3}{2}$



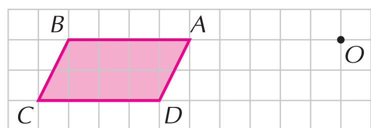
11 inversa, $k = \frac{2}{3}$



12 inversa, $k = 2$

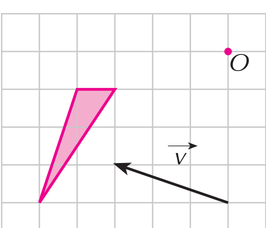


13 diretta, $k = \frac{1}{2}$

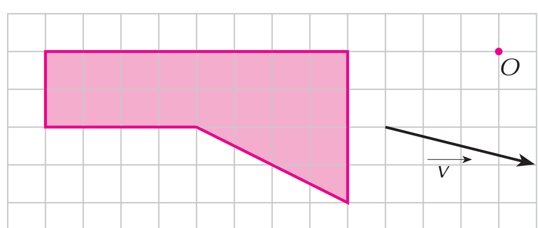


Dopo aver copiato le seguenti figure sul tuo quaderno, trasformale mediante un'omotetia di caratteristica indicata quindi effettua una traslazione di vettore $\vec{v}$.

14 omotetia diretta $k = 2$



15 omotetia inversa $k = \frac{1}{4}$



LA SIMILITUDINE

richiami della teoria

- La corrispondenza che si ottiene dal prodotto di una **omotetia** e di una **isometria** si chiama **similitudine**. Le figure che si corrispondono in questo tipo di trasformazione si dicono **simili**;
- la **similitudine** è una trasformazione che lascia immutate le ampiezze degli angoli ma modifica la lunghezza dei segmenti corrispondenti secondo un rapporto costante che si chiama **rapporto di similitudine** e si indica con $\boldsymbol{k}$;
- due o più **poligoni** sono **simili** quando hanno gli angoli ordinatamente congruenti e le misure dei lati omologhi legate da un rapporto costante;
- i **criteri di similitudine** sono regole che permettono di stabilire rapidamente quando due triangoli sono simili; in particolare, due triangoli sono simili se hanno:
  - gli angoli ordinatamente congruenti (**I criterio**);
  - una coppia di angoli omologhi congruenti e i lati che li comprendono in proporzione (**II criterio**);
  - i lati corrispondenti in proporzione (**III criterio**).

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

16 Completa le seguenti affermazioni:

a. la similitudine è la corrispondenza che si ottiene dal .... di una omotetia e di una ....; in una similitudine varia la .... e si mantiene .... fra gli angoli; il rapporto costante tra le lunghezze dei segmenti corrispondenti si chiama ....;

b. due poligoni sono .... quando hanno gli angoli ordinatamente .... e le misure dei lati omologhi legate da un ....

17 Rispondi alle seguenti domande:

a. cosa afferma il primo criterio di similitudine dei triangoli?

b. Cosa afferma il secondo criterio di similitudine dei triangoli?

c. Cosa afferma il terzo criterio di similitudine dei triangoli?

APPLICAZIONE

18 *Esercizio Svolto*

Un rettangolo ha le dimensioni lunghe rispettivamente 6 cm e 3 cm. Quanto misurano i lati di un rettangolo simile a quello dato con un rapporto di similitudine $k = \frac{2}{3}$?

Sappiamo che due poligoni simili hanno gli angoli ordinatamente congruenti; nel nostro caso i due poligoni hanno tutti gli angoli di 90°. Per quanto riguarda i lati il rapporto tra i lati omologhi deve essere uguale a $\frac{2}{3}$; indicando con b e b' le due basi e con h e h' le due altezze avremo dunque:

$\frac{b'}{b} = \frac{2}{3}$ quindi $b' = \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \cancel{6}^2 = 4$ cm;

$\frac{h'}{h} = \frac{2}{3}$ quindi $h' = \frac{2}{\cancel{3}^1} \cdot \cancel{3}^1 = 2$ cm.

19 Un quadrato ha il lato lungo 10 cm. Quanto misura il lato di un quadrato simile a quello dato con un rapporto di similitudine $k = \frac{3}{5}$? [6 cm]

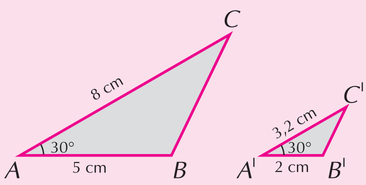
20 Un triangolo rettangolo ha i cateti lunghi 6 cm e 8 cm. Quanto misurano i lati di un triangolo simile a quello dato con un rapporto di similitudine $k = \frac{1}{2}$? [3 cm; 4 cm; 5 cm]

21 *Esercizio Svolto*

Due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\overline{AB} = 5$ cm $\quad \overline{AC} = 8$ cm $\quad \widehat{A} = 30°$ $\quad \overline{A'B'} = 2$ cm $\quad \overline{A'C'} = 3{,}2$ cm $\quad \widehat{A'} = 30°$

Puoi dire che sono simili? Perché?



$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2}{5} \qquad \frac{A'C'}{AC} = \frac{3{,}2}{8} = \frac{\cancel{32}^{2}}{\cancel{80}^{5}} = \frac{2}{5} \qquad \widehat{A} = \widehat{A'} = 30°$

I due triangoli sono simili perché il rapporto tra le misure dei lati omologhi è costante e gli angoli fra essi compresi sono congruenti (secondo criterio di similitudine).

22 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\widehat{A} = 35°$ $\quad \widehat{B} = 50°$ $\quad \widehat{C} = 95°$ $\quad \widehat{A'} = 35°$ $\quad \widehat{B'} = 50°$ $\quad \widehat{C'} = 95°$

Puoi dire che sono simili? Perché?

23 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\overline{AB} = 8$ cm $\quad \overline{BC} = 12$ cm $\quad \overline{AC} = 4$ cm $\quad \overline{A'B'} = 6$ cm $\quad \overline{B'C'} = 9$ cm $\quad \overline{A'C'} = 3$ cm

Puoi dire che sono simili? Perché?

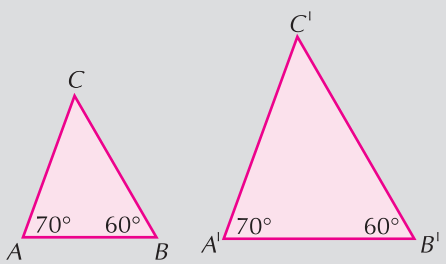
24 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\overline{AB} = 10$ cm $\quad \overline{BC} = 8$ cm $\quad \overline{A'B'} = 15$ cm $\quad \overline{B'C'} = 12$ cm

Puoi dire che sono simili? Perché?

25 *Esercizio Guidato*

Due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno rispettivamente: $\widehat{A} = 70°$ $\quad \widehat{B} = 60°$ $\quad \widehat{A'} = 70°$ $\quad \widehat{B'} = 60°$.
Puoi dire che sono simili? Perché?



Nel triangolo ABC sono noti due angoli; l'angolo $\widehat{C}$ si determina ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è ...., da cui:

$\widehat{C} = \ldots.. - \left(\widehat{A} + \widehat{B}\right) = \ldots.. - (70° + 60°) = 50°.$

Analogamente nel triangolo $A'B'C'$:

$\widehat{C'} = 180° - (\ldots.. + \ldots..) = 180° - (\ldots.. + \ldots..) = \ldots...$

Diciamo allora che i due triangoli sono .... perché hanno gli angoli ...., cioè per il .... di similitudine.

 © ISTITUTO ITALIANO EDIZIONI ATLAS

26 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\widehat{A}+\widehat{B}=100°$ e $\widehat{A}=3\cdot\widehat{B}$; $\widehat{A}'-\widehat{B}'=50°$ e $\widehat{A}'=75°$.

Puoi dire che sono simili? Perché?

27 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\widehat{A}+\widehat{B}=120°$ e $\widehat{A}-\widehat{B}=80°$; $\widehat{A}'=\widehat{B}'+80°$ e $\widehat{C}'=60°$.

Puoi dire che sono simili? Perché?

28 Due triangoli ABC e $A'B'C'$ hanno rispettivamente:

$\widehat{A}+\widehat{C}=150°$ $\widehat{A}=\dfrac{1}{2}\cdot\widehat{C}$ $\widehat{A}'+\widehat{B}'=80°$ $\widehat{B}'=\dfrac{3}{5}\cdot\widehat{A}'$.

Puoi dire che i due triangoli sono simili? Perché?

I teoremi e le proprietà della similitudine

richiami della teoria

- In un triangolo, una **parallela ad un lato** individua un nuovo triangolo simile a quello dato e divide i lati intersecati in **segmenti direttamente proporzionali**;
- la **parallela ad un lato** di un triangolo condotta per il **punto medio** di un altro lato, divide il terzo lato in **due segmenti congruenti**;
- in due triangoli simili le **altezze** sono proporzionali alle **relative basi**;
- il **rapporto tra i perimetri** di due triangoli simili è uguale al **rapporto di similitudine**;
- **tutte le misure lineari** corrispondenti di due poligoni simili stanno tra loro nello **stesso rapporto di similitudine**;
- il **rapporto tra le aree** di due poligoni simili è uguale al **quadrato del rapporto di similitudine**.

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

29 Indica quali tra le seguenti affermazioni sono vere e quali false:

a. in un triangolo la parallela ad un lato lo divide in due triangoli congruenti; V F

b. in un triangolo la parallela ad un lato condotta per il punto medio di un altro lato divide il terzo lato in due segmenti congruenti; V F

c. in due triangoli simili le altezze sono proporzionali alle rispettive basi; V F

d. il rapporto tra i perimetri di due poligoni simili è il doppio del rapporto tra le misure di due lati omologhi; V F

e. il rapporto tra le aree di due poligoni simili è uguale a quello tra due lati corrispondenti. V F

30 Completa le seguenti affermazioni:

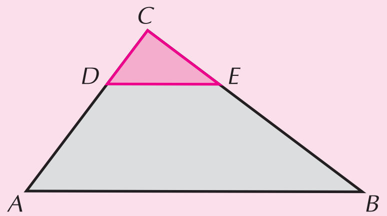
a. in ogni triangolo .... un cateto è .... tra .... e la proiezione .... sull'ipotenusa;

b. in ogni triangolo rettangolo .... relativa .... è media proporzionale tra le proiezioni .... sull'ipotenusa.

APPLICAZIONE

31 *Esercizio Svolto*

Nel triangolo *ABC* i lati *AB*, *BC* e *AC* sono lunghi rispettivamente 15 cm, 12 cm e 9 cm. Calcola il perimetro del triangolo *CDE* sapendo che il segmento *DE* è parallelo al lato *AB* ed è lungo 5 cm.



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 15$ cm	$2p_{(CDE)}$
$\overline{BC} = 12$ cm	
$\overline{AC} = 9$ cm	
$DE \parallel AB$	
$\overline{DE} = 5$ cm	

Per calcolare la misura dei lati CD e CE, applichiamo il teorema della parallela al lato di un triangolo:

- determiniamo CD: $AB : DE = AC : CD \rightarrow 15 : 5 = 9 : \overline{CD} \rightarrow \overline{CD} = \left(\frac{9 \cdot 5}{15}\right)$ cm $= 3$ cm
- determiniamo CE: $AB : DE = BC : CE \rightarrow 15 : 5 = 12 : \overline{CE} \rightarrow \overline{CE} = \left(\frac{5 \cdot 12}{15}\right)$ cm $= 4$ cm

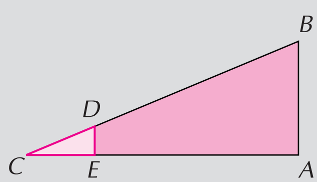
Calcoliamo il perimetro: $2p_{(CDE)} = \overline{DE} + \overline{CD} + \overline{CE} = (5 + 3 + 4)$ cm $= 12$ cm.

32 In un triangolo isoscele ABC la base AB e un lato obliquo misurano rispettivamente 20 cm e 16 cm. Dopo aver tracciato un segmento DE parallelo alla base e lungo 15 cm, calcola il perimetro del triangolo CDE. [39 cm]

33 In un triangolo ABC i lati AB, BC, AC sono lunghi rispettivamente 8 cm, 7 cm e 6 cm. Calcola il perimetro del triangolo CDE sapendo che il segmento DE è parallelo al lato AB ed è lungo 5 cm. [13,125 cm]

34 *Esercizio Guidato*

I cateti AB e AC di un triangolo rettangolo ABC misurano rispettivamente 15 cm e 36 cm. Ad una certa distanza dall'angolo retto è stato tracciato il segmento DE parallelo al cateto minore che lo divide nel triangolo DEC e nel trapezio rettangolo $ABDE$. Calcola il perimetro del trapezio sapendo che DE misura 3,75 cm.



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 15$ cm	$2p_{(ABDE)}$
$\overline{AC} = 36$ cm	
$AB \parallel DE$	
$\overline{ED} = 3{,}75$ cm	

Applichiamo il .... nel triangolo rettangolo ABC per determinare la misura dell'ipotenusa BC.

$\overline{BC} = \sqrt{\ldots\ldots + \ldots\ldots} = \sqrt{36^2 + 15^2}$ cm $= \sqrt{1296 + 225}$ cm $= \sqrt{1521}$ cm $= 39$ cm

Applichiamo il teorema della parallela ad un lato per calcolare la lunghezza dei segmenti DC e CE:

- $AB : \ldots\ldots = BC : DC \rightarrow 15 : 3{,}75 = 39 : \overline{DC} \rightarrow \overline{DC} = \frac{\ldots\ldots \cdot \ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ cm $= 9{,}75$ cm
- $AB : DE = AC : CE \rightarrow 15 : 3{,}75 = 36 : \overline{CE} \rightarrow \overline{CE} = \frac{\ldots\ldots \cdot \ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ cm $= 9$ cm

Determiniamo AE e BD come differenza di segmenti noti:

$\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CE} = (36 - 9)$ cm $= \ldots\ldots$ cm

$\overline{BD} = \ldots\ldots - \ldots\ldots = (\ldots\ldots - \ldots\ldots)$ cm $= 29{,}25$ cm

Da cui: $2p_{(ABDE)} = \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{ED} + \overline{AE} = (\ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots)$ cm $= 75$ cm.

35 I cateti AB e AC di un triangolo rettangolo ABC misurano rispettivamente 45 cm e 60 cm. Ad una certa distanza dall'angolo retto è stato tracciato il segmento DE parallelo al cateto maggiore che lo divide nel triangolo DEB e nel trapezio rettangolo $ACDE$. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che DE misura 12 cm. [168 cm; 1296 cm²]

36 *Esercizio Svolto*

In due triangoli simili due lati omologhi misurano rispettivamente 50 cm e 45 cm. Sapendo che il perimetro del primo triangolo è 120 cm calcola il perimetro del secondo.

Applichiamo direttamente il teorema dei perimetri:

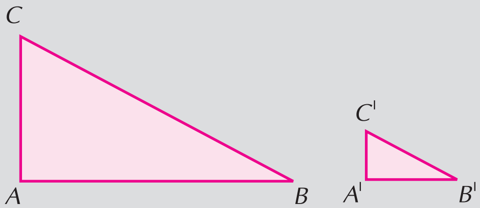
$$2p : 2p' = \ell : \ell' \quad \rightarrow \quad 120 : 2p' = 50 : 45 \quad \rightarrow \quad 2p' = \left(\frac{120 \cdot 45}{50}\right) \text{ cm} = 108 \text{ cm}.$$

37 In due triangoli simili due lati omologhi misurano rispettivamente 64 cm e 72 cm. Sapendo che il perimetro del primo triangolo è 160 cm, calcola il perimetro del secondo. [180 cm]

38 In due rettangoli simili le due basi misurano rispettivamente 18 cm e 27 cm. Sapendo che il perimetro del secondo rettangolo è 84 cm, calcola la misura dell'altezza del primo rettangolo. [10 cm]

39 *Esercizio Guidato*

Il perimetro di un triangolo rettangolo è 120 cm. Calcola la misura dei suoi lati sapendo che è simile ad un triangolo i cui cateti misurano 8 cm e 15 cm.



Dati	Incognite
$2p_{(ABC)} = 120$ cm	$\overline{AB}$
ABC simile $A'B'C'$	$\overline{BC}$
$\overline{A'C'} = 8$ cm	$\overline{CA}$
$\overline{A'B'} = 15$ cm	

È possibile determinare la misura dell'ipotenusa del secondo triangolo applicando il ....

$$\overline{B'C'} = \sqrt{\overline{A'B'}^2 + \overline{A'C'}^2} = \sqrt{\ldots. + \ldots.} \text{ cm} = \sqrt{225 + 64} \text{ cm} = \sqrt{289} \text{ cm} = 17 \text{ cm}$$

Da cui: $2p' = \overline{A'B'} + \overline{A'C'} + \overline{B'C'} = (15 + 8 + 17) \text{ cm} = 40 \text{ cm}$

Applichiamo ora la proporzione fra i perimetri e i lati dei due triangoli.

$2p' : 2p = A'B' : AB \quad \rightarrow \quad 40 : 120 = 15 : \overline{AB} \quad \rightarrow \quad \overline{AB} = (\ldots\ldots. \cdot \ldots\ldots. : \ldots\ldots.) \text{ cm} = 45 \text{ cm}$

$2p' : 2p = A'C' : AC \quad \rightarrow \quad 40 : 120 = 8 : \overline{AC} \quad \rightarrow \quad \overline{AC} = (\ldots\ldots. \cdot \ldots\ldots. : \ldots\ldots.) \text{ cm} = 24 \text{ cm}$

$2p' : 2p = B'C' : BC \quad \rightarrow \quad 40 : 120 = 17 : \overline{BC} \quad \rightarrow \quad \overline{BC} = (\ldots\ldots. \cdot \ldots\ldots. : \ldots\ldots.) \text{ cm} = 51 \text{ cm}.$

40 Il perimetro di un triangolo rettangolo è 30 dm. Calcola la sua area sapendo che è simile ad un triangolo con un cateto e l'ipotenusa che misurano rispettivamente 10 dm e 26 dm. [30 dm^2]

41 *Esercizio Svolto*

In due poligoni simili due lati omologhi misurano rispettivamente 30 dm e 45 dm. Calcola l'area del secondo poligono sapendo che l'area del primo è 1000 dm^2.

Applichiamo direttamente il teorema delle aree:

$$A : A' = \ell^2 : \ell'^2 \quad \rightarrow \quad 1000 : A' = 30^2 : 45^2 \quad \rightarrow \quad A' = \left(\frac{1000 \cdot 45^2}{30^2}\right) \text{ dm}^2 = 2250 \text{ dm}^2.$$

42 In due triangoli simili due lati omologhi misurano rispettivamente 14 cm e 8 cm. Calcola l'area del secondo triangolo sapendo che l'area del primo è 49 cm^2. [16 cm^2]

I TEOREMI DI EUCLIDE

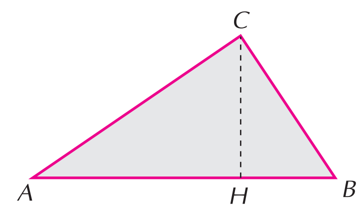
richiami della teoria

- **Primo teorema:** in ogni triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa;
- **Secondo teorema:** in ogni triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

COMPRENSIONE DELLA TEORIA

43 Considera la figura a lato e stabilisci quali delle relazioni indicate sono vere e quali false:

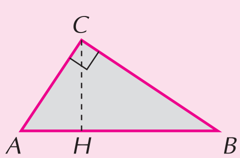
a. $AH : CH = CH : HB$; V F
b. $AC : CH = CH : BC$; V F
c. $AB : AH = AH : AC$; V F
d. $AB : BC = BC : HB$; V F
e. $AB : BC = BC : AH$. V F



APPLICAZIONE

44 *Esercizio Svolto*

Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa e la proiezione di un cateto su di essa misurano rispettivamente 75 m e 12 m.



Dati	Incognita
$\overline{AB} = 75$ m $\overline{AH} = 12$ m	$2p_{(ABC)}$

Con il primo teorema di Euclide possiamo calcolare la misura del cateto AC:

$AB : AC = AC : AH \quad \rightarrow \quad 75 : \overline{AC} = \overline{AC} : 12 \quad \rightarrow \quad \overline{AC} = \sqrt{75 \cdot 12}$ m $= 30$ m

Per calcolare la misura di BC si può applicare in alternativa:

- il teorema di Pitagora: $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{75^2 - 30^2}$ m $= 68{,}74$ m
- il primo teorema di Euclide $AB : BC = BC : HB$.

  Calcoliamo $\overline{BH} = \overline{AB} - \overline{AH} = (75 - 12)$ m $= 63$ m e sostituiamolo nella proporzione:

  $75 : \overline{BC} = \overline{BC} : 63 \quad \rightarrow \quad \overline{BC} = \sqrt{75 \cdot 63}$ m $= 68{,}74$ m

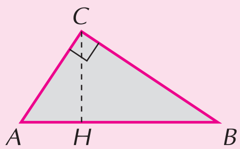
Calcoliamo ora il perimetro: $2p_{(ABC)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = (75 + 30 + 68{,}74)$ m $= 173{,}74$ m.

45 Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa e la proiezione di un cateto su di essa misurano rispettivamente 80 cm e 20 cm. [189,28 cm]

46 Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 48 cm e 38,4 cm. [144 cm]

47 *Esercizio Svolto*

In un triangolo rettangolo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano rispettivamente 20 dm e 45 dm. Calcola l'area del triangolo.



Dati	Incognita
$\overline{AH} = 20$ dm $\overline{HB} = 45$ dm	$A_{(ABC)}$

Con il secondo teorema di Euclide possiamo calcolare la misura dell'altezza CH:

$AH : CH = CH : HB \quad \rightarrow \quad 20 : \overline{CH} = \overline{CH} : 45 \quad \rightarrow \quad \overline{CH} = \sqrt{20 \cdot 45}$ dm $= 30$ dm

Osservando che $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = (20 + 45)$ dm $= 65$ dm

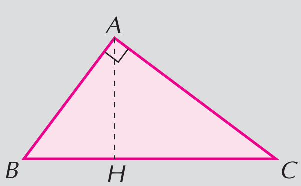
si ha $A_{(ABC)} = \left(\dfrac{65 \cdot 30}{2}\right)$ dm^2 $= 975$ dm^2.

48 In un triangolo rettangolo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano rispettivamente 98 cm e 50 cm. Calcola l'area del triangolo. [5180 cm^2]

49 In un triangolo rettangolo l'altezza e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa stessa misurano rispettivamente 18 dm e 12 dm. Calcola l'area del triangolo. [351 dm^2]

50 *Esercizio Guidato*

In un triangolo rettangolo il cateto minore e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 15 cm e 9 cm. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa e l'area del triangolo.



Dati	Incognite
$\overline{AB} = ...$ $\overline{BH} = ...$	$\overline{AH}$ $A_{(ABC)}$

Applichiamo il .... per calcolare la misura dell'ipotenusa BC:

$BC : ..... = ... : BH \quad \rightarrow \quad \overline{BC} : ..... = ... : 9 \quad \rightarrow \quad \overline{BC} = ... \cdot ..... : .....$ cm $= 25$ cm

Calcoliamo la misura della proiezione HC del cateto maggiore per differenza di segmenti noti:

$\overline{HC} = ... - ..... = (25 - .....)$ cm $= .....$ cm

Applichiamo ora il .... per calcolare la misura dell'altezza AH relativa all'ipotenusa:

$..... : AH = AH : ..... \quad \rightarrow \quad 9 : \overline{AH} = \overline{AH} : ..... \quad \rightarrow \quad \overline{AH} = \sqrt{..... \cdot .....}$ cm $= 12$ cm.

Calcoliamo l'area: $A_{(ABC)} = \overline{BC} \cdot .... : 2 = (.... \cdot .... : ....)$ cm^2 $= 150$ cm^2.

51 Calcola l'area e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 40 dm e 25 dm. [999,2 dm^2; 153,96 dm]

52 Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 30 cm e 18 cm. [24 cm; 120 cm]

53 Calcola il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo sapendo che la somma di un cateto e della sua proiezione sull'ipotenusa è 60 cm e che l'uno è $\dfrac{7}{5}$ dell'altra. [118,29 cm; 600,75 cm^2]

 © ISTITUTO ITALIANO EDIZIONI ATLAS

54 Calcola l'area e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano rispettivamente 20 cm e 45 cm. [975 cm^2; 155,13 cm]

55 Calcola l'area e il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'ipotenusa misura 169 dm e la differenza delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa stessa è lunga 119 dm. [5070 dm^2; 390 dm]

● **56** In un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa sono l'una $\frac{1}{4}$ dell'altra e la loro differenza misura 45 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [175,62 cm; 1125 cm^2]

● **57** Calcola il perimetro e l'area di un rettangolo sapendo che la sua altezza e la proiezione dell'altezza sulla diagonale misurano rispettivamente 26 dm e 10 dm. [176,8 dm; 1622,4 dm^2]

● **58** Sia *ABC* un triangolo inscritto in una semicirconferenza di diametro *AB*. Calcola il perimetro e l'area del triangolo sapendo che la proiezione del lato *BC* sul diametro e il raggio misurano rispettivamente 18 cm e 24 cm. [115,34 cm; 557,7 cm^2]

● **59** Sia *ABCD* un trapezio isoscele inscritto in una semicirconferenza. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che il lato obliquo e la sua proiezione sul diametro misurano rispettivamente 24 cm e 10 cm. [143,2 cm; 1038,5 cm^2]

● **60** Un rombo è circoscritto ad una circonferenza di raggio 16 cm. Calcola il perimetro e l'area del rombo sapendo che il lato del rombo è diviso dall'apotema in due parti la minore delle quali misura 12 cm. [133,3 cm; 1066,66 cm^2]

● **61** Sia *ABCD* un trapezio rettangolo in *A* e in *D*. Calcola il perimetro e l'area del trapezio sapendo che la base maggiore *AB*, la distanza del vertice *A* dalla diagonale *BD* e il lato obliquo misurano rispettivamente 60 cm, 36 cm e 50 cm. [193,21 cm; 2209,725 cm^2]