

## ELEMENTI DI CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

### PREREQUISITI

- conoscere e costruire tabelle a doppia entrata
- conoscere il significato di frequenza statistica
- calcolare rapporti e percentuali

### CONOSCENZE

1. il significato di evento casuale
2. il significato di eventi impossibili, certi, incerti, incompatibili, compatibili e complementari
3. la "legge dei grandi numeri"
4. la probabilità di un evento composto

### ABILITÀ

- A. calcolare la probabilità matematica di eventi semplici, composti, incompatibili, compatibili
- B. rappresentare la probabilità mediante diagrammi ad albero o tabelle a doppia entrata ed essere in grado di calcolarla

## PER RICORDARE

### Il calcolo delle probabilità:

1. un evento ( $E$ ) si dice **casuale** o **aleatorio**, quando il suo verificarsi dipende unicamente dal caso;
2. un evento si dice **certo** quando è possibile stabilire con assoluta certezza il suo verificarsi;
3. un evento si dice **impossibile** quando non potrà mai realizzarsi;
4. la probabilità  $p(E)$  di un evento  $E$  è data dal rapporto fra il numero  $f$  di casi favorevoli all'evento e il numero complessivo  $n$  dei casi possibili. In simboli:  $p(E) = \frac{f}{n}$ ;
5. la probabilità di un evento **certo** è uguale a **1**;
6. la probabilità di un evento **impossibile** è uguale a **0**;
7. la probabilità di un evento **aleatorio** qualsiasi è un numero compreso tra 0 e 1, cioè  $0 \leq p \leq 1$ ;
8. due eventi  $E_1$  e  $E_2$  si dicono **incompatibili** quando il verificarsi del primo esclude il verificarsi del secondo, ovvero i due eventi non possono verificarsi contemporaneamente;
9. due eventi  $E_1$  e  $E_2$  si dicono **compatibili** quando il verificarsi del primo non esclude il verificarsi del secondo, ovvero i due eventi si possono verificare contemporaneamente;
10. due eventi  $E_1$  e  $E_2$  si dicono **complementari** quando il verificarsi del primo esclude il verificarsi del secondo, ma sicuramente uno dei due eventi si verificherà.

### I teoremi del calcolo delle probabilità:

11. la **somma delle probabilità di due eventi complementari** è sempre uguale a 1;
12. due eventi complementari sono sempre incompatibili, mentre due eventi incompatibili non sempre sono complementari;
13. la **probabilità totale**:
  - **di due o più eventi incompatibili** è uguale alla somma delle probabilità di ciascun evento. In simboli:  $p_t = p_1 + p_2 + \dots + p_n$ ;
  - **di due eventi compatibili** è uguale alla somma delle probabilità di ciascun evento diminuita della probabilità comune ai due eventi. In simboli:  $p_t = p_1 + p_2 - p_c$ ;

**14. la probabilità di un evento composto  $E$ :**

- costituito da due eventi  $E_1$  e  $E_2$  fra loro **indipendenti**, si ottiene effettuando il prodotto delle probabilità di ciascun evento e viene chiamata anche **probabilità composta**. In simboli:  $p(E) = p(E_1) \cdot p(E_2)$ ;
- costituito da due eventi  $E_1$  e  $E_2$  fra loro **dipendenti**, si ottiene effettuando il prodotto della probabilità di  $E_1$  per la probabilità condizionata di  $E_2$ . In simboli:  $p_t = p(E_1) \cdot p(E_2/E_1)$ .

**ESERCIZI DI CONOSCENZA****1** Completa le seguenti definizioni:

- un evento si dice casuale, o ....., quando il suo verificarsi dipende unicamente dal .....
- un evento si dice certo se si può stabilire con assoluta certezza .....
- la probabilità di un evento  $E$  è data dal ..... fra il numero ..... ed il numero .....

**2** Indica quali tra le seguenti proprietà sono corrette:

- la probabilità di un evento impossibile è 1;
- la probabilità di un evento impossibile è 0;
- la probabilità di un evento certo è 1;
- la probabilità di un evento certo dipende dall'evento;
- la probabilità di un evento aleatorio qualsiasi è sempre un numero compreso tra 0 e 1;
- la probabilità di un evento aleatorio qualsiasi è sempre un numero compreso tra  $-1$  e  $1$ .

**3** Completa le seguenti definizioni:

- due eventi  $E_1$  e  $E_2$  si dicono incompatibili quando il verificarsi del primo ..... il verificarsi del secondo, ovvero i due eventi non possono verificarsi .....
- due eventi  $E_1$  e  $E_2$  si dicono compatibili quando il verificarsi del primo ..... il verificarsi del secondo, ovvero i due eventi non possono verificarsi .....
- due eventi  $E_1$  e  $E_2$  si dicono complementari quando il verificarsi del primo ..... il verificarsi del secondo, ma sicuramente uno dei due eventi .....

**4** Completa le seguenti definizioni:

- la probabilità inversa di un evento  $p$  è la probabilità che .....
- la somma delle probabilità di due eventi complementari è sempre uguale a .....
- la probabilità totale di due o più eventi incompatibili è uguale alla ..... delle ..... di ciascun evento;
- la probabilità totale di due eventi compatibili è uguale alla ..... delle probabilità dei due eventi ..... della probabilità ..... ai due eventi;
- due eventi  $E_1$  e  $E_2$  si dicono indipendenti se il verificarsi dell'evento  $E_1$  ..... la probabilità .....
- due eventi  $E_1$  e  $E_2$  si dicono dipendenti se il verificarsi dell'evento  $E_1$  ..... la probabilità del verificarsi dell'evento  $E_2$ ; la probabilità che l'evento  $E_2$  si verifichi (nell'ipotesi che l'evento  $E_1$  si sia già realizzato), è detta ..... ed è di solito indicata con la scrittura .....

**5** Con quale formula si calcola la probabilità dell'evento composto di due eventi fra loro indipendenti?

- $p(E) = p(E_1) + p(E_2)$ ;
- $p(E) = p(E_1) : p(E_2)$ ;
- $p(E) = p(E_1) \cdot p(E_2)$ .

**6** La probabilità di due eventi dipendenti è uguale a:

- $p_t = p(E_1) : p(E_2/E_1)$ ;
- $p_t = p(E_1) \cdot p(E_2/E_1)$ ;
- $p_t = p(E_1) - p(E_2/E_1)$ .

**7** Completa la seguente frase:

la legge dei grandi numeri dice che se sottoponiamo un evento casuale ad un ..... otteniamo una frequenza che si avvicina molto .....

## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO BASE \*

### 1 *Esercizio Svolto*

#### Il calcolo della probabilità

Calcola la probabilità che lanciando un dado esca un numero pari, esprimendola in frazione, valore decimale e valore percentuale.

#### Svolgimento

Il dado ha sei facce quindi  $n = 6$ ; il nostro evento ha tre possibilità di verificarsi (esce 2, esce 4, esce 6) dunque  $f = 3$

$$p \text{ (valore frazione)} = \frac{f}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2};$$

$$p \text{ (valore decimale)} = 1 : 2 = 0,5;$$

$$p \text{ (valore percentuale)} = 0,5 \cdot 100\% = 50\%.$$

- 2 Calcola la probabilità che estraendo da un sacchetto contenente 10 palline rosse e 5 gialle esca una pallina gialla, esprimendola in frazione, valore decimale e valore percentuale.

- 3 Calcola la probabilità che lanciando un dado esca il numero 6, esprimendola in frazione, valore decimale e valore percentuale.

### 4 *Esercizio Svolto*

#### La probabilità totale di due eventi incompatibili

Calcola la probabilità totale dell'evento  $E_1$ : «estrarre da un sacchetto contenente 3 palline rosse, 2 gialle e 5 verdi, indifferentemente, una pallina rossa o una verde».

#### Svolgimento

La probabilità di estrarre una pallina rossa è:  $p_1 = \frac{3}{10};$

La probabilità di estrarre una pallina verde è:  $p_2 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2};$

La probabilità totale è:  $p_3 = \frac{3}{10} + \frac{1}{2} = \frac{4}{5}.$

- 5 Calcola la probabilità che lanciando un dado esca un numero divisibile per 3 o un numero minore di 3.

- 6 Calcola la probabilità che estraendo una carta da un mazzo di 40 carte italiane sia un quattro o un sei.

### 7 *Esercizio Svolto*

#### La probabilità totale di due eventi complementari

Dai 90 numeri della tombola si estrae un numero:

- considera l'evento  $E_1$ : «esce un numero minore o uguale a 30» e calcolane la probabilità;
- determina l'evento complementare e calcolane la probabilità;
- calcola la probabilità totale dei due eventi complementari.

#### Svolgimento

a. La probabilità che venga estratto un numero minore o uguale a 30 è  $\frac{30}{90} = \frac{1}{3};$

b. L'evento complementare è:  $E_c$ : «esce un numero maggiore di 30»: la probabilità è  $\frac{60}{90} = \frac{2}{3};$

c. La probabilità totale è  $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1.$

- 8** Un sacchetto contiene 10 palline rosse, 8 nere e 4 bianche:
- considera l'evento  $E_1$ : «estrarre una pallina nera» e calcolane la probabilità;
  - considera l'evento complementare di  $E_1$  e calcolane la probabilità.

- 9** Da un mazzo di 40 carte se ne estrae una:
- considera l'evento  $E_1$ : «esce una carta di fiori» e calcolane la probabilità;
  - determina l'evento complementare e calcolane la probabilità;
  - calcola la probabilità totale dei due eventi complementari.

### 10 *Esercizio Svolto*

#### La probabilità totale di due eventi incompatibili e di due eventi compatibili

Da un mazzo di 40 carte calcola la probabilità dei seguenti eventi:

- $E_1$ : «esce un 5 o una figura»;
- $E_2$ : «esce un 7 oppure una carta di fiori».

#### Svolgimento

- a.** L'evento  $E_1$  è composto di due eventi «esce un 5» ed «esce una figura», fra loro incompatibili. In questo caso dunque la probabilità totale si ottiene addizionando la probabilità dei due eventi semplici:

$$p_1 \text{ (esce un 5)} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} \qquad p_2 \text{ (esce una figura)} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Pertanto } p(E_1) = p_1 + p_2 = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

- b.** L'evento  $E_2$  è composto dai due eventi «esce un 7» ed «esce una carta di fiori» che sono però compatibili (potrebbe verificarsi anche l'evento «esce il 7 di fiori»). Calcoliamo le rispettive probabilità:

$$p_1 \text{ (esce un 7)} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} \qquad p_2 \text{ (esce una carta di fiori)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$p_c \text{ (esce il 7 di fiori)} = \frac{1}{40}$$

$$\text{Pertanto } p(E_2) = p_1 + p_2 - p_c = \frac{1}{10} + \frac{1}{4} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}.$$

- 11** Nel lancio di un dado calcola la probabilità che si verifichi l'evento «esce un 5 o un numero pari».
- 12** Nel lancio di un dado calcola la probabilità che si verifichi l'evento «esce un 3 o un numero dispari».
- 13** Calcola la probabilità dell'evento  $E$ : «esce un numero primo o un numero dispari» nel lancio di un dado.

### 14 *Esercizio Svolto*

#### La probabilità composta di due eventi indipendenti

Calcola la probabilità di estrarre da un sacchetto contenente 10 palline rosse, 5 gialle e 6 verdi, in successione e rimettendo le palline estratte nel mazzo, una pallina rossa, una gialla e una verde.

#### Svolgimento

Dobbiamo calcolare la probabilità di un evento composto  $E$  che è costituito da tre eventi semplici indipendenti:

- estrazione di una pallina rossa da un sacchetto che ne contiene 10 rosse con un totale di 21 palline;
- estrazione di una pallina gialla da un sacchetto che ne contiene 5 gialle con un totale di 21 palline;
- estrazione di una pallina verde da un sacchetto che ne contiene 6 verdi con un totale di 21 palline.

Calcoliamo le probabilità di ciascuno dei tre eventi:

$$p_r = \frac{10}{21}; \quad p_g = \frac{5}{21} \quad p_v = \frac{6}{21}.$$

Determiniamo la probabilità dell'evento composto:  $p(E) = p_r \cdot p_g \cdot p_v = \frac{10}{21} \cdot \frac{5}{21} \cdot \frac{6}{21} = \frac{100}{3087}$ .

**15** Da un sacchetto contenente i 90 numeri del gioco della tombola si estraggono due numeri, uno di seguito all'altro, rimettendo il primo numero nel sacchetto. Qual è la probabilità che escano, a prescindere dall'ordine, un numero multiplo di 5 e il numero 6?

**16** Calcola la probabilità di estrarre da un mazzo di 40 carte italiane in successione e rimettendo le carte estratte nel mazzo, un 3 e una figura.

### 17 *Esercizio Svolto*

#### Probabilità composta condizionata

Supponiamo di estrarre due numeri da un sacchetto contenente i 90 numeri della tombola e, senza rimettere il primo estratto nel sacchetto, estraiamo un secondo numero. Ci domandiamo qual è la probabilità che tutti e due i numeri siano pari.

#### Svolgimento

Inizialmente il sacchetto contiene tanti numeri pari quanti dispari, ma poiché il numero estratto per primo non viene riposto nel sacchetto, la seconda estrazione dipenderà dal risultato della prima. Quindi i due eventi sono fra loro dipendenti. In questo caso possiamo utilizzare la formula della probabilità condizionata:

$$p(E_1) = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}; \quad p(E_2/E_1) = \frac{44}{89}; \quad p_t = p(E_1) \cdot p(E_2/E_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{44}{89} = \frac{22}{89}$$

**18** Calcola la probabilità che estraendo da un sacchetto contenente 7 palline gialle e 10 blu, due palline, senza rimettere la prima nel sacchetto, siano la prima gialla e l'altra blu.

**19** Calcola la probabilità di estrarre da un mazzo di 40 carte, in successione e senza rimettere la carta estratta nel mazzo, un 3 e una carta di denari nell'ipotesi che la prima carta estratta sia il 3 di denari.

## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO MEDIO \*\*

### 1 *Esercizio Guidato*

#### La probabilità

Estraendo una carta da un mazzo di 40 carte determina:

- la probabilità che la carta estratta sia inferiore a 3;
- la probabilità che la carta estratta sia di denari o sia il 5 di coppe;
- la probabilità complementare dell'evento  $E$ : «esce una figura»;
- la probabilità che la carta estratta sia di fiori o una figura.

#### Svolgimento

- Considerato l'evento  $E$ : «..... inferiore a 3», i casi favorevoli sono  $f = \dots\dots\dots$ ; i casi possibili sono  $n = \dots\dots\dots$ . Quindi  $p(E) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$ .

b. I due eventi  $E_1$  : «esce una carta di denari» e  $E_2$  : «esce il 5 di coppe» sono due eventi .....

$$\text{Quindi } p(E) = \dots + \dots = \frac{10}{40} + \dots = \frac{11}{40}.$$

c. Calcoliamo prima la  $p(E) = \dots = \dots$

Per determinare la probabilità complementare  $q$  bisogna applicare la formula:

$$q = \dots - \dots = \dots - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}.$$

d. Consideriamo l'evento  $E_1$  : «esce una carta di fiori» e l'evento  $E_2$  : «.....», i due eventi sono .....

Calcoliamo  $p(E_1) = \dots$  e  $p(E_2) = \dots$  e la probabilità dell'evento comune  $p_c = \dots$

$$\text{Quindi } p(E) = \dots + \dots - \dots = \dots + \dots - \frac{3}{40} = \frac{19}{40}.$$

**2** Estrae da un contenitore contenente 3 biro rosse, 2 biro blu, 5 biro nere e 4 matite calcola la probabilità:

- che esca una matita;
- che esca una biro blu o una nera;
- dell'evento complementare del punto a.

**3** Estrae da un numero al lotto (90 numeri), qual è la probabilità che:

- sia un numero minore di 31;
- non sia multiplo di 10;
- sia multiplo di 3 o il numero 5.

**4** Il gioco della roulette consiste nel puntare una certa quantità di denaro su uno dei 37 numeri (da 0 a 36). Sapendo che il numero 0 è verde e che gli altri numeri sono 18 rossi e 18 neri, calcola la probabilità dei seguenti eventi:

- «esce un numero pari»;
- «esce un numero rosso»;
- «esce un numero giallo»;
- «esce un numero verde»;
- «esce un numero dispari o divisibile per 7»;
- «esce un numero divisibile per 2 o verde».

## 5 *Esercizio Guidato*

### La probabilità composta

Calcola la probabilità di estrarre da un sacchetto contenente i 90 numeri della tombola in successione e rimettendo i numeri estratti nel sacchetto, un numero minore di 10, il 20 e un multiplo di 45.

### Svolgimento

Dobbiamo calcolare la probabilità di un evento .....  $E$  che è costituito da tre eventi semplici .....

- estrazione di un numero ..... di 10 da un sacchetto che contiene i numeri da 1 a 90;
- estrazione del numero ..... da un sacchetto che contiene i numeri da 1 a 90;
- estrazione ..... da un sacchetto che contiene i numeri da 1 a 90.

Calcoliamo le probabilità di ciascuno dei tre eventi:

$$p_1 = \frac{\dots}{90} = \frac{\dots}{10}; \quad p_2 = \frac{\dots}{\dots}; \quad p_3 = \frac{2}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}.$$

Determiniamo la probabilità dell'evento composto considerato:

$$p(E) = p_1 \cdot \dots \cdot \dots = \frac{\dots}{\dots} \cdot \frac{\dots}{\dots} \cdot \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{40500}.$$

- 6** Calcola la probabilità di estrarre da un mazzo di 40 carte in successione e rimettendo le carte estratte nel mazzo, il 5 di denari e una carta di coppe.

### 7 *Esercizio Guidato*

#### La probabilità composta condizionata

Supponiamo di estrarre due palline da un sacchetto contenente 15 palline verdi, 10 rosse e 20 blu e, senza rimettere la prima estratta nel sacchetto, estraiano una seconda pallina. Ci domandiamo qual è la probabilità che tutte e due le palline siano rosse.

#### Svolgimento

Inizialmente il sacchetto contiene ..... palline rosse su un totale di .....

Dopo aver fatto la prima estrazione il sacchetto conterrà ..... palline rosse. Quindi i due eventi sono fra loro ....., pertanto:

$$p(E_1) = \frac{\dots}{45} = \frac{2}{\dots}; \quad p(\dots/E_1) = \frac{\dots}{44}; \quad p_t = \dots \cdot p(\dots/E_1) = \frac{\dots}{\dots} \cdot \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{22}$$

- 8** Estraendo due carte da un mazzo di 40 carte, senza rimettere la prima carta estratta nel mazzo, qual è la probabilità che siano entrambe due figure?

- 9** Un'urna contiene 15 palline bianche, 10 rosse, 16 verdi e 24 gialle. Qual è la probabilità che, effettuando tre estrazioni successive e non rimettendo la prima e la seconda pallina estratta nell'urna, le tre palline siano tutte rosse.

- 10** Indica quale delle seguenti risposte è quella che è più probabile che si avvicini alla realtà. E' stato lanciato 200 volte un dado e l'evento  $E$ : «esce il numero 4» si è ripresentato:
- a. 35 volte;      b. 8 volte;      c. 7 volte;      d. 50 volte.

- 11** Indica quale delle seguenti risposte è quella che è più probabile che si avvicini alla realtà. Quante volte sono state lanciate due monete se l'evento  $E$ : «esce la doppia testa» si è ripresentato per 100 volte?
- a. 210;      b. 1000;      c. 410;      d. 350.

## ESERCIZI DI ABILITÀ ⇒ LIVELLO AVANZATO \*\*\*

- 1** Le pagine di una rivista sono numerate da 1 a 50; calcola la probabilità che, aprendo una pagina a caso si verifichino i seguenti eventi:
- a.  $E_1$ : «esce una pagina il cui numero è un multiplo di 5»;
- b.  $E_2$ : «esce una pagina il cui numero ha come somma delle cifre il numero 5».
- 2** Estraendo un dolce da un sacchetto contenente 10 caramelle, 13 cioccolatini e 9 biscotti, qual è la probabilità di estrarre:
- a. una caramella;
- b. una caramella o un cioccolatino?
- Determina inoltre la probabilità complementare dell'evento **a**.
- 3** Estraendo un solido da un sacchetto contenente 10 sfere rosse, 15 sfere blu e 10 cubi rossi, qual è la probabilità di estrarre:
- a. un solido rosso;
- b. un solido rosso o una sfera?

- 4** Calcola la probabilità di estrarre da un mazzo di 52 carte in successione e rimettendo le carte estratte nel mazzo, un dieci, una figura e un numero divisibile per 4.
- 5** Estrae due numeri da un sacchetto contenente i numeri da 1 a 50, senza rimettere il primo estratto nel sacchetto, qual è la probabilità che il primo numero sia inferiore a 5 e l'altro sia compreso tra 10 e 20 (esclusi il 10 e il 20)?
- 6** Gli alunni di una classe sono 25, di questi 5 hanno partecipato ad un torneo di pallavolo, 10 ad uno di calcio e 2 ad entrambi i tornei. Scegliendo un ragazzo a caso, quale probabilità abbiamo che abbia partecipato ad almeno uno dei due tornei? Quale probabilità che non abbia partecipato ad alcun torneo?
- 7** Si estrae una carta da un mazzo di 40 carte italiane e, dopo averla inserita, si estrae una seconda carta. Calcola la probabilità che le carte estratte siano:  
**a.** la prima una figura e la seconda un 3;  
**b.** la prima un re e la seconda un 5;  
**c.** due carte di uguale valore.
- 8** Considera l'esercizio precedente e calcola i valori di probabilità se, nei tre casi, la carta estratta non viene inserita nel mazzo.
- 9** Qual è la probabilità che nel gioco del Lotto, alla prima estrazione sulla ruota di Roma, si ottenga un numero minore di 21 oppure divisibile per 10.
- 10** Disegna un grafo ad albero dei casi possibili nel lancio di 3 monete e calcola la probabilità che si verifichi il seguente evento:  $E_1$ : «escono nell'ordine croce, croce e testa».
- 11** Una coppia è formata da un genitore con sangue di gruppo  $B$  e dall'altro di gruppo  $AB$ . Descrivi le possibili composizioni del gruppo sanguigno per i figli della coppia e calcola la probabilità nei vari casi.

## SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

### VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1** **a.** aleatorio, caso; **b.** il suo verificarsi; **c.** rapporto, di casi favorevoli all'evento, complessivo di casi possibili.
- 2** **b.**; **c.**; **e.**
- 3** **a.** esclude, contemporaneamente; **b.** non esclude, contemporaneamente; **c.** esclude, si verificherà.
- 4** **a.**  $p$  non si verifichi; **b.** 1; **c.** somma, probabilità; **d.** somma, diminuita, dell'evento comune; **e.** non influenza, del verificarsi di  $E_2$ ; **f.** modifica, probabilità condizionata,  $P(E_2/E_1)$ .
- 5** **c.** **6** **b.**
- 7** numero elevato di prove, alla probabilità teorica.

### VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO BASE

- 2**  $\frac{1}{3}$ ;  $0,\bar{3}$ ;  $33,\bar{3}\%$ .      **3**  $\frac{1}{6}$ ;  $0,1\bar{6}$ ;  $16,\bar{6}\%$ .      **5**  $\frac{2}{3}$ .      **6**  $\frac{1}{5}$ .
- 8** **a.**  $\frac{4}{11}$ ; **b.**  $\frac{7}{11}$ .      **9** **a.**  $\frac{1}{4}$ ; **b.**  $\frac{3}{4}$ ; **c.** 1.      **11**  $\frac{2}{3}$ .      **12**  $\frac{1}{2}$ .
- 13**  $\frac{2}{3}$ .      **15**  $\frac{1}{450}$ .      **16**  $\frac{3}{100}$ .      **18**  $\frac{35}{136}$ .      **19**  $\frac{3}{130}$ .



## VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO MEDIO

1 a. esce una carta;  $f = 8$ ;  $n = 40$ ;

b. indipendenti;  $p(E) = p_1 + p_2 = \frac{10}{40} + \frac{1}{40} = \frac{11}{40}$ ;

c.  $p(E) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$ ;  $q = 1 - p(E) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ ;

d.  $E_2$ : «esce una figura»; compatibili;  $p(E_1) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ ;  $p(E_2) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$ ;  $p_c = \frac{3}{40}$ ;

$$p(E) = p(E_1) + p(E_2) - p_c = \frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{3}{40} = \frac{19}{40}.$$

2 a.  $\frac{2}{7}$ ; b.  $\frac{1}{2}$ ; c.  $\frac{5}{7}$ .

3 a.  $\frac{1}{3}$ ; b.  $\frac{9}{10}$ ; c.  $\frac{31}{90}$ .

4 a.  $\frac{18}{37}$ ; b.  $\frac{18}{37}$ ; c. 0; d.  $\frac{1}{37}$ ; e.  $\frac{20}{37}$ ; f.  $\frac{19}{37}$ .

5 composto; indipendenti; minore; 20; di un multiplo di 45;  $p_1 = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$ ;  $p_2 = \frac{1}{90}$ ;  $p_3 = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$ ;

$$p(E) = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{90} \cdot \frac{1}{45} = \frac{1}{40500}.$$

6  $\frac{1}{160}$ .

7 10; 45; 9; dipendenti;  $p(E_1) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$ ;  $p(E_2/E_1) = \frac{9}{44}$ ;  $p_t = p(E_1) \cdot p(E_2/E_1) = \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{44} = \frac{1}{22}$ .

8  $\frac{11}{130}$ .

9  $\frac{1}{364}$ .

10 a.

11 c.

## VALUTAZIONE DEGLI ESERCIZI DI ABILITÀ: LIVELLO AVANZATO

1 a.  $\frac{1}{5}$ ; b.  $\frac{3}{25}$ .

2 a.  $\frac{5}{16}$ ; b.  $\frac{23}{32}$ ; c.  $\frac{11}{16}$ .

3 a.  $\frac{4}{7}$ ; b. 1.

4  $\frac{6}{2197}$ .

5  $\frac{18}{1225}$ .

6  $\frac{13}{25} \cdot \frac{12}{25}$ .

7 a.  $\frac{3}{100}$ ; b.  $\frac{1}{100}$ ; c.  $\frac{1}{10}$ .

8 a.  $\frac{2}{65}$ ; b.  $\frac{2}{195}$ ; c.  $\frac{1}{13}$ .

9  $\frac{3}{10}$ .

10  $\frac{1}{8}$ .

11  $AB = 50\%$ ;  $B = 50\%$ .