Concetti chiave e regole

Disposizioni e combinazioni

Considerati n oggetti si dice:

- **disposizione semplice** di classe k (con $k \leq n$) ogni allineamento di k oggetti scelti fra gli n disponibili (conta l'ordine)
- **combinazione semplice** di classe k (con $k \leq n$) ogni raggruppamento di k oggetti scelti fra gli n disponibili indipendentemente dall'ordine con cui vengono presi.

Si parla poi di disposizioni o combinazioni **con ripetizione** se ciascuno degli oggetti scelti può essere ripetuto più volte.

Il numero delle disposizioni o delle combinazioni che si possono fare con n oggetti si calcola con le seguenti formule:

- disposizioni semplici di classe k : $D_{n,k} = n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$ con $k \leq n$
- disposizioni con ripetizione di classe k : $D^r_{n,k} = n^k$ con $k \gtreqless n$
- disposizioni circolari di classe k: $D^c_{n,\,k} = \dfrac{D_{n,k}}{k}$
- permutazioni di n elementi: $P_n = n!$
- permutazioni di n elementi di cui h uguali fra loro, k uguali fra loro ..... $P^*_{n,\,h,\,k,\,.....} = \dfrac{n!}{h! \cdot k!.....}$
- permutazioni circolari di n elementi: $P^c_n = (n-1)!$
- combinazioni semplici di classe k : $C_{n,k} = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}$ con $k \leq n$
- combinazioni con ripetizione di classe k : $C^r_{n,k} = \dbinom{n+k-1}{k} = \dfrac{n(n+1)...(n+k-1)}{k!}$ con $k \gtreqless n$

Il coefficiente binomiale e il binomio di Newton

Il simbolo $\dbinom{n}{k}$ prende il nome di coefficiente binomiale e gode di alcune proprietà che sono espresse dalle seguenti relazioni:

- $\dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$
- $\dbinom{n}{0} = 1$ e $\dbinom{n}{1} = n$
- $\dbinom{n}{k} = \dbinom{n}{n-k}$
- $\dbinom{n}{k} = \dbinom{n-1}{k-1} + \dbinom{n-1}{k}$ **formula di Stifel**

La formula del binomio di Newton permette di calcolare la potenza n-esima di un binomio: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \dbinom{n}{k} a^{n-k} b^k$

dove il simbolo $\sum_{k=0}^{n}$ indica la somma dei termini della forma $\dbinom{n}{k} a^{n-k} b^k$ facendo variare k da 0 a n.