Esercizi di consolidamento

Il sistema di riferimento cartesiano

1 Trova le misure dei segmenti che hanno come estremi le seguenti coppie di punti e le coordinate dei loro punti medi.

$A(2, -3)$ $\quad B\left(1, \frac{1}{3}\right)$; $\quad C\left(0, \frac{1}{4}\right)$ $\quad D\left(-2, \frac{1}{2}\right)$; $\quad E(3, 4)$ $\quad F\left(\frac{7}{2}, -1\right)$

2 Trova i secondi estremi dei seguenti segmenti di cui sono noti il primo estremo e il punto medio.

$A(4, 1)$ $\quad M_1\left(8, -\frac{1}{2}\right)$; $\quad C\left(3, \frac{3}{4}\right)$ $\quad M_2\left(\frac{7}{2}, \frac{9}{4}\right)$; $\quad E\left(-13, \frac{11}{2}\right)$ $\quad M_3\left(-6, \frac{13}{4}\right)$

Determina le coordinate dei punti medi dei segmenti che hanno per estremi le seguenti coppie di punti.

3 **a.** $A(-4, 2)$ $\quad B(6, -1)$ **b.** $C(6, 3)$ $\quad D(-2, 1)$

4 **a.** $A\left(-\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$ $\quad B\left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ **b.** $C\left(-\frac{5}{3}, \frac{4}{3}\right)$ $\quad D\left(\frac{1}{6}, -\frac{4}{3}\right)$

5 **a.** $A\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ $\quad B\left(\frac{1}{3}, 5\right)$ **b.** $C\left(-\frac{1}{5}, -\frac{1}{2}\right)$ $\quad D\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

6 **esercizio guidato**

Calcola le coordinate di un punto P, appartenente all'asse delle ordinate, in modo che sia equidistante dai punti $R(1, 3)$ ed $S(-1, 4)$.

Un punto che appartiene all'asse delle ordinate ha ascissa nulla, quindi possiamo indicare con $(0, k)$ le sue coordinate; di conseguenza:

$$\overline{PR} = \sqrt{(0-1)^2 + (k-3)^2} \qquad \text{e} \qquad \overline{PS} = \sqrt{(0+1)^2 + (k-4)^2}$$

Osserviamo adesso che se deve essere $\overline{PR} = \overline{PS}$, sarà anche $\overline{PR}^2 = \overline{PS}^2$; si deve quindi risolvere l'equazione

$$\cancel{1} + (k-3)^2 = \cancel{1} + (k-4)^2 \quad \rightarrow \quad \cancel{k^2} - 6k + 9 = \cancel{k^2} - 8k + 16 \quad \rightarrow \quad 2k = 7 \quad \rightarrow \quad k = \frac{7}{2}$$

Il punto P ha dunque coordinate $\left(0, \frac{7}{2}\right)$.

7 Calcola le coordinate di un punto P, appartenente all'asse delle ascisse, equidistante da $Q(2, 3)$ e da $T(1, -2)$. $[P(4, 0)]$

8 Un punto A ha ascissa 3; calcola la sua ordinata in modo che A sia equidistante dai punti $R(-1, 1)$ e $S(6, 2)$. $[A(3, -2)]$

9 Calcola la distanza dell'origine O dal punto medio M del segmento di estremi $A(-3, -3)$ e $B\left(-3, \frac{1}{2}\right)$. $\left[\frac{13}{4}\right]$

10 Indicato con $M(3, 1)$ il punto medio del segmento AB, calcola le coordinate del punto B sapendo che $A(-1, 2)$. [$B(7, 0)$]

11 Trova il valore del parametro reale h per il quale l'ascissa del punto medio del segmento di estremi $P(h+3, 3h-5)$ e $Q(h+1, h-3)$ è uguale all'ordinata del punto medio del segmento di estremi $A(-1, -2)$ e $B(3, -4)$. Calcola poi la distanza fra i due punti medi. $\left[h=-5; \sqrt{137}\right]$

12 Dopo avere rappresentato nel piano i punti $A(4, 6)$, $B(6, -8)$, $C(-1, -3)$, $D(11, 1)$, calcola le coordinate dei punti medi di AB e CD. In base ai risultati ottenuti che cosa puoi dire sul quadrilatero $ACBD$?

13 Verifica che il triangolo di vertici $A(-2, 2)$, $B(2, 0)$, $C(2, 5)$ è isoscele di base AB e calcola la sua area. [area $= 10$]

14 Dato il triangolo di vertici $A(-3, 2)$, $B(7, 0)$, $C(3, 6)$, verifica che è isoscele e calcolane il perimetro. Indicato poi con MNP il triangolo che ha per vertici i punti medi dei lati del triangolo, verifica che il perimetro di tale triangolo è la metà di quello del triangolo dato. $\left[2p(ABC) = 4\sqrt{13} + 2\sqrt{26}\right]$

15 Trova un punto P sul segmento AB di estremi $A(-2, -3)$ e $B(5, 4)$ che lo divida in parti proporzionali ai numeri 3 e 2. $\left[\left(\frac{11}{5}, \frac{6}{5}\right)\right]$

16 Un parallelogramma $ABCD$ ha i primi tre vertici nei punti $A(-2, -1)$, $B(2, 0)$, $C(4, 5)$; trova le coordinate del quarto vertice D. [$D(0, 4)$]

17 I punti $A\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ e $C\left(\frac{3}{2}, -6\right)$ sono i vertici opposti di un parallelogramma. Trova le coordinate del punto d'incontro delle diagonali. $\left[\left(\frac{1}{2}, -2\right)\right]$

18 Il parallelogramma $ABCD$ ha tre vertici nei punti $A(1, 2)$, $B(4, -1)$, $C(7, 4)$; trova le coordinate del punto P di intersezione delle diagonali e del quarto vertice D. [$D(4, 7)$; $P(4, 3)$]

19 Un rombo ha due vertici consecutivi nei punti $A(-2, -2)$ e $B(1, 2)$ e il lato BC è parallelo all'asse x. Trova le coordinate degli altri due vertici. [$C_1(6, 2)$; $D_1(3, -2)$; $C_2(-4, 2)$; $D_2(-7, -2)$]

20 Un parallelogramma $ABCD$ ha per vertici i punti $A\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$, $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$, $D\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$; trova le coordinate del vertice C e verifica che si tratta di un rettangolo. [$C(-1, -1)$]

21 Determina i vertici B e C di un triangolo conoscendo le coordinate del vertice $A(-1, 1)$ e i punti medi $M(7, 4)$ di AB e $N(14, 8)$ di BC. [$B(15, 7)$; $C(13, 9)$]

22 Dati i punti $A(-2, 6)$ e $B(4, -4)$, determina i valori dei parametri reali h e k in modo che il punto $M(h+2, 3k-2)$ sia medio fra A e B. Verifica che per tali valori di h e k il punto $P(h+7, k+3)$ forma un triangolo APB isocele di base AB; calcola infine il perimetro e l'area di tale triangolo. $\left[h=-1, k=1; 2p = 4\sqrt{17} + 2\sqrt{34}; \text{area} = 34\right]$

23 Il triangolo ABC ha vertici nei punti $A(-1, 2)$, $B(5, 0)$, $C(1, 6)$. Calcola le coordinate del suo baricentro. $\left[\left(\frac{5}{3}, \frac{8}{3}\right)\right]$

24 Dato il triangolo ABC con $A(-2, 2)$, $B(6, 2)$, $C(2, 8)$ trova le coordinate del baricentro e la sua distanza dai tre vertici del triangolo. Dai risultati ottenuti, che cosa puoi dire delle mediane relative ai lati AC e BC e del triangolo ABC? $\left[(2, 4); 2\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, 4\right]$

25 Trova le coordinate del vertice C di un triangolo ABC conoscendo le coordinate degli altri due vertici $A(3, -5)$ e $B(7, 3)$ e quelle del baricentro $G(6, 4)$. [$C(8, 14)$]

26 Il segmento AB misura $\sqrt{13}$; se $A(k, 1)$ e $B(k+2, 2-4k)$ quali sono le coordinate dei suoi estremi?

$\left[A_1\left(-\frac{1}{2}, 1\right), B_1\left(\frac{3}{2}, 4\right); A_2(1, 1), B_2(3, -2)\right]$

27 Il baricentro di un triangolo ABC ha coordinate $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ e due vertici sono i punti $A(0, 2)$ e $B\left(\frac{7}{2}, 1\right)$. Trova le coordinate del vertice C e verifica poi che il baricentro divide ciascuna mediana in due parti tali che quella che contiene il vertice è doppia dell'altra. $[C(1, -6)]$

28 Un parallelogramma ha centro nel punto $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$ e due vertici nei punti $A(1, 2)$ e $B\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$; trova le coordinate degli altri due vertici e verifica che si tratta di un rombo. $\left[C(-5, -1), D\left(-3, \frac{5}{2}\right)\right]$

29 I punti $A\left(-1, \frac{1}{2}\right)$, $B(3, 2)$, $C\left(\frac{9}{2}, -2\right)$ sono i primi tre vertici del parallelogramma $ABCD$; dopo aver trovato le coordinate del punto D, verifica che si tratta di un quadrato. $\left[D\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}\right)\right]$

30 Trova le coordinate del punto P sull'asse x che è equidistante dai punti $A\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ e $B\left(\frac{5}{3}, 1\right)$ e calcola poi il perimetro e l'area del triangolo ABP.

$\left[P\left(\frac{1}{2}, 0\right); \text{perimetro} = \frac{2}{3}\sqrt{17} + \frac{1}{3}\sqrt{85}; \text{area} = \frac{17}{18}\right]$

31 Un punto P è equidistante dai punti $A(-1, 2)$ e $B(3, -1)$ e di esso si sa inoltre che la sua ascissa è uguale alla sua ordinata; calcola le sue coordinate e determina poi la sua distanza dal segmento AB.

$\left[P\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right); d = \frac{5}{2}\right]$

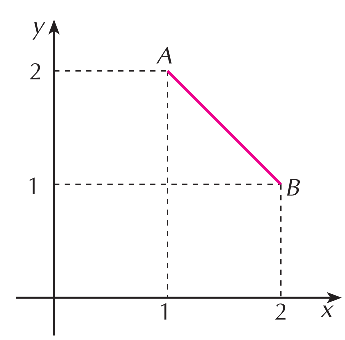
32 I punti $A(-5, 4)$ e $B(3, 0)$ sono due vertici del triangolo ABC di cui $M(0, 5)$ è il punto medio del lato AC. Trova le coordinate del vertice C e stabilisci se si tratta di un triangolo rettangolo. $[C(5, 6)]$

33 I punti di coordinate $(-1, 3)$, $(4, 5)$, $(2, -1)$ sono tre dei vertici di un parallelogramma; trova le coordinate del quarto e verifica che esistono tre soluzioni. $[(7, 1); (1, 9); (-3, -3)]$

34 Dato il segmento AB in figura, quali coordinate hanno gli estremi del segmento $A'B'$ simmetrico di AB rispetto all'asse delle ascisse?

a. $A'(+1, -2)$ $B'(+2, -1)$
b. $A'(-1, +2)$ $B'(-2, +1)$
c. $A'(+1, +2)$ $B'(+2, -1)$
d. $A'(-1, -2)$ $B'(-2, -1)$

[**a.**]



La retta nel piano cartesiano

35 Quale delle seguenti rette passa per il punto $P(-1, 2)$?

a. $y = x - \frac{5}{2}$ **b.** $y = 2x - 5$ **c.** $2x - y + 5 = 0$ **d.** $2y - x - 5 = 0$ [**d.**]

36 Stabilisci per via analitica se i punti $A\left(1, \frac{5}{4}\right)$, $B\left(\frac{5}{4}, 1\right)$, $C\left(\frac{4}{5}, 1\right)$, $O(0, 0)$, $D\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$ appartengono alla retta di equazione $y = \frac{5}{4}x$. Controlla l'esattezza delle tue conclusioni riportando i punti e la retta su un grafico.

37 Scrivi le equazioni delle rette che passano per l'origine degli assi cartesiani e per i punti indicati di seguito:

a. $A(-3, 2)$ **b.** $B\left(\frac{5}{2}, 1\right)$ **c.** $C(-\sqrt{2}, 2)$ **d.** $D\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

38 Scrivi in forma implicita l'equazione della retta di coefficiente angolare m e ordinata all'origine assegnata in ciascuno dei seguenti casi e costruiscine poi il grafico:

a. $m = \frac{3}{4}$ $q = 3$ **b.** $m = -2$ $q = \frac{2}{5}$

c. $m = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ $q = \frac{1}{6}$ **d.** $m = -1$ $q = \frac{\sqrt{3}}{3}$

39 **esercizio guidato**

Scrivi l'equazione della retta che passa per i punti $A\left(3, -\frac{1}{5}\right)$ e $B\left(\frac{2}{5}, -1\right)$.

I due punti non hanno né la stessa ascissa, né la stessa ordinata; la retta non è quindi parallela agli assi cartesiani. Possiamo procedere in due modi:

- calcolando il coefficiente angolare della retta $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-\frac{1}{5} + 1}{3 - \frac{2}{5}} = \frac{4}{13}$

  e poi usando la formula $y - y_0 = m(x - x_0)$.

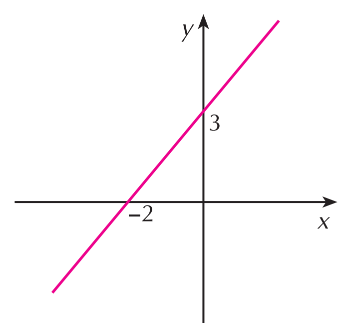
  Pertanto scegliendo il punto B: $y + 1 = \frac{4}{13}\left(x - \frac{2}{5}\right) \rightarrow y = \frac{4}{13}x - \frac{73}{65}$

- applicando la formula $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$: $\frac{y + \frac{1}{5}}{-1 + \frac{1}{5}} = \frac{x - 3}{\frac{2}{5} - 3} \rightarrow$

  $\rightarrow -\frac{13}{5}\left(y + \frac{1}{5}\right) = -\frac{4}{5}(x - 3) \rightarrow y = \frac{4}{13}x - \frac{73}{65}$

40 Qual è l'equazione della retta in figura?

a. $y = 3$
b. $y = 3(x + 2)$
c. $2y - 6 = 3x$
d. $y = -2x + 3$ [c.]



41 Scrivi l'equazione della retta che passa per i punti $A\left(-2, \frac{1}{2}\right)$ e $B(1, 3)$ e stabilisci se il punto $C(-2, 1)$ le appartiene. [$5x - 6y + 13$; no]

42 Scrivi l'equazione della retta r che passa per i punti $A(1, 0)$ e $B(2, 4)$, trova le coordinate del suo punto C di intersezione con l'asse y e scrivi l'equazione della retta s che passa per C e ha lo stesso coefficiente angolare della retta $6y - 2x + 5 = 0$. $\left[r: y = 4x - 4;\ s: y = \frac{1}{3}x - 4\right]$

43 Stabilisci se le seguenti terne di punti sono allineate:

a. $A(2, 7)$; $B(-1, 2)$; $C(0, 1)$ [no]

b. $A(1, 5)$; $B(2, -2)$; $C(3, 1)$ [no]

c. $A(2, 0)$; $B(-1, 3)$; $C(-2, 4)$ [si]

d. $A(-3, 1)$; $B(-2, 5)$; $C(-1, 6)$ [no]

e. $A(3, -4)$; $B(-1, 0)$; $C(0, -1)$ [si]

44 Individua se le seguenti coppie di rette sono parallele o perpendicolari:

a. $y = 2x + 5$ $\quad 3y - 6x = 0$ [parallele]

b. $12y + 6x - 4 = 0$ $\quad y = 2x$ [perpendicolari]

c. $3y = 2x - 4$ $\quad 2y - 6x = 11$ [né parallele né perpendicolari]

d. $x = 4y - \frac{3}{4}$ $\quad 2y = 2 - 8x$ [perpendicolari]

e. $y + 4 = 0$ $\quad 4x = 7$ [perpendicolari]

45 È data la retta di equazione $3x + 4y - 2 = 0$; a quale delle rette rappresentate dalle seguenti equazioni risulta perpendicolare?

a. $3x - 4y + 1 = 0$ **b.** $4x - 3y = 0$ **c.** $4x + 3y - 5 = 0$ **d.** $3x + 4y - 7 = 0$ [**b.**]

46 Per quale valore del parametro reale k la retta di equazione $(k - 1)x + 2ky - 5 = 0$ passa per il punto $A(1, -1)$?

a. -6 **b.** $\frac{5}{2}$ **c.** 6 **d.** 0 [**a.**]

47 Per quale valore di k le rette di equazioni $3x + ky - 2 = 0$ e $3y - 2kx + 3 = 0$ sono parallele?

a. $k = -\frac{3}{2}$ **b.** $k = \frac{3}{2}$ **c.** $k = -\frac{2}{3}$ **d.** per nessun valore di k [**d.**]

48 Scrivi l'equazione delle rette che passano per il punto P ed hanno il coefficiente angolare dato:

a. $P(0, -2)$ $\quad m = -1$ $[y = -x - 2]$

b. $P(2, 1)$ $\quad m = \frac{1}{3}$ $\left[y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right]$

c. $P(-1, 1)$ $\quad m = -\frac{1}{4}$ $\left[y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}\right]$

d. $P\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ $\quad m = 3$ $[y = 3x + 1]$

49 Scrivi l'equazione della retta che passa per l'origine degli assi ed è parallela a quella di equazione $-x + 3y - 5 = 0$. $[3y - x = 0]$

50 Scrivi l'equazione della retta che ha ordinata all'origine -2 ed è parallela a quella di equazione $2x - 5y + 1 = 0$. $[2x - 5y - 10 = 0]$

51 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto $P\left(\frac{1}{3}, -2\right)$ ed è parallela a quella di equazione $-5x + y + 4 = 0$. $[15x - 3y - 11 = 0]$

52 Scrivi l'equazione della retta che passa per l'origine degli assi ed è perpendicolare a quella di equazione $x - 3y + 5 = 0$. $[3x + y = 0]$

53 Scrivi l'equazione della retta che ha ordinata all'origine 5 ed è perpendicolare a quella di equazione $10x - 5y + 3 = 0$. $[x + 2y - 10 = 0]$

54 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto $P\left(\frac{1}{3}, -2\right)$ ed è perpendicolare a quella di equazione $y = -\frac{2}{3}x + 1$. $[3x - 2y - 5 = 0]$

55 Dopo aver determinato il coefficiente angolare della retta r che passa per i punti $A(2, -3)$ e $B(-3, 7)$, scrivi le equazioni delle rette rispettivamente parallela e perpendicolare a r e passanti per il punto $P(1, 1)$. $[2x + y - 3 = 0;\ x - 2y + 1 = 0]$

56 Fra le rette parallele a quella di equazione $x + 2y - 6 = 0$ determina quella che passa per il punto $P\left(-1, \frac{1}{2}\right)$. $[x + 2y = 0]$

57 Scrivi l'equazione della retta perpendicolare a quella di equazione $y = -3x + 4$ e passante per $P\left(\frac{3}{2}, -5\right)$. $\left[y = \frac{1}{3}x - \frac{11}{2}\right]$

58 Scrivi le equazioni delle rette passanti per il punto $P\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)$ e rispettivamente parallela e perpendicolare alla bisettrice del secondo e quarto quadrante. $[4x - 4y - 5 = 0;\ 4x + 4y - 1 = 0]$

59 Scrivi l'equazione della retta perpendicolare alla retta r di equazione $y = -\frac{3}{7}x + 5$ e che passa per il punto di intersezione fra r e l'asse y. $[7x - 3y + 15 = 0]$

60 Fra le rette che passano per il punto $P(2, -5)$ determina quella parallela alla retta $2y - x + 1 = 0$. $[x - 2y - 12 = 0]$

61 Verifica che il triangolo di vertici $A(6, 4)$, $B(2, 2)$, $C(5, -4)$ è rettangolo in B e che M, punto medio dell'ipotenusa, è equidistante dai tre vertici.
(Suggerimento: verifica che le rette AB e BC sono perpendicolari)

62 Scrivi l'equazione della retta passante per $A(3, -2)$ e parallela alla retta passante per $P\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ e $Q(3, 4)$. $[y = 2x - 8]$

63 Scrivi l'equazione dell'asse del segmento di estremi $A(3, 1)$ e $B(-1, -1)$. $[y = -2x + 2]$

64 Sono dati i punti $A(-7, 5)$, $B(4, -5)$, $C(-5, 8)$, $D(6, -2)$. Dopo averli disegnati nel piano cartesiano, calcola le coordinate dei punti M e N rispettivamente punti medi di AB e CD. Verifica quindi che le rette AB e CD sono parallele così come le rette AC, MN, BD.

65 Calcola la distanza del punto $P(1, -1)$ dalla retta passante per i punti di coordinate $(-1, 2)$ e $(4, -2)$. $\left[\frac{7\sqrt{41}}{41}\right]$

66 Calcola la distanza del punto $P(3, -4)$ dalla retta che taglia gli assi cartesiani nei punti di ascissa -3 e ordinata 2. $\left[\frac{24\sqrt{13}}{13}\right]$

67 Il punto $B\left(\frac{7}{2}, 4\right)$ è il punto di intersezione di due rette perpendicolari r e s; la retta r passa anche per il punto $A(1, -2)$, mentre il punto C di s ha ordinata 9. Calcola l'area del triangolo ABC. $\left[\frac{169}{4}\right]$

68 Un triangolo rettangolo in $B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ è anche isoscele, ed ha i vertici A e C entrambi di ascissa $-\frac{3}{2}$. Dopo aver trovato le coordinate di questi due punti, calcola perimetro e area del triangolo.
$\left[\text{perimetro} = 4\left(\sqrt{2}+1\right);\ \text{area} = 4\right]$

69 Il segmento AB, lungo 5, appartiene alla retta $y = \frac{4}{3}x + 1$ e le coordinate del suo punto medio M sono $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$; trova le coordinate di A e B. $[A(0, 1);\ B(3, 5)]$

70 Il segmento AB, lungo $\sqrt{5}$, appartiene ad una retta di coefficiente angolare $\frac{1}{2}$; se le coordinate di A sono $(2, 1)$ quali sono quelle di B? $[(0, 0) \vee (4, 2)]$

71 Le rette $t: 2x - 3y - 2 = 0$ e $r: 3x + y - 25 = 0$ si intersecano in B; una parallela alla retta r passante per il punto di coordinate $\left(\frac{5}{3}, -2\right)$ interseca t in A; indicato con A' il punto proiezione di A sull'asse delle ordinate, calcola l'area del parallelogramma che ha AA' e AB come vertici consecutivi. [4]

72 Sono dati i punti $A\left(-1, \frac{5}{2}\right)$, $B\left(1, \frac{3}{2}\right)$, $C\left(\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right)$, $D\left(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2}\right)$; scrivi le equazioni delle rette r e s rispettivamente assi dei segmenti AB e CD e calcola il loro punto di intersezione E. Indicato con P il punto di ordinata positiva appartenente alla retta r che ha distanza uguale a $\frac{1}{\sqrt{17}}$ dalla retta s, calcola l'area del triangolo EPH essendo H il punto medio del segmento CD.
$\left[E(-1, 0);\ P\left(-\frac{6}{7}, \frac{2}{7}\right);\ H\left(5, \frac{3}{2}\right);\ \text{area} = \frac{3}{4}\right]$

73 Il segmento AB, lungo $\frac{5}{2}$, appartiene ad una retta con coefficiente angolare $-\frac{3}{4}$; se le coordinate di A sono $(-1, 4)$ quali sono quelle di B?
$\left[\left(1, \frac{5}{2}\right) \vee \left(-3, \frac{11}{2}\right)\right]$

74 Scrivi le equazioni delle due rette r e s passanti rispettivamente per i punti $D\left(\frac{5}{2}, -\frac{11}{2}\right)$ e $C\left(\frac{15}{2}, -11\right)$ ed entrambe di coefficiente angolare $-\frac{12}{5}$ e indica con A e B le loro intersezioni con l'asse y. Individua la natura del quadrilatero convesso che ha per vertici i punti A, B, C, D e calcolane l'area.
$\left[\frac{65}{2}\right]$

75 Un rombo ha un vertice nel punto $A(1, 0)$ e le sue diagonali si intersecano in $P(2, 2)$; calcola le coordinate degli altri vertici sapendo che ha area uguale a 5.
$\left[\left(3, \frac{3}{2}\right), (3, 4), \left(1, \frac{5}{2}\right)\right]$

76 Dato il triangolo $A\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right)B\left(\sqrt{3}, \frac{3}{2}\right)C\left(\sqrt{3}, \frac{7}{2}\right)$, scrivi le equazioni delle rette dei suoi lati, verifica che si tratta di un triangolo isoscele e trova le coordinate del punto D che, insieme ai precedenti, forma un rombo.

$$\left[y = \frac{2}{\sqrt{3}}x - \frac{1}{2};\ y = -\frac{2}{\sqrt{3}}x + \frac{11}{2};\ y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + 4;\ x = \sqrt{3};\ D\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right)\right]$$

77 Verifica che il quadrilatero $ABCD$ di vertici $A\left(-2, \frac{1}{2}\right)$, $B(-1, -1)$, $C(2, 1)$, $D\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ è un trapezio rettangolo di base maggiore BC; calcolane quindi il perimetro e l'area.
(Suggerimento: devi verificare che i lati delle basi sono paralleli e che uno dei lati obliqui è perpendicolare alle basi; non serve calcolare le equazioni delle rette, bastano i loro coefficienti angolari)

$$\left[\text{perimetro} = \frac{1}{2}\left(4\sqrt{13} + \sqrt{26}\right);\ \text{area} = \frac{39}{8}\right]$$

78 Dopo aver verificato che il quadrilatero $A(-2, 4)$, $B\left(\frac{1}{2}, 9\right)$, $C\left(\frac{5}{2}, \frac{21}{2}\right)$, $D\left(8, \frac{23}{2}\right)$ è un trapezio isoscele calcolane area e perimetro.

$$\left[\text{area} = \frac{75}{4};\ \text{perimetro} = 5\left(\sqrt{5} + 3\right)\right]$$

79 Scrivi le equazioni delle rette dei lati del triangolo ABC i cui vertici hanno coordinate $A(3, 6)$, $B(0, 2)$, $C\left(\frac{63}{5}, -\frac{6}{5}\right)$. Calcola poi il perimetro e l'area del triangolo.

$$\left[y = \frac{4}{3}x + 2;\ y = -\frac{3}{4}x + \frac{33}{4};\ y = -\frac{16}{63}x + ;\ \text{perimetro} = 30;\ \text{area} = 30\right]$$

80 Determina la natura del quadrilatero $ABCD$ di vertici $A(3, 5)$, $B\left(\frac{15}{2}, 11\right)$, $C(-1, 8)$, $D\left(\frac{7}{2}, 14\right)$ e calcolane poi il perimetro e l'area.

$$\left[\text{è un rettangolo; perimetro} = 25;\ \text{area} = \frac{75}{2}\right]$$

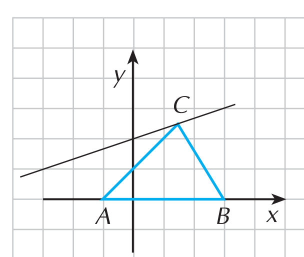
81 Data la retta s di equazione $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ siano A e D i suoi punti di ascissa 0 e 2; scrivi le equazioni delle rette r e t entrambe di coefficiente angolare $-\frac{1}{18}$ che passano rispettivamente per A e per D; indicato poi con C il punto di r di ascissa 1 e con B il punto di t di ascissa 3, calcola l'area del quadrilatero $ACBD$ dopo averne individuata la natura.

$$\left[\frac{25}{18}\right]$$

82 **esercizio guidato**

Un triangolo ha area 5 e due vertici nei punti $A(-1, 0)$ e $B(3, 0)$; trova le coordinate del terzo vertice C sapendo che si trova nel primo quadrante e che appartiene alla retta di equazione $y = \frac{1}{3}x + 2$.

- Considera il lato AB come base del triangolo: $\overline{AB} = \ldots\ldots$
- se l'area è uguale a 5, l'altezza misura: ....
- il punto C appartiene alla retta data ed ha quindi coordinate generiche $\left(k, \frac{1}{3}k + 2\right)$
- la sua distanza dalla retta AB, che è l'asse delle ascisse, è quindi $\left|\frac{1}{3}k + 2\right|$



Basta adesso imporre che la distanza sia uguale all'altezza.

$$\left[\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)\right]$$

83 Sono dati i punti $A(-3,\ 2)$, $B\left(-1,\ -\frac{2}{3}\right)$, $C\left(\frac{7}{2},\ \frac{5}{48}\right)$, $D\left(5,\ \frac{59}{48}\right)$; un triangolo ha due vertici nei punti medi dei segmenti AB e CD ed il terzo vertice è l'intersezione degli assi di questi due segmenti. Dopo aver individuato la natura di questo triangolo, trovane il perimetro e l'area.

$\left[\text{perimetro} = 15;\ \text{area} = \frac{75}{8}\right]$

84 Un triangolo ha per lati le rette di equazioni $y = \frac{1}{2}x + 3$, $3x + 2y - 22 = 0$, $3x + 10y - 14 = 0$; trova le coordinate dei suoi vertici e la misura delle tre altezze. $\left[(8,\ -1),\ (4,\ 5),\ (-2,\ 2);\ \frac{16}{\sqrt{5}},\ \frac{24}{\sqrt{13}},\ \frac{48}{\sqrt{109}}\right]$

85 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto medio del segmento di estremi $A\left(-1,\ -\frac{2}{3}\right)$ e $B\left(\frac{5}{3},\ 2\right)$ e che intercetta sull'asse y un segmento doppio di quello intercettato sull'asse x.

$[6x + 3y - 4 = 0]$

86 Dati i punti $A(-3,\ 2)$, $B(1,\ 4)$, $C(5,\ 0)$, trova le coordinate del punto P di intersezione degli assi dei segmenti AB e BC e verifica che anche l'asse del segmento AC passa per P.

$\left[P\left(\frac{2}{3},\ -\frac{1}{3}\right)\right]$

87 Trova le coordinate dei vertici mancanti del quadrato $ABCD$ sapendo che un lato ha per estremi i punti $A\left(\frac{4}{3},\ 1\right)$ e $B(3,\ 5)$ e che i lati ad esso perpendicolari intersecano l'asse delle ordinate. Calcolane quindi il perimetro e l'area. $\left[\left(-\frac{8}{3},\ \frac{8}{3}\right)\left(-1,\ \frac{20}{3}\right);\ \text{perimetro} = \frac{52}{3};\ \text{area} = \frac{169}{9}\right]$

88 Fra le rette di equazione $x - 2(k+1)y - 3k = 0$ individua:

a. la retta r che passa per l'origine $[x - 2y = 0]$

b. la retta s che, insieme con r, e con l'asse y forma un triangolo di area $\frac{15}{2}$.

$[13x - 6y + 30 = 0;\ 7x + 6y + 30 = 0]$

89 Di un rettangolo $ABCD$ si sa che il vertice A ha coordinate $(1,\ 4)$, il punto B appartiene all'asse x ed il lato AB appartiene ad una retta di coefficiente angolare -1; il centro del rettangolo è il punto P di coordinate $(4,\ 3)$. Trova le equazioni dei suoi lati e le coordinate dei rimanenti vertici.

$[B(5,\ 0),\ C(7,\ 2),\ D(3,\ 6);\ y = x + 3,\ y = x - 5,\ y = -x + 5,\ y = -x + 9]$

90 Il triangolo ABC, isoscele di base AB ha il lato AB che appartiene alla retta di equazione $2x + y = 0$ e il lato AC sulla retta di equazione $y = 4$; trova le coordinate dei vertici del triangolo sapendo che i lati congruenti misurano 6. $\left[A(-2,\ 4);\ B_1\left(\frac{2}{5},\ -\frac{4}{5}\right);\ C_1(4,\ 4);\ B_2\left(-\frac{22}{5},\ \frac{44}{5}\right);\ C_2(-8,\ 4)\right]$

91 Un triangolo ABC ha area $\frac{21}{2}$ e due suoi vertici sono i punti $A(-2,\ 2)$ e $B(4,\ -1)$. Trova le coordinate del vertice C sapendo che appartiene alla retta di equazione $x - 4y + 15 = 0$. $\left[C_1(1,\ 4);\ C_2\left(-\frac{25}{3},\ \frac{5}{3}\right)\right]$

92 Scrivi l'equazione delle parallele alla bisettrice del primo e terzo quadrante che distano da essa $3\sqrt{2}$; siano r la parallela di ordinata positiva e s quella di ordinata negativa. La prima interseca l'asse delle ordinate nel punto Q, la seconda interseca l'asse delle ascisse in R. Se P è il punto della bisettrice di ascissa 8, quali sono le coordinate del centro della circonferenza circoscritta al triangolo PQR?

$\left[\left(\frac{23}{5},\ \frac{23}{5}\right)\right]$