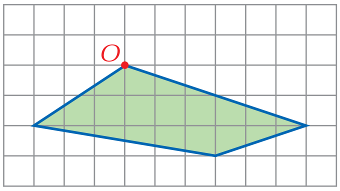
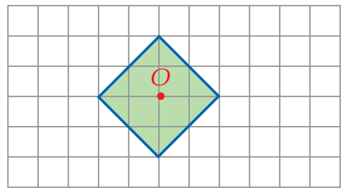
Esercizi di consolidamento

1 Applicando la definizione di omotetia, costruisci le figure corrispondenti di quelle date nelle omotetie di centri O e rapporti k indicati.



a. $k = 3$



b. $k = \frac{1}{2}$

c. $k = -2$

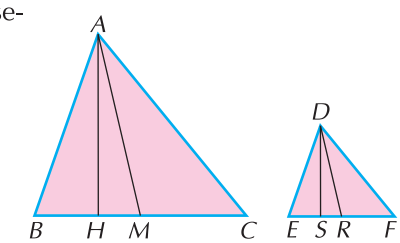
2 Le dimensioni di un rettangolo P_1 sono, rispetto a una certa unità di misura, 24 e 36. Determina l'area del rettangolo P_2 ad esso simile, sapendo che il perimetro di P_2 è i $\frac{3}{2}$ del perimetro di P_1.
[36; 54; area = 1944]

3 Due rette r e s si intersecano in un punto A; considera l'omotetia avente centro in un punto O qualsiasi e rapporto k e sia $r' = \omega_{O,k}(r)$ e $s' = \omega_{O,k}(s)$. Indicato con B il punto di intersezione di r' con s', dimostra che $B = \omega_{O,k}(A)$.

4 Due poligoni si corrispondono in una omotetia di rapporto $k = \frac{3}{5}$; se il primo ha perimetro $15a$ ed area $10a^2$, quali sono il perimetro e l'area del secondo?

5 Dato il triangolo ABC, sia AF la bisettrice dell'angolo di vertice A; fissato un punto P su AF, traccia da P la parallela al lato AB che incontra BC in D e la parallela al lato AC che incontra BC in E. Utilizzando le omotetie, dimostra che PF è la bisettrice dell'angolo $\widehat{DPE}$.

6 I triangoli in figura sono simili; completa le seguenti proporzioni inserendo i termini appropriati:



a. $BC : EF = AH : ......$

b. $AM : ..... = ... : ED$

c. $AC : MC = ... : .....$

d. $2p(\widehat{ABC}) : BC = ... : .....$

e. $..... : ..... = DR : DS$

f. $S(\widehat{ABC}) : S(\widehat{DEF}) = ... : ......$

7 Barra vero o falso.

a. Due triangoli sono simili di rapporto $\frac{1}{3}$; se un lato misura 12, il suo omologo misura 24. V F

b. Il rapporto fra i perimetri di due triangoli isosceli che hanno angoli al vertice congruenti è uguale a 2; anche il rapporto fra i lati è uguale a 2. V F

c. Il rapporto fra i perimetri di due quadrati è 9; se il lato del quadrato più piccolo misura 2, allora il lato dell'altro quadrato misura 18. V F

d. Se il rapporto fra le aree di due triangoli è 9, il rapporto fra una coppia di lati corrispondenti è 3. V F

8 Sono dati due triangoli simili ABC e $A'B'C'$. Sapendo che l'area del primo è $6a^2$ e quella del secondo è $96a^2$, calcola il rapporto tra i perimetri dei due triangoli.

9 Nel triangolo ABC conduci dal punto P del lato AB tale che $AP : PB = 2 : 3$ la parallela al lato CB che incontra AC nel punto Q. Dimostra che $\dfrac{AC}{AQ} = \dfrac{CB}{PQ} = \dfrac{5}{2}$.

10 Dimostra che se due triangoli isosceli hanno gli angoli al vertice congruenti, allora sono simili.

11 Disegna un triangolo ABC rettangolo in A e da un punto P dell'ipotenusa traccia la perpendicolare all'ipotenusa stessa che incontra i cateti AC e AB (o i loro prolungamenti) rispettivamente in R e in S. Dimostra che i triangoli BPS, PCR, ARS e ABC sono tutti simili fra loro.

12 È dato il triangolo isoscele ABC di base AB. Da un punto P della base conduci la perpendicolare alla base stessa che incontra le rette dei lati BC e AC rispettivamente in Q e in R. Dimostra che $PB : BQ = AP : AR$.

13 Un segmento AB è diviso da un punto C in due parti proporzionali ai numeri 2 e 3; per il punto A conduci una retta r e dai punti C e B le perpendicolari CQ e BP a r. Dimostra che $\dfrac{AP}{AQ} = \dfrac{PB}{CQ} = \dfrac{5}{2}$.

14 Sia G il baricentro di un triangolo ABC; una retta passante per G e parallela ad uno dei lati del triangolo interseca gli altri due lati in P e Q. Dimostra che il segmento PQ è congruente ai $\dfrac{2}{3}$ del lato a cui è parallelo.

15 È dato il trapezio rettangolo $ABCD$, retto in A e D. Dimostra che se le diagonali sono tra loro perpendicolari, l'altezza del trapezio è media proporzionale tra le basi.

16 Sia P un punto dell'altezza AH di un triangolo isoscele ABC di base BC. La perpendicolare condotta da P ad AB incontra AB in M e la retta di AC in S. Dimostra che $AS : SP = AH : HB$.
(Suggerimento: applica il teorema della bisettrice al triangolo AMS e individua i triangoli simili della figura)

17 Un trapezio isoscele è tale che l'altezza uscente da un vertice della base minore è media proporzionale fra i segmenti in cui resta divisa la base maggiore dal suo piede. Dimostra che il trapezio è inscrittibile in una circonferenza. Qual è il diametro di tale circonferenza?

18 Due circonferenze γ_1 e γ_2 sono secanti ed una tangente comune incontra γ_1 in B e γ_2 in A. Per il punto B traccia una semiretta che incontra γ_2 in C e D (con $BC < BD$); per il punto A traccia una semiretta che incontra γ_1 in E ed F (con $AE < AF$). Dimostra che $r(BD, BC) \doteq r(AF, AE)$.
(Suggerimento: applica due volte il teorema della secante e della tangente)

19 Siano r e r' due tangenti parallele ad una circonferenza γ; sia poi s una terza tangente che incontra le precedenti due in P e Q e la circonferenza in T. Dimostra che $r(PT, QT)$ è equivalente al quadrato del raggio della circonferenza.

20 Due circonferenze di centri A e B sono tangenti esternamente in R; una tangente comune interseca la prima circonferenza in P e la seconda in Q; dimostra che PQ è medio proporzionale fra i diametri delle due circonferenze.

21 Da un punto C esterno ad una circonferenza traccia le rette ad essa tangenti in D e in E ed una secante in A e in B (con A più vicino a C). Dimostra che vale la proporzione $BE : BD = AE : AD$.

22 Se dai vertici di un triangolo ABC si conducono le parallele ai lati opposti si ottiene un triangolo che ha:

① perimetro doppio di quello di ABC ② perimetro quadruplo di quello di ABC
③ area quadrupla di quella di ABC ④ area doppia di quella di ABC

Delle precedenti affermazioni sono vere:

a. solo la ① e la ④ **b.** solo la ② e la ③ **c.** solo la ① e la ③ **d.** solo la ② e la ④

[c.]