

Il confronto tra le tre tipologie di sconto

Nei precedenti paragrafi abbiamo imparato a calcolare lo sconto e quindi il valore attuale di un capitale in tre modi diversi:

- lo sconto semplice o razionale $V = \frac{C}{1 + it}$ $S_r = Vit$
- lo sconto commerciale $V = C(1 - dt)$ $S_c = Cdt$
- lo sconto composto $V = \frac{C}{(1 + i)^t}$ $S_{cp} = C[1 - (1 + i)^{-t}]$

e abbiamo poi visto che il tasso di interesse anticipato d è sempre minore del tasso posticipato i . Viene spontaneo allora chiedersi quale dei tre sconti sia il più conveniente.

Naturalmente la risposta a questa domanda è diversa a seconda del punto di vista: se per il debitore fosse, ad esempio, più conveniente applicare lo sconto commerciale rispetto a quello semplice, per il creditore sarebbe più conveniente quello semplice. Mettiamoci allora dal punto di vista del debitore e ragioniamo dapprima su un esempio; i risultati ottenuti saranno considerati all'opposto per il creditore.

Fra 10 mesi scade un debito di € 1000 che oggi vogliamo estinguere; conveniamo allora con il creditore un tasso annuo di sconto del 4%. Ci converrà che venga applicato lo sconto semplice, quello commerciale o quello composto?

Proviamo a calcolarli tutti e tre; ricaviamo innanzi tutto il tasso annuo di interesse i in funzione del tasso di sconto d : poiché $i = \frac{d}{1 - d}$, nel nostro caso otteniamo

$$i = \frac{0,04}{1 - 0,04} = 0,041\bar{6}$$

Adesso possiamo usare le formule note per calcolare i vari valori attuali.

- Se usiamo lo sconto semplice otteniamo $V_r = \frac{1000}{1 + 0,041\bar{6} \cdot \frac{10}{12}} = 966,44$ (€)
- Se usiamo lo sconto commerciale otteniamo $V_c = 1000 \left(1 - 0,04 \cdot \frac{10}{12}\right) = 966,67$ (€)
- Se usiamo lo sconto composto otteniamo $V_{cp} = 1000(1 + 0,041\bar{6})^{-\frac{10}{12}} = 966,55$ (€)

Per noi, cioè per il debitore, è più conveniente lo sconto semplice perché in questo regime dobbiamo restituire una somma minore. Ovviamente per il creditore le cose sono esattamente opposte e lo sconto più conveniente è quello commerciale.

Osserviamo, fra l'altro, che in questo esempio è

$$V_r < V_{cp} < V_c \quad \text{o anche} \quad S_r > S_{cp} > S_c$$

Supponiamo ora che il debito scada fra un anno anziché fra 10 mesi.

- Se usiamo lo sconto semplice otteniamo $V_r = \frac{1000}{1 + 0,041\bar{6} \cdot 1} = 960(\text{€})$
- Se usiamo lo sconto commerciale otteniamo $V_c = 1000(1 - 0,04 \cdot 1) = 960(\text{€})$
- Se usiamo lo sconto composto otteniamo $V_{cp} = 1000(1 + 0,041\bar{6})^{-1} = 960(\text{€})$

In questo caso accade che $V_r = V_{cp} = V_c$ o anche $S_r = S_{cp} = S_c$, quindi sia per noi che per il creditore è indifferente usare un tipo di sconto o un altro.

Vediamo cosa succede se il debito scade fra 1 anno e 6 mesi.

- Se usiamo lo sconto semplice otteniamo $V_r = \frac{1000}{1 + 0,041\bar{6} \cdot \frac{3}{2}} = 941,18(\text{€})$
- Se usiamo lo sconto commerciale otteniamo $V_c = 1000\left(1 - 0,04 \cdot \frac{3}{2}\right) = 940(\text{€})$
- Se usiamo lo sconto composto otteniamo $V_{cp} = 1000(1 + 0,041\bar{6})^{-\frac{3}{2}} = 940,60(\text{€})$

Per il debitore è più conveniente questa volta lo sconto commerciale, mentre per il creditore è più conveniente lo sconto semplice. Osserviamo che ora è

$$V_c < V_{cp} < V_r \quad \text{anche} \quad S_c > S_{cp} > S_r$$

Abbiamo visto dai tre esempi che per il debitore è più conveniente lo sconto semplice se il debito viene pagato in un tempo inferiore all'anno, mentre gli conviene lo sconto commerciale per un tempo superiore all'anno, è indifferente se il tempo è un anno.

Queste conclusioni possono essere generalizzate. Scriviamo le tre formule dello sconto:

$$S_r = \frac{Cit}{1 + it} \quad S_c = Cdt \quad S_{cp} = C[1 - (1 + i)^{-t}]$$

Per poter fare il confronto, sostituiamo, nella prima e nella terza relazione, al posto di i la sua espressione in funzione di d (la relazione è $i = \frac{d}{1 - d}$); dopo aver svolto i calcoli in modo opportuno otteniamo

$$S_r = \frac{Cdt}{1 + d(t - 1)} \quad S_c = Cdt \quad S_{cp} = C[1 - (1 - d)^t]$$

Osserviamo subito che per $t = 1$ le tre formule assumono lo stesso valore quindi, se il tempo è di un periodo, allora è indifferente la scelta fra i tre tipi di sconto.

Per confrontare S_r con S_c basta osservare che, poiché i numeratori delle due espressioni sono uguali, lo sconto semplice è minore di quello commerciale se il denominatore del primo sconto è maggiore di quello del secondo, cioè se

$$1 + d(t - 1) > 1 \quad \text{ovvero se} \quad t > 1$$

(ricorda che deve comunque essere $t < \frac{1}{d}$)

Confrontare S_r e S_c con S_{cp} è meno immediato; si perviene comunque alle seguenti conclusioni:

- se è $t = 1$ allora $S_r = S_c = S_{cp}$
- se è $t < 1$ allora $S_r > S_{cp} > S_c$
- se è $1 < t < \frac{1}{d}$ allora $S_r < S_{cp} < S_c$

La rappresentazione grafica delle tre funzioni di sconto ci dà conferma dei risultati esposti; fissando, a titolo di esempio, $d = 0,1$ e $C = 1000$ (€), le tre funzioni hanno equazione (con $t > 0$)

- $S_r = \frac{100t}{1 + 0,1(t-1)}$ che è un arco di iperbole
- $S_c = 100t$ che è una semiretta
- $S_{cp} = 1000[1 - (1 - 0,1)^t]$ che è un arco di funzione esponenziale

Tutte le curve passano per il punto $(1, 100)$ ed il loro grafico è rappresentato a lato.

In base a questa analisi, possiamo decidere, senza svolgere calcoli di sconti o di valori attuali, quale tipo di sconto conviene applicare. Possiamo subito dire che lo sconto composto non è mai conveniente nè per il creditore, nè per il debitore, salvo il caso in cui t coincide con il periodo unitario, perchè ha un valore che è sempre compreso fra gli altri due. È poi più conveniente per il debitore applicare lo sconto semplice se il periodo di scadenza è inferiore a quello unitario, è più conveniente lo sconto commerciale se il periodo di scadenza è maggiore di quello unitario.

Per esempio:

- se dobbiamo scontare una cambiale che scade fra 6 mesi ad un tasso annuo del 6%, conviene farci applicare lo sconto semplice perché 6 mesi è un tempo minore del periodo unitario che è l'anno
- se dobbiamo scontare la stessa cambiale ad un tasso trimestrale dell'1,5%, conviene di più lo sconto commerciale perchè 6 mesi è un tempo maggiore del periodo unitario che è il trimestre.

