APPROFONDIMENTO

Le proprietà delle operazioni fra insiemi

Abbiamo visto che le operazioni di unione e intersezione sono commutative mentre non lo è l'operazione di differenza. Evidenziamo nelle seguenti tabelle le principali proprietà dell'unione e dell'intersezione; esse possono essere facilmente dimostrate con l'aiuto dei diagrammi di Eulero-Venn:

PROPRIETÀ DELL'INTERSEZIONE	
commutativa	$A \cap B = B \cap A$
associativa	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
distributiva rispetto all'unione	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

PROPRIETÀ DELL'UNIONE	
commutativa	$A \cup B = B \cup A$
associativa	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
distributiva rispetto all'intersezione	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Valgono poi le seguenti **leggi di De Morgan** che semplificano a volte l'esecuzione di alcune operazioni:

prima legge:	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
seconda legge:	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

ESERCIZI

Comprensione

1 Qualunque siano gli insiemi A e B, entrambi sottoinsiemi di un insieme universo U, l'insieme definito dall'operazione $\overline{A} \cup \overline{B}$ è uguale all'insieme definito dalla relazione:

a. $A \cap B$ **b.** $\overline{A \cup B}$ **c.** $\overline{A \cap B}$ **d.** $A \cup B$

2 Qualunque siano gli insiemi A e B, entrambi sottoinsiemi di un insieme universo U, l'insieme definito dall'operazione $\overline{A \cap \overline{B}}$ è uguale all'insieme definito dalla relazione:

a. $\overline{A} \cup B$ **b.** $\overline{A \cup B}$ **c.** $\overline{A} \cap B$ **d.** $\overline{A \cup \overline{B}}$

Applicazione

Servendoti dei diagrammi di Eulero-Venn verifica le seguenti uguaglianze.

3 $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

4 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

5 $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$