Esercizi di consolidamento

Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di sostituzione.

1 esercizio **guidato**

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3 = 0 \\ 6x + y = 4 \end{cases}$$

Ricaviamo y dalla seconda equazione e sostituiamo l'espressione trovata nella prima:

$$\begin{cases} 2x - 4(4 - 6x) + 3 = 0 \\ y = \boxed{4 - 6x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 16 + 24x + 3 = 0 \\ y = 4 - 6x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 26x - 13 = 0 \\ y = 4 - 6x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = 4 - 6x \end{cases}$$

Sostituiamo adesso il valore trovato di x nella seconda equazione:

$$\begin{cases} x = \boxed{\dfrac{1}{2}} \\ y = 4 - 6 \cdot \dfrac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow \left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

2 $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ $[(2, -1)]$

3 $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$ $[(-1, -2)]$

4 $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + 5y = 13 \end{cases}$ $[(4, 1)]$

5 $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + y = 4 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{2}, 2\right)\right]$

6 $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x + y = 4 \\ x - y = 4 \end{cases}$ $[(6, 2)]$

7 $\begin{cases} 2(x + y) = 9 \\ \dfrac{1}{2}x - y = 3 \end{cases}$ $\left[\left(5, -\frac{1}{2}\right)\right]$

8 $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 6x - \dfrac{1}{2}y = 4 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{2}{3}, 0\right)\right]$

9 $\begin{cases} 3x - 4y = 2(x - y) \\ x + 2(y - 1) = 3(1 - x) \end{cases}$ $\left[\left(1, \frac{1}{2}\right)\right]$

10 $\begin{cases} 2(x - y + 1) = 3x \\ x - 4(y - 2) = 5 - 3y \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)\right]$

Risolvi i seguenti sistemi applicando il metodo di riduzione.

11 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} 4x - y = -2 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

Per eliminare la variabile y basta sommare membro a membro le due equazioni:

$(4x - y) + (3x + y) = -2 + 4 \quad \rightarrow \quad 7x = 2$

Per eliminare la variabile x moltiplichiamo la prima equazione per 3, la seconda per -4 e poi sommiamo:

$3(4x - y) - 4(3x + y) = -6 - 16 \quad \rightarrow \quad -7y = -22$

Il sistema è equivalente a $\begin{cases} 7x = 2 \\ -7y = -22 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = \dfrac{2}{7} \\ y = \dfrac{22}{7} \end{cases}$

quindi $\left(\dfrac{2}{7}, \dfrac{22}{7}\right)$.

12 $\begin{cases} x + 3y = -3 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$ $[(3, -2)]$

13 $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{1}{3}, 1\right)\right]$

14 $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$ $[(1, -1)]$

15 $\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 6x + 4y = -3 \end{cases}$ $\left[\left(-1, \dfrac{3}{4}\right)\right]$

16 $\begin{cases} 3x + 1 = 10 - 6y \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$ $[(1, 1)]$

17 $\begin{cases} x - y = 2(x + y) + 5 \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$ $[(1, -2)]$

18 $\begin{cases} 20x - 3y = -45 \\ 15x + 8y = 120 \end{cases}$ $[(0, 15)]$

19 $\begin{cases} \dfrac{1}{24}x + 3y = 1 \\ \dfrac{3}{2}\left(3y + \dfrac{1}{2}x\right) - 6 = -10 \end{cases}$ $\left[\left(-8, \dfrac{4}{9}\right)\right]$

20 $\begin{cases} \dfrac{4}{9}x - \dfrac{1}{3}y = \dfrac{1}{9}(81 - y) \\ 2(2x - y) = 13 \end{cases}$ [impossibile]

21 $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ \dfrac{1}{4}x = 1 - y \end{cases}$ $\left[\left(2, \dfrac{1}{2}\right)\right]$

22 $\begin{cases} \dfrac{x-2y}{3} - 1 = x \\ y - \dfrac{x+4y}{2} = 3(1-x) \end{cases}$ $\left[\left(\frac{3}{7}, -\frac{27}{14}\right)\right]$

23 $\begin{cases} 2x - 3y = x + 1 \\ x + 5y = 3 - y \end{cases}$ $\left[\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{9}\right)\right]$

24 $\begin{cases} x - 2(y+1) = 3 \\ x - 2y = 2(y-1) \end{cases}$ $\left[\left(12, \frac{7}{2}\right)\right]$

Risolvi i seguenti sistemi con il metodo del confronto.

25 **esercizio guidato**

$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$

Ricaviamo l'espressione di x da entrambe le equazioni e confrontiamo: $\begin{cases} x = 5 - y \\ x = 3y - 3 \end{cases} \rightarrow \quad 5 - y = 3y - 3$

Ricaviamo l'espressione di y da entrambe le equazioni e confrontiamo: $\begin{cases} y = 5 - x \\ y = \dfrac{x+3}{3} \end{cases} \rightarrow \quad 5 - x = \dfrac{x+3}{3}$

Il sistema dato è equivalente a: $\begin{cases} 5 - y = 3y - 3 \\ 5 - x = \dfrac{x+3}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4y = 8 \\ 4x = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

La soluzione del sistema è la coppia ordinata $(3, 2)$.

26 $\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ -x - y + 2 = 0 \end{cases}$ $[(-1, 3)]$

27 $\begin{cases} x + y - 7 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}$ $[(5, 2)]$

28 $\begin{cases} 5y - x - 1 = 0 \\ y = 3x - 4 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)\right]$

29 $\begin{cases} 4x + 6y - 3 = 0 \\ 3y + 2x + 1 = 0 \end{cases}$ [impossibile]

30 $\begin{cases} 3x + y - 2 = 0 \\ y - x - 7 = 0 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{5}{4}, \frac{23}{4}\right)\right]$

31 $\begin{cases} 3x = 5y - 4 \\ 8 - 10y = -6x \end{cases}$ [indeterminato]

32 $\begin{cases} 2x - 6y = x - 4 \\ 3x + 2(y-1) = 2(1-x) \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)\right]$

Risolvi i seguenti sistemi applicando la regola di Cramer.

33 esercizio **guidato**

$$\begin{cases} 5x + 6y + 8 = 1 \\ \frac{3}{4}x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

Riscriviamo prima di tutto il sistema in forma normale e in modo che i coefficienti siano interi:

$$\begin{cases} 5x + 6y = -7 \\ 3x - 4y = -8 \end{cases}$$

Calcoliamo il determinante dei coefficienti:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-4) - 3 \cdot 6 = -38$$

Poiché $\Delta \neq 0$ il sistema è determinato; calcoliamo Δx e Δy :

$$\Delta x = \begin{vmatrix} -7 & 6 \\ -8 & -4 \end{vmatrix} = (-7) \cdot (-4) - 6 \cdot (-8) = 76$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 3 & -8 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-8) - 3 \cdot (-7) = -19$$

Si trova quindi che $\begin{cases} x = \dfrac{\Delta x}{\Delta} = \dfrac{76}{-38} = -2 \\ y = \dfrac{\Delta y}{\Delta} = \dfrac{-19}{-38} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \left(-2, \frac{1}{2}\right)$.

34 $\begin{cases} 3x - 5y = 2 \\ 9x - 10y = 8 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{5}\right)\right]$

35 $\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 5y - 3x = 11 \end{cases}$ $[(3, 4)]$

36 $\begin{cases} 8x - 5y = 3 \\ 7x + 2y = 9 \end{cases}$ $[(1, 1)]$

37 $\begin{cases} 3x - 7y = 8 \\ 9x - 21y = 12 \end{cases}$ [impossibile]

38 $\begin{cases} x - 3[-2 - (y - 1)] = -7 \\ \frac{1}{2}[(x + y) + 10] = -y \end{cases}$ [indeterminato]

39 $\begin{cases} 3x - 6y = -5 \\ 4(x + y) = 1 - x \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right]$

40 $\begin{cases} 5(x - 2y) = 4 \\ 5(x + 2y) + 2(x - 4y) - 4 = 0 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{3}{5}, -\frac{1}{10}\right)\right]$

41 $\begin{cases} 3(x + y) = 2x - 4(y + 1) \\ x - 2(x - 4y) = 6y - 3x + 1 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{5}{4}, -\frac{3}{4}\right)\right]$

42 $\begin{cases} \dfrac{x-2}{3}+1=\dfrac{(1-y)(1+y)+y(y+1)}{2} \\ \dfrac{1}{3}(1-x)=1+\dfrac{1}{6}(y+1) \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{7}{4}, -\frac{3}{2}\right)\right]$

43 $\begin{cases} \dfrac{x-y}{2}+\dfrac{y-2x}{3}=\dfrac{3y-x}{6} \\ \dfrac{2x-3}{4}=2-\dfrac{y}{2} \end{cases}$ $\left[\left(\frac{11}{2}, 0\right)\right]$

Risolvi i seguenti sistemi con il metodo che ritieni più opportuno.

44 $\begin{cases} \dfrac{x-3y}{4}=(x+1)-\dfrac{1}{5}x \\ x+y=\left[3x+\dfrac{1}{2}(1-4x)\right] \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)\right]$

45 $\begin{cases} x+4y=5\left(\dfrac{1}{3}+2y\right) \\ 6\left(\dfrac{1}{3}y+x\right)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{4}\right)\right]$

46 $\begin{cases} x+y=7(x-y) \\ \dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{2}y+\dfrac{1}{6}=3 \end{cases}$ $[(4, 3)]$

47 $\begin{cases} \dfrac{1}{9}\left(x+\dfrac{9}{8}y\right)+1=\dfrac{15}{36} \\ 3(y-2)-x=\dfrac{15}{2} \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{15}{2}, 2\right)\right]$

48 $\begin{cases} \dfrac{3x^2+y}{3}=(x+1)\left(x+\dfrac{1}{3}\right) \\ 8\left(x+\dfrac{1}{4}y\right)-\dfrac{16}{3}=\dfrac{1}{3}\left(4x+\dfrac{1}{2}y\right) \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{4}, 2\right)\right]$

49 $\begin{cases} \left(x+\dfrac{1}{2}y\right)^2=x(x+y)+\dfrac{2}{3}\left(x+\dfrac{1}{2}y\right)+\dfrac{1}{4}y^2 \\ 3(x-y)=3y-5 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right]$

50 $\begin{cases} 2y=2\left(x-\dfrac{1}{2}y\right)+4(1-x) \\ (x+2)(x+1)=x^2-\dfrac{1}{3}(1+y) \end{cases}$ $[(-1, 2)]$

51 $\begin{cases} 2x+\dfrac{18}{3}=\dfrac{1}{3}(1+y) \\ x(x+2)-\dfrac{1}{3}y=4+x^2 \end{cases}$ [impossibile]

52 $\begin{cases} (3-x)(x-2)-y=(x+3)(1-x) \\ 9\left(1+\frac{1}{3}y\right)=5\left(x-\frac{2}{5}y\right)-1 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{7}{6}, -\frac{5}{6}\right)\right]$

53 $\begin{cases} y=(\frac{1}{2}x+3)^2-\frac{x^2-3y-3}{4} \\ (10x+2)\frac{x+y}{5}+2(y^2+xy)=2(x+y)^2 \end{cases}$ $[(-3, 3)]$

54 $\begin{cases} \frac{2}{3}=\frac{x+y}{2}-\frac{3x-5y}{6}+1 \\ \frac{3}{10}x+\frac{1}{5}y=\frac{1}{3}(1-x)-y \end{cases}$ $\left[\left(1, -\frac{1}{4}\right)\right]$

55 $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)=2+\frac{1}{2}(y-6) \\ y+\frac{1}{18}=\frac{3}{2}+4x^2-\left(\frac{1}{3}+2x\right)^2 \end{cases}$ $[(-2, 4)]$

56 $\begin{cases} x+\frac{3}{2}y+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}y \\ 6x+\frac{1}{2}(y+3)(2y-1)=y^2 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{2}{3}, -1\right)\right]$

Risolvi i seguenti sistemi frazionari.

57 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} \frac{3}{x-y}=1 \\ 1+\frac{y(y-x)-1}{(x+1)(y+1)}=\frac{y-1}{x+1} \end{cases}$$

Il sistema è frazionario, dobbiamo quindi porre $x \neq y \ \wedge \ x \neq -1 \ \wedge \ y \neq -1$.

Liberando le equazioni dai denominatori otteniamo:

$$\begin{cases} 3=x-y \\ (x+1)(y+1)+y(y-x)-1=(y-1)(y+1) \end{cases}$$

e svolgendo i calcoli: $\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=-1 \end{cases}$ da cui ricaviamo che $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

Poiché la soluzione trovata non contrasta con le condizioni poste, $(1, -2)$.

58 $\begin{cases} \frac{x}{y}=\frac{x+3}{y+1} \\ \frac{5(x-3)}{x+y-4}=1 \end{cases}$ [impossibile]

59 $\begin{cases} \dfrac{3x-1}{y}=5 \\ \dfrac{2+y}{x}=6 \end{cases}$ [impossibile]

60 $\begin{cases} \dfrac{3(x-y)}{1+x}+\dfrac{1}{x+1}=2 \\ 3x-3y=5 \end{cases}$ $\left[\left(2,\ \dfrac{1}{3}\right)\right]$

61 $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=0 \\ x-2(y+1)=3y+6(x-1) \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{2}{5},\ \dfrac{2}{5}\right)\right]$

62 $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{x+y}=1 \\ \dfrac{x-6}{2}-y=0 \end{cases}$ $[(0,\ -3)]$

63 $\begin{cases} -\dfrac{2}{x-2}=1+\dfrac{x+3y}{2-x} \\ \dfrac{1-x}{2}=\dfrac{3(x-2y)}{4}+(y-x) \end{cases}$ [impossibile]

64 $\begin{cases} 3-\dfrac{4}{y-1}=\dfrac{x-2y}{1-y} \\ 3(2x-y)=1-2(x-2y) \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{10}{3},\ \dfrac{11}{3}\right)\right]$

65 $\begin{cases} \dfrac{x+12}{4}+\dfrac{x-2}{y}=\dfrac{1}{4}x \\ 2x-y=6 \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{20}{7},\ -\dfrac{2}{7}\right)\right]$

66 $\begin{cases} \dfrac{x+2y-1}{3x-4}=1 \\ \dfrac{x+2y}{x-y-2}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{3}{4},\ -\dfrac{3}{4}\right)\right]$

67 $\begin{cases} \dfrac{x}{x+3}=\dfrac{y}{y+2} \\ \dfrac{xy-23}{x-5}=y-3 \end{cases}$ $[(6,\ 4)]$

68 $\begin{cases} \dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{y+13}{y+1}=2 \\ \dfrac{3x-2}{x-4}=\dfrac{3(y+8)}{y-2} \end{cases}$ [impossibile]

69 $\begin{cases} \dfrac{2x-y+3}{x+y-1}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{2}(x-2)=\dfrac{3}{4}(y+1)-x \end{cases}$ $\left[\left(\dfrac{14}{3},\ 7\right)\right]$

70 $\begin{cases} \dfrac{2x-4}{x-y} = 1 \\ 2x - \dfrac{y}{2} = 3 \end{cases}$ [impossibile]

71 $\begin{cases} \dfrac{5}{3-x} = \dfrac{2}{y-2} \\ \dfrac{x-1}{y} + \dfrac{y-2}{x} - \dfrac{x^2+y^2}{xy} = 0 \end{cases}$ $[(-32, 16)]$

72 $\begin{cases} \dfrac{8x^2-y}{4x-1} = 2x \\ \dfrac{3}{x+y} - \dfrac{4}{x^2-y^2} = \dfrac{5}{y-x} \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right]$

73 $\begin{cases} \dfrac{x-3}{x-1} - \dfrac{x^2-xy+2}{x^2-x} = \dfrac{y}{x} \\ \dfrac{(x-1)^2-(x+2)^2}{y} = -1 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{1}{3}, 1\right)\right]$

74 $\begin{cases} \dfrac{x}{x-2} - \dfrac{y-1}{y+1} = \dfrac{1}{2-x} \\ \dfrac{2}{x+1} + \dfrac{1}{y-2} = \dfrac{-\left(2+\frac{1}{2}\right)}{xy-2x+y-2} \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{2}, 0\right)\right]$

75 $\begin{cases} \dfrac{x-y}{(x+y)(x-2)} = \dfrac{x-1}{x^2+xy-2x-2y} - \dfrac{y-2}{x^2+xy+2x+2y} \\ \dfrac{x-3}{x-2} - \dfrac{x+3}{x+2} = \dfrac{3y-2}{x^2-4} \end{cases}$ [impossibile]

Risolvi e discuti i seguenti sistemi letterali.

76 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} ax + (a^2-2)y = a^2-4 \\ x + (a-1)y = a-2 \end{cases}$$

Il sistema appare già in forma normale; risolviamolo applicando la regola di Cramer:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & a^2-2 \\ 1 & a-1 \end{vmatrix} = a(a-1) - (a^2-2) = 2-a$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} a^2-4 & a^2-2 \\ a-2 & a-1 \end{vmatrix} = (a^2-4)(a-1) - (a^2-2)(a-2) = a(a-2)$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a & a^2-4 \\ 1 & a-2 \end{vmatrix} = a(a-2) - (a^2-4) = 2(2-a)$$

Affinché il sistema sia determinato deve essere $\Delta \neq 0$; nel nostro caso: $2-a \neq 0$ cioè $a \neq 2$.

- Se $\quad a \neq 2 \quad \begin{cases} x = \dfrac{a(a-2)}{2-a} \\ \\ y = \dfrac{2(2-a)}{2-a} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = -a \\ y = 2 \end{cases}$ e pertanto $(-a,\ 2)$.
- Se $\quad a = 2 \quad$ poiché $\Delta x = 0 \ \wedge \ \Delta y = 0$, il sistema è indeterminato.

77 $\begin{cases} ax - ay = a + 1 \\ (a+1)x - (a-1)y = a \end{cases}$ $\left[\text{se } a \neq 0 : \left(\dfrac{1}{2a}, -\dfrac{2a+1}{2a}\right); \ \text{se } a = 0 : \text{impossibile}\right]$

78 $\begin{cases} (a+2)x + ay = 2(a^2 - 2) \\ ax + (a-1)y = a(2a-3) \end{cases}$ $\left[\text{se } a \neq 2 : (a-2,\ a); \ \text{se } a = 2 : \text{indeterminato}\right]$

79 $\begin{cases} x + ay = a - 1 \\ ax + (2a-1)y = 2a \end{cases}$ $\left[\text{se } a \neq 1 : \left(\dfrac{3a-1}{(a-1)^2}; \dfrac{a(a-3)}{(a-1)^2}\right); \ \text{se } a = 1 : \text{impossibile}\right]$

80 $\begin{cases} 2x + y = 3a - 1 \\ ax - (a+1)y = 1 \end{cases}$ $\left[\text{se } a \neq -\dfrac{2}{3} : (a,\ a-1); \ \text{se } a = -\dfrac{2}{3} : \text{indeterminato}\right]$

81 $\begin{cases} 2x + (1-k)y = k - 1 \\ 2x(k-1) + (k^2-1)y = k^2 + 1 \end{cases}$ $\left[\text{se } k \neq 0 \ \wedge \ k \neq 1 : \left(\dfrac{1}{2}k, \dfrac{1}{k-1}\right); \ \text{se } k = 0 : \text{indeterminato}; \ \text{se } k = 1 : \text{impossibile}\right]$

82 $\begin{cases} (2a-1)x + (a-3)y = a^2 + 2a \\ (a+1)(x+y) = a^2 + a - 2 \end{cases}$ $\left[\text{se } a \neq -2 \ \wedge \ a \neq -1 : \left(\dfrac{5a-3}{a+1}, \dfrac{a^2-4a+1}{a+1}\right); \ \text{se } a = -2 : \text{indeterminato}; \ \text{se } a = -1 : \text{impossibile}\right]$

83 $\begin{cases} (2a-1)x - 1 = (a^2 - a)y \\ x + ay = 2a - 1 \end{cases}$ $\left[\text{se } a \neq 0 \ \wedge \ a \neq \dfrac{2}{3} : \left(\dfrac{2a^2-3a+2}{3a-2}, \dfrac{4a-4}{3a-2}\right); \ \text{se } a = 0 : \text{indeterminato}; \ \text{se } a = \dfrac{2}{3} : \text{impossibile}\right]$

84 $\begin{cases} (b+1)x - by + b(b+1) = 0 \\ bx + b(b+4) = by + 2y \end{cases}$ $\left[\text{se } b \neq 2 : (b,\ 2b); \ \text{se } b = 2 : \text{indeterminato}\right]$

85 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} \dfrac{x}{b} = \dfrac{1-y}{b+3} \\ \\ \dfrac{x-1}{3-b} = \dfrac{y}{b+1} \end{cases}$$

Per l'esistenza di ciascuna equazione deve essere: $\quad b \neq 0 \ \wedge \ b \neq -3 \ \wedge \ b \neq 3 \ \wedge \ b \neq -1$

In queste ipotesi puoi svolgere i calcoli fino a scrivere il sistema in forma normale:

$$\begin{cases} (3+b)x + by = b \\ (b+1)x + (b-3)y = b+1 \end{cases}$$

Conviene proseguire applicando il metodo di Cramer.

$\left[\begin{array}{l} \text{se } b \neq 0 \ \wedge \ b \neq \pm 3 \ \wedge \ b \neq -1 \ \wedge \ b \neq -9 : \left(\dfrac{4b}{b+9}, -\dfrac{3(b+1)}{b+9}\right); \\ \text{se } b = 0 \ \vee \ b = \pm 3 \ \vee \ b = -1 : \text{perde significato;} \\ \text{se } b = -9 : \text{impossibile} \end{array}\right]$

86 $\begin{cases} \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{a-2} = 1 \\ \dfrac{x}{a+1} + \dfrac{y}{a} = 1 \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq 0 \ \wedge \ a \neq -1 \ \wedge \ a \neq \pm 2 : \left(\dfrac{2a(a+1)}{a+2}, \dfrac{2a-a^2}{a+2}\right); \\ \text{se } a = -2 : \text{impossibile;} \\ \text{se } a = 0 \ \vee \ a = -1 \ \vee \ a = 2 : \text{perde significato} \end{array}\right]$

87 $\begin{cases} x + \dfrac{y}{a} = a + 1 - \dfrac{1}{a} \\ x + ay = a^2 \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq \pm 1 \ \wedge \ a \neq 0 : (a, a-1); \\ \text{se } a = \pm 1 : \text{indeterminato;} \\ \text{se } a = 0 : \text{perde significato} \end{array}\right]$

88 $\begin{cases} \dfrac{x}{m+2} + \dfrac{y}{m} = \dfrac{1}{m^2+2m} \\ \dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{m-1} = \dfrac{1}{m^2-m} \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \text{se } m \neq \pm 2 \ \wedge \ m \neq 0 \ \wedge \ m \neq 1 : \left(\dfrac{2}{m-2}, \dfrac{1}{2-m}\right); \\ \text{se } m = 2 : \text{impossibile;} \\ \text{se } m = 0 \ \vee \ m = -2 \ \vee \ m = 1 : \text{perde significato} \end{array}\right]$

89 $\begin{cases} \dfrac{x}{b^2-2b+1} - 1 = \dfrac{y(b-2)}{(1-b)^2} \\ \dfrac{x-1+b}{1-b} = \dfrac{y}{b-1} \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \text{se } b \neq 1 : (1, -b); \\ \text{se } b = 1 : \text{perde significato} \end{array}\right]$

90 $\begin{cases} \dfrac{1-x}{a} = y \\ \dfrac{1+y}{a} = x + 2y \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq 0 \ \wedge \ a \neq 1 : \left(\dfrac{1}{1-a}, \dfrac{1}{a-1}\right); \\ \text{se } a = 0 : \text{perde significato;} \\ \text{se } a = 1 : \text{indeterminato} \end{array}\right]$

91 $\begin{cases} \dfrac{x}{a-2} - \dfrac{y}{a+1} = \dfrac{3x}{a^2-a-2} \\ x = \dfrac{a^2-a-y}{a-2} \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq 2 \ \wedge \ a \neq \pm 1 : (a, a); \\ \text{se } a = 2 \ \vee \ a = -1 : \text{perde significato;} \\ \text{se } a = 1 : \text{indeterminato} \end{array}\right]$

92 $\begin{cases} mx - 2my = 2(1-m) \\ 3x + (m+1)y = \dfrac{m^2+m+6}{m} \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \text{se } m \neq 0 \ \wedge \ m \neq -7 : \left(\dfrac{2}{m}, 1\right); \\ \text{se } m = 0 : \text{perde significato;} \\ \text{se } m = -7 : \text{indeterminato} \end{array}\right]$

93 $\begin{cases} \dfrac{x}{a-2} + \dfrac{y}{a+2} = 2 \\ \dfrac{x+1}{a-1} + y - a = 3 \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq \pm 2 \ \wedge \ a \neq 1 \ \wedge \ a \neq 0 : (a-2, a+2); \\ \text{se } a = \pm 2 \ \vee \ a = 1 : \text{perde significato;} \\ \text{se } a = 0 : \text{indeterminato} \end{array}\right]$

94 $\begin{cases} \dfrac{a}{a+1}x + y = \dfrac{2}{a+1} \\ (a+1)(x-y) = \dfrac{1}{a} \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq -1 \ \wedge \ a \neq 0 \ \wedge \ a \neq -\dfrac{1}{2} : \left(\dfrac{1}{a}, \dfrac{1}{a+1}\right); \\ \text{se } a = -1 \ \vee \ a = 0 : \text{perde significato;} \\ \text{se } a = -\dfrac{1}{2} : \text{indeterminato} \end{array} \right]$

95 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} \dfrac{a}{x-y} - \dfrac{1}{x+y} = \dfrac{2(a^2+1)}{x^2-y^2} \\ \dfrac{x}{a-1} + \dfrac{y}{a+1} = 2 \end{cases}$$

Il sistema è frazionario e letterale:

- determiniamo il dominio: $x \neq y \ \wedge \ x \neq -y$
- condizioni iniziali sul parametro: $a \neq 1 \ \wedge \ a \neq -1$

Liberando le equazioni dai denominatori e svolgendo i calcoli si ottiene il sistema equivalente:

$$\begin{cases} x(a-1) + y(a+1) = 2(a^2+1) \\ x(a+1) + y(a-1) = 2(a^2-1) \end{cases}$$

Applicando il metodo di Cramer si ottiene:

$$\Delta = -4a \qquad \Delta x = -4a(a-1) \qquad \Delta y = -4a(a+1)$$

Affinché il sistema sia determinato deve essere $\Delta \neq 0$, cioè nel nostro caso $a \neq 0$:

- se $a \neq 0$: $\begin{cases} x = a-1 \\ y = a+1 \end{cases} \rightarrow (a-1, a+1)$

  Confrontiamo la soluzione con i valori esclusi dal dominio

  - $x \neq y \ \rightarrow \ a-1 \neq a+1 \ \rightarrow \ \forall a$
  - $x \neq -y \ \rightarrow \ a-1 \neq -a-1 \ \rightarrow \ a \neq 0$

La soluzione trovata è dunque sempre accettabile nell'ipotesi in cui $a \neq 0 \ \wedge \ a \neq \pm 1$.

- se $a = 0$, $\Delta x = 0 \ \wedge \ \Delta y = 0$, il sistema è quindi indeterminato
- se $a = 1 \ \vee \ a = -1$, il sistema non ha significato.

96 $\begin{cases} \dfrac{a(x-1)}{2(x+y)} = \dfrac{a-1}{2} \\ \dfrac{x}{2x-y} = \dfrac{a}{2a+1} \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq \pm\dfrac{1}{2} \ \wedge \ a \neq 0 \ \wedge \ a \neq 1 : \left(\dfrac{a^2}{2a-1}, \dfrac{a}{1-2a}\right); \\ \text{se } a = -\dfrac{1}{2} : \text{perde significato;} \\ \text{se } a = 0 \ \vee \ a = 1 \ \vee \ a = \dfrac{1}{2} : \text{impossibile} \end{array} \right]$

97 $\begin{cases} (a-1)(a+1)x - (a+1)^2 = (1-a)(1+a)y \\ \dfrac{x}{y} + \dfrac{2a+1}{a-1} = \dfrac{a+1}{y(a-1)} \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq \pm 1 \ \wedge \ a \neq -2 : \text{impossibile;} \\ \text{se } a = 1 : \text{perde significato;} \\ \text{se } a = -1 \ \vee \ a = -2 : \text{indeterminato} \end{array} \right]$

98 $\begin{cases} \dfrac{4}{ax+y} = \dfrac{12}{y-ax} \\ \dfrac{ax+y-3}{y-ax} = \dfrac{2}{ax-y} \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \text{se } a \neq 0 : \left(-\dfrac{1}{a}, 2\right); \\ \text{se } a = 0 : \text{impossibile} \end{array} \right]$

99 $\begin{cases} \dfrac{x+y+a}{x+2a} - \dfrac{x+y-a}{x-2a} = \dfrac{2a(1-3a)}{x^2-4a^2} \\ \dfrac{x-y+a}{x-2a} + \dfrac{a+2}{a-1} = 0 \end{cases}$

[se $a \neq 1 \ \wedge \ a \neq -\frac{1}{5} \ \wedge \ a \neq -\frac{1}{3} \ \wedge \ a \neq 0 : (a+1, \, a-1)$;
se $a = 1$: perde significato;
se $a = -\frac{1}{5} \ \vee \ a = 0$: indeterminato;
se $a = -\frac{1}{3}$: impossibile]

100 $\begin{cases} \dfrac{x+y+b^2}{b(y+2b)} = 1 \\ \dfrac{x-y}{x-2b} + \dfrac{x+y}{x+3b} = \dfrac{2x^2-3by+3b^2}{x^2+bx-6b^2} \end{cases}$

[se $b \neq 3 \ \wedge \ b \neq 0 : (b, \, -b)$;
se $b = 0$: perde significato;
se $b = 3$: indeterminato]

101 $\begin{cases} (x-a-1)^2 - (y+a+1)^2 = x^2 - y^2 \\ \dfrac{x+2a}{x+a+1} = \dfrac{y}{y-a+1} \end{cases}$

[se $a \neq \pm 1 : (-a, \, a)$;
se $a = \pm 1$: indeterminato]

102 $\begin{cases} \dfrac{a-2}{y}\left(1 - \dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{a}{x} \\ \dfrac{x}{a} + y = \dfrac{a+1}{a} \end{cases}$

[se $a \neq 0 \ \wedge \ a \neq 1 \ \wedge \ a \neq \frac{1}{2} \ \wedge \ a \neq 2 : \left(\frac{2a-1}{a-1}, \, \frac{a-2}{a-1}\right)$;
se $a = 0$: perde significato;
se $a = 1 \ \vee \ a = \frac{1}{2} \ \vee \ a = 2$: impossibile]

Risolvi i seguenti sistemi di tre equazioni in tre incognite.

103 **esercizio guidato**

$$\begin{cases} 2x + y - z = -1 \\ x + y - 4z = -3 \\ 3x + 5y - 6z = 1 \end{cases}$$

Ricaviamo la variabile y dalla prima equazione e sostituiamo l'espressione trovata nelle altre due:

$$\begin{cases} y = -2x + z - 1 \\ x + (-2x + z - 1) - 4z = -3 \\ 3x + 5(-2x + z - 1) - 6z = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -2x + z - 1 \\ x + 3z = 2 \\ 7x + z = -6 \end{cases}$$

Ricaviamo adesso l'espressione di x dalla seconda equazione e sostituiamo nella terza:

$$\begin{cases} y = -2x + z - 1 \\ x = 2 - 3z \\ 7(2 - 3z) + z = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -2x + z - 1 \\ x = 2 - 3z \\ 20z = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -2x + z - 1 \\ x = 2 - 3z \\ z = 1 \end{cases}$$

Procediamo adesso a ritroso nelle sostituzioni per trovare i valori delle altre variabili:

$$\begin{cases} y = -2x + z - 1 \\ x = 2 - 3 \\ z = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2 + 1 - 1 \\ x = -1 \\ z = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

La soluzione del sistema è la terna $(x, \, y, \, z) = (-1, \, 2, \, 1)$.

104 $\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ x - y + 2z = 3 \\ y - x = 1 \end{cases}$ $[(0,\ 1,\ 2)]$

105 $\begin{cases} 2x + 3y + \dfrac{1}{2}z = 2 \\ x - y + 2z = -5 \\ 3x - 2y - z = 0 \end{cases}$ $[(0,\ 1,\ -2)]$

106 $\begin{cases} 3x + 4y - z = 5 \\ 2x - 3y + 2z = 6 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$ $[(2,\ 0,\ 1)]$

107 $\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 3x - y + 2 = 0 \\ 2x - 4y + 6z = 2 \end{cases}$ [indeterminato]

108 $\begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ x - 3y - 2z = -8 \\ 2(2y - z) = 5 - 2x \end{cases}$ $\left[\left(-1,\ 2,\ \frac{1}{2}\right)\right]$

109 $\begin{cases} 1 + 2(x - 2y) = 1 - 3z \\ x + 3(y - z) = 4 \\ 2(2x - y - z) - 7 = -3y \end{cases}$ $[(1,\ -1,\ -2)]$

110 $\begin{cases} z + 2y = 5 \\ x - 3 = 2(y + 2) \\ \dfrac{x - 1}{3} = \dfrac{y + 1}{2} \end{cases}$ $[(-11,\ -9,\ 23)]$

111 $\begin{cases} \dfrac{x + z}{3} + y = 1 \\ 2x - y + z = 7 \\ \dfrac{x - 2y + 2z}{4} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $[(4,\ 0,\ -1)]$

112 $\begin{cases} \dfrac{1}{2}(3y + 2z) = \dfrac{x - 1}{4} \\ \dfrac{x - y + 1}{2} = z + 1 \\ 4y - 3x = 1 \end{cases}$ $\left[\left(0,\ \frac{1}{4},\ -\frac{5}{8}\right)\right]$

113 $\begin{cases} x + \dfrac{5}{4}y + \dfrac{1}{2}z = -\dfrac{1}{4} \\ \dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{2}y + \dfrac{2}{3}z = \dfrac{1}{6} \\ x - \dfrac{1}{4}y + z = 0 \end{cases}$ $\left[\left(-\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2}\right)\right]$

114 $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)-\frac{3}{4}z=2 \\ \frac{x-y}{3}+\frac{1}{2}z=1 \\ x-2y=\frac{1}{2}z \end{cases}$ $\left[\left(\frac{7}{2},\ \frac{11}{7},\ \frac{5}{7}\right)\right]$

115 $\begin{cases} x-y-z+1=0 \\ \frac{x-3y}{6}-2z=-\frac{5}{3} \\ x+\frac{z-3}{4}=y-\frac{1}{2} \end{cases}$ $[(-1,\ -1,\ 1)]$

116 $\begin{cases} x+y-z=3 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{4}(7y-6z)=2 \\ 3x+\frac{1}{2}y=4+z \end{cases}$ [impossibile]

117 $\begin{cases} 5x+4\left(y-\frac{1}{2}z\right)=4^2+z \\ 5\left[\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}(y-5)\right]=2z-6 \\ \frac{1}{2}x[1-(x-1)]+y=7-\frac{1}{2}x^2 \end{cases}$ $[(3,\ 4,\ 5)]$

118 $\begin{cases} 4x-3y+z=3 \\ x+\frac{1}{2}(y-10z)=11-2x \\ 7x+\frac{3}{2}z=\frac{9}{2}+4y \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{2},\ -1,\ -2\right)\right]$

119 $\begin{cases} 2x+y-z=1 \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{2}(2y-4z)=\frac{7}{6} \\ x+\frac{1}{2}(y-z-1)=0 \end{cases}$ [indeterminato]

120 $\begin{cases} \frac{x+y}{z-1}=1 \\ \frac{1}{3}\left(x+\frac{3}{4}y+1\right)=z-4 \\ 3x-3y-2z=3 \end{cases}$ $[(5,\ 0,\ 6)]$

121 $\begin{cases} 2x+2y+2x=9 \\ 2y+6x=3\left(z-\frac{1}{2}\right) \\ 2=\frac{7-8z}{2x-5y} \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)\right]$

122 $\begin{cases} 2x-2(2y+z)=3+x \\ 5x-4\left(y+\dfrac{3}{4}z-\dfrac{1}{16}\right)=4 \\ \dfrac{1}{3}\left[x-2\left(y+\dfrac{3}{2}z\right)\right]=\dfrac{3}{4}-1 \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{2},-\frac{5}{4},\frac{5}{4}\right)\right]$

123 $\begin{cases} 4\left(y-\dfrac{3}{4}x\right)=23-3z \\ \dfrac{8}{15z}+1=\dfrac{1}{5z}(y-x) \\ \dfrac{6z+5}{y-2x}=1 \end{cases}$ $\left[\left(-3,3,\frac{2}{3}\right)\right]$

124 $\begin{cases} x+3y=3(2-z) \\ 2x-\dfrac{1}{4}y+1=\dfrac{1}{2}(4z+17) \\ \dfrac{3x+2z}{5+y}=1 \end{cases}$ $[(3,2,-1)]$

125 $\begin{cases} \dfrac{x+y+5}{2z}=1 \\ \dfrac{3x-z-3}{y+1}=2 \\ x+2(y+4)=4(z-1) \end{cases}$ [impossibile]

126 $\begin{cases} \dfrac{x-y+2z}{x+1}=1 \\ \dfrac{2x-y}{z}+1=0 \\ \dfrac{3}{2}(x+z)=y \end{cases}$ [impossibile]

127 $\begin{cases} x-y=3\left(\dfrac{1}{4}z-\dfrac{1}{2}\right) \\ z-\dfrac{3}{2}\left(1-\dfrac{1}{2}\right)=2x-y+\dfrac{3}{4} \\ \dfrac{3}{2}\left[\left(2x-\dfrac{4}{3}y\right)-\dfrac{4}{3}(z-2)\right]=z-4 \end{cases}$ $\left[\left(1,-\frac{1}{2},4\right)\right]$

128 $\begin{cases} 1+\dfrac{6z+3}{x+y}=\dfrac{2y-x}{x+y} \\ 5x+z+\dfrac{3}{4}=3y \\ 3x+4z-\dfrac{1}{4}=3(y-1) \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)\right]$

129 $\begin{cases} \dfrac{4x-3y}{3z} = \dfrac{1}{z} - \dfrac{1}{3} \\ 3 + \dfrac{(y-10z)}{2x} = \dfrac{11}{x} \\ 7x + \dfrac{3}{2}z = \dfrac{9}{2} + 4y \end{cases}$ $\left[\left(\frac{1}{2}, -1, -2\right)\right]$

130 $\begin{cases} x + 6y + 3z = 0 \\ \dfrac{4x - y + z^2}{z-3} = z - 2 \\ 4z - y = \dfrac{1}{3}(7-2x) \end{cases}$ $\left[\left(1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)\right]$

131 $\begin{cases} \dfrac{2x - z - 5}{y-2} = 1 \\ 3x + y = 2(1+2z) \\ \dfrac{x - y - 2}{z} - 3 = 0 \end{cases}$ [impossibile]

Problemi di natura algebrica

132 La somma di due numeri interi è 35 e si sa che la differenza tra il doppio del primo ed il triplo del secondo è 20. Trova i due numeri. [25; 10]

133 Trova due numeri interi sapendo che il triplo del primo, sommato col numero che precede il secondo, dà 40 e che togliendo dal numero successivo al primo il doppio del secondo si ottiene 3. [12; 5]

134 La somma di due numeri è 17 ed il doppio del primo diminuito della quinta parte del secondo dà 1. Trova i due numeri. [2; 15]

135 Un barattolo di marmellata pesa 250g. Dopo aver tolto $\frac{2}{5}$ del suo contenuto, il suo peso è di 170g. Calcola il peso della marmellata e del barattolo vuoto. [200g; 50g]

136 La differenza tra i quadrati di due numeri dispari supera di 16 quella tra i quadrati dei due numeri, anch'essi dispari, immediatamente precedenti i primi. La somma dei quattro numeri considerati è 32. Trova i numeri.
(Suggerimento: indica con $2x+1$ e $2y+1$ i primi due numeri, i secondi due sono allora $2x-1$ e $2y-1$, quindi.....) [5; 7; 9; 11]

137 **esercizio guidato**

Un numero di due cifre è tale che la loro somma è 15. Il numero supera di 9 quello che si ottiene scambiando tra loro la cifra delle unità con quella delle decine. Trova il numero.

Indica con x la cifra delle unità e con y quella delle decine; deve essere $x,\ y \in N$ e inoltre $x \leq 9$ e $y \leq 9$.

La prima equazione è facile da scrivere: la somma delle due cifre è 15: ....

Per scrivere la seconda equazione ragiona così:

- il numero che ha x come cifra delle unità e y come cifra delle decine è $x + 10y$
- il numero che ha le cifre scambiate è $y + 10x$
- il primo numero supera di 9 il secondo: .... [87]

138 In un numero di tre cifre quella delle unità è la metà di quella delle centinaia, mentre la cifra delle decine è inferiore di 1 rispetto a quella delle unità; se la somma delle tre cifre è 15, qual è il numero? [834]

139 Calcola il numero di due cifre in cui la differenza fra il triplo della cifra delle decine e il doppio di quella delle unità è uguale a 11 mentre la loro somma aumentata della loro differenza è uguale a 14. [75]

140 Il rapporto tra la differenza di due numeri e la loro somma è $\frac{1}{5}$; se si aggiunge 1 al primo numero si ottiene il quadruplo del secondo, diminuito di $\frac{1}{4}$. Quali sono i due numeri? $\left[\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right]$

141 La somma dei termini di una frazione è 13. Aggiungendo 4 al numeratore e togliendo 2 al denominatore si ottiene una frazione equivalente a 4. Trova la frazione iniziale. $\left[\frac{8}{5}\right]$

142 Il valore di una frazione non cambia aggiungendo 1 al numeratore e 3 al denominatore. La differenza tra il denominatore ed il numeratore della frazione così ottenuta è 8. Trova la frazione originaria. $\left[\frac{3}{9}\right]$

Problemi nel mondo reale

143 Al termine del Gran Premio di Formula 1 del 2009 a Melbourne, la Ferrari di Massa ha dichiarato un peso inferiore di 10,5kg rispetto a quello della McLaren di Button. Se il peso complessivo delle due vetture è 1318,5kg, quanto pesa ciascuna? [654kg; 664,5kg]

144 Nel mese di gennaio Sandro è andato sette volte al cinema e due volte a teatro spendendo complessivamente € 116; nel mese di febbraio è andato 4 volte al cinema e 5 a teatro per una spesa complessiva di € 182. Quanto costa il biglietto di ingresso al cinema e quanto quello di ingresso a teatro? [€ 8; € 30]

145 Al computer discount ci sono 150 scatole di CD. Alcune scatole contengono 10 CD, altre 20; sapendo che in totale ci sono 2400 CD, quante scatole da 10 e quante da 20 CD sono presenti al computer discount? [60; 90]

146 Un negozio ha venduto scatole contenenti 6 fazzoletti ciascuna e scatole contenenti 12 fazzoletti ciascuna, per un totale di 156 fazzoletti. Il numero delle confezioni da 12 ha superato di 1 la metà di quello delle confezioni da 6. Quante confezioni di ogni tipo sono state vendute? [12; 7]

147 Un autocarro può trasportare fino a 15q di merce. In un primo viaggio, a carico pieno, porta 40 sacchi di riso e 15 sacchi di grano. In un altro viaggio vengono trasportati metà sacchi di riso e una decina in più di quelli di grano; il carico risulta così alleggerito di 4q. Quanto pesa ciascun sacco di riso o di grano? [riso: 30kg; grano: 20kg]

148 Luca colleziona etichette di spumante o champagne; ne ha in totale 630 che ha sistemato in 24 fogli di un raccoglitore apposito; alcuni di questi contengono 30 etichette, altri solo 20. Quanti sono i fogli da 30 e quanti da 20? [15, 9]

149 Tre amici hanno insieme 54 anni. Sapendo che tre anni fa l'età del terzo amico superava di 3 anni l'età del primo e che fra due anni la somma delle età del secondo e del terzo amico supererà di 22 anni quella del primo, trova le età dei tre amici. [17; 17; 20]

150 Nella libreria di Marco ci sono 149 libri. Il numero dei romanzi gialli supera di 100 quello dei libri di fantascienza i quali, a loro volta, superano di 20 i romanzi storici. Quanti libri di ciascun tipo ci sono nella libreria? [123; 23; 3]

151 Maria, Lucia e Olga devono vendere al mercatino dell'usato 50 oggetti. "Io ho 6 oggetti più di Maria" dice Lucia; "Si, ma ne hai anche 8 meno di me", ribatte Olga. Quanti oggetti ciascuna delle ragazze porta al mercatino? [10; 16; 24]

152 Alessandro, Barbara, Gianpietro e Davide decidono di prendere lezioni di tennis. Gianpietro prende un numero di lezioni doppio rispetto a Barbara, Alessandro prende 4 lezioni più di Davide ma 3 meno di Gianpietro. In totale i quattro amici prendono 46 lezioni. Quante lezioni prende ciascuno? [13; 8; 16; 9]

153 Luca fa parte di una famiglia molto numerosa: il numero delle sue sorelle è il doppio di quello dei suoi fratelli, mentre il numero delle sorelle che ogni femmina ha supera di 2 quello dei fratelli di Luca. Quanti fratelli e quante sorelle ci sono nella famiglia? [Luca ha 3 fratelli e 6 sorelle]

154 In un rally due auto partono dalla stessa città a distanza di un'ora una dall'altra. La prima in un'ora percorre 90km mentre la seconda ne percorre 120. Dopo quanto tempo la seconda auto raggiungerà la prima? [3h]

155 Roberto e Laura sono compagni di classe. Roberto dice: "Il numero dei miei compagni supera di 4 quello delle mie compagne" e Laura aggiunge: "Il numero delle mie compagne è i $\frac{3}{5}$ di quello dei miei compagni". Da quanti alunni è composta complessivamente la classe di Roberto e di Laura? [25]

156 Sandro compra un cd-rom del valore di € 19 e paga con monete da € 1, € 2 e € 0,50. Sapendo che complessivamente utilizza 16 monete e che il numero delle monete da € 2 è uguale al numero delle monete da € 0,50 determina il numero delle monete da € 1, € 2 e € 0,50. [4; 6; 6]

157 Nel tuo portamonete hai complessivamente € 13,50 in monete da € 0,50, da € 1 e da € 2; se in tutto hai 12 monete e quelle da € 1 sono i $\frac{3}{4}$ di quelle da € 2, quante monete di ogni tipo possiedi?
[da € 0,50 : 5, da € 1 : 3; da € 2 : 4]

Problemi di natura geometria

158 Il lato di un triangolo isoscele supera di 3cm la base ed è anche congruente ai $\frac{5}{3}$ del lato di un quadrato; se i due poligoni hanno lo stesso perimetro, quanto misurano i lati del triangolo? [5cm; 2cm]

159 Determina il perimetro di un triangolo ABC, rettangolo in A, sapendo che $\frac{5}{3}AC + \frac{1}{12}AB = 32\text{m}$ e che $\frac{7}{6}AC - \frac{2}{3}AB = 5\text{m}$. [72m]

160 Determina l'area di un rombo, sapendo che una diagonale è $\frac{3}{2}$ dell'altra e che la somma fra la minore, aumentata di 5cm, e la maggiore, diminuita di 3cm, è uguale a 82cm. [768cm^2]

161 È dato un triangolo isoscele ABC di base BC in cui l'altezza AH è doppia della base. Calcola l'area del triangolo sapendo che: $\frac{1}{2}\overline{AH} + 3\overline{BC} = 80\text{cm}$. [$400\text{cm}^2$]

162 In un trapezio isoscele ciascun lato obliquo è congruente alla metà della somma delle basi. Calcola le misure dei lati del trapezio sapendo che il suo perimetro è 200cm e che la misura della base maggiore è i $\frac{16}{9}$ di quella della base minore. [$B = 64\text{cm}$; $b = 36\text{cm}$; $\ell = 50\text{cm}$]

163 In un trapezio scaleno la somma delle basi è 26cm e la differenza tra i lati obliqui è 2cm. Sapendo che il lato obliquo più lungo è $\frac{3}{4}$ della base maggiore e che il perimetro misura 54cm, trova le misure dei lati del trapezio. [20cm; 15cm; 13cm; 6cm]

164 In un rombo la somma tra i $\frac{5}{8}$ della diagonale maggiore e i $\frac{2}{3}$ della minore è 27cm. Sapendo che il rapporto tra la differenza delle diagonali e la loro semisomma è $\frac{2}{7}$ calcola il perimetro del rombo. [60cm]

165 In un triangolo isoscele il perimetro misura 160cm e la differenza tra il lato obliquo e la sesta parte della base è uguale alla semisomma del lato obliquo con metà base. Calcola l'area del triangolo. [1200cm^2]

166 È dato un rettangolo in cui la diagonale differisce da uno dei lati di 5cm e i $\frac{7}{5}$ della diagonale superano di 10cm la somma dei $\frac{2}{5}$ della diagonale con i $\frac{3}{4}$ dello stesso lato. Calcola perimetro e area del rettangolo. [70cm; 300cm^2]

167 In un triangolo isoscele la differenza tra i $\frac{5}{3}$ della base e $\frac{1}{5}$ di un lato misura 27cm, mentre il perimetro è di 48cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo ottenuto congiungendo i punti medi dei lati del triangolo dato. [$2p = 24\text{cm}$; $A = 27\text{cm}^2$]

168 In un rettangolo la misura della base è il doppio di quella dell'altezza e inoltre la differenza dei $\frac{3}{4}$ della base con i $\frac{2}{3}$ dell'altezza è 5cm. Calcola il perimetro e l'area del rettangolo. [36cm; 72cm^2]

169 Il perimetro di un trapezio isoscele è 168cm; la base minore è i $\frac{7}{5}$ del lato obliquo e la base maggiore supera di 3cm i $\frac{16}{7}$ della base minore. Calcola l'area del trapezio. [$A = 413\text{cm}^2$]

170 In un triangolo rettangolo il cateto minore è lungo 17cm, mentre la misura dell'ipotenusa supera di 1cm quella del cateto maggiore. Calcola l'area e il perimetro del triangolo. [$A = 1224\text{cm}^2$; $2p = 306\text{cm}$]

171 Determina la misura della base e dell'altezza di un triangolo isoscele, sapendo che il suo perimetro è $170a$ e che la somma fra i $\frac{4}{5}$ della base e i $\frac{3}{2}$ del lato obliquo è uguale a $130a$. [$60a$; $50a$]

172 In un triangolo isoscele la somma della base con uno dei lati congruenti è il doppio della base stessa diminuita di 9cm; il perimetro del triangolo è uguale al doppio della base aumentata di 6cm. Calcola l'area del triangolo. [$A = 108\text{cm}^2$]

173 La differenza tra il perimetro di un rombo e una sua diagonale è 42cm, mentre la somma tra un lato e il doppio della diagonale stessa è 51cm. Calcola il perimetro e l'area del rombo. [$2p = 60\text{cm}$; $A = 216\text{cm}^2$]

174 Il perimetro di un trapezio isoscele è 200m e la somma della base maggiore con il triplo del lato obliquo è 230m. Calcola l'area del trapezio sapendo che il lato obliquo supera di 10m il doppio della base minore. [$A = 2000\text{m}^2$]

175 Un trapezio rettangolo ha l'angolo adiacente alla base maggiore ampio 45°. Sapendo che la differenza tra il doppio della base maggiore e la quarta parte della minore è $60a$ e che la somma tra il triplo della stessa base maggiore e la metà della minore è $104a$, calcola l'area del trapezio. [$A = 384a^2$]

176 In un triangolo rettangolo ABC l'ipotenusa BC è 32cm; prendi sul cateto AC un punto M tale che $\frac{CM}{MA} = \frac{7}{6}$. Sapendo che CM supera di 6cm i $\frac{2}{3}$ di AM, calcola il perimetro del triangolo. $\left[2p = \left(58 + 2\sqrt{87}\right)\text{cm}\right]$

177 Calcola l'area di un trapezio rettangolo sapendo che la diagonale minore forma con la base maggiore un angolo di 45°, che la base minore è $\frac{3}{7}$ della maggiore e che il perimetro è 36cm. [60cm^2]

178 Il perimetro di un rettangolo misura 32m. Se si aggiungono 2m alla base e si tolgono 2m all'altezza, l'area del rettangolo diminuisce di 20m^2. Trova la misura dei lati del rettangolo. [12m; 4m]

179 In un trapezio isoscele i $\frac{3}{4}$ della proiezione del lato obliquo sulla base maggiore superano di 6cm la terza parte dell'altezza. Sapendo che il doppio della base minore supera di 11cm l'altezza e che la somma della proiezione del lato obliquo con i $\frac{2}{3}$ dell'altezza è uguale alla somma tra la base minore e 8cm, calcola il perimetro del trapezio. [74cm]