MATEMATICA per TUTTI

La similitudine

1 **ESERCIZIO GUIDATO**

Ricordiamo che due triangoli si dicono **simili** se hanno i tre angoli ordinatamente congruenti e i lati opposti agli angoli congruenti in proporzione. Gli angoli ordinatamente congruenti e i lati opposti agli angoli congruenti si dicono **corrispondenti** o **omologhi**. Il rapporto fra due lati omologhi viene detto **rapporto di similitudine**.

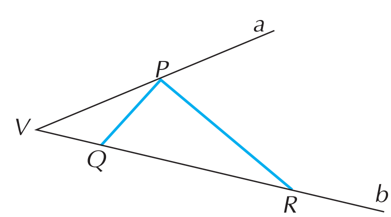
Come nel caso della congruenza, esistono dei criteri di similitudine dei triangoli:

- **I criterio di similitudine dei triangoli**. Due triangoli sono simili se hanno due angoli ordinatamente congruenti.
- **II criterio di similitudine dei triangoli**. Due triangoli sono simili se hanno due lati proporzionali e gli angoli fra essi compresi congruenti.
- **III criterio di similitudine dei triangoli**. Due triangoli sono simili se hanno i tre lati ordinatamente proporzionali.

Applicando i criteri di similitudine dimostra il seguente teorema.

Considera un angolo $\widehat{ab}$ di vertice V e prendi un punto P sul lato a; considera poi sul lato b due punti R e Q in modo che VQ sia la metà di VP e VR sia il doppio di VP. Dimostra che i triangoli VPQ e VPR sono simili.

Scrivi innanzi tutto l'ipotesi e la tesi del teorema basandoti anche sulla figura a lato.



Hp. .... **Th.** ....

Dimostrazione.
In base ai dati del problema puoi scrivere la proporzione

$$VP : VQ = VR : VP$$

Allora i triangoli VPQ e VPR soddisfano alle condizioni del .... criterio di similitudine.

2 Sia r la retta tangente in B ad una circonferenza di diametro AB; preso un punto C della circonferenza, sia CH la perpendicolare da C sulla retta r. Dimostra che la corda CB è media proporzionale fra CH ed il diametro AB.
(Suggerimento: i triangoli ACB e BCH sono simili per il primo criterio perché ....)

3 Sia $ABCD$ un quadrilatero inscritto in una circonferenza; le diagonali AC e BD dividono il quadrilatero in quattro triangoli. Dimostra che i triangoli che hanno per lati due lati opposti sono simili.

4

ESERCIZIO GUIDATO

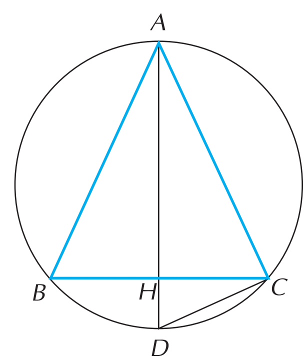
Ricordiamo alcune fra le più significative proprietà delle similitudini:

- in ogni triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale fra l'ipotenusa e la sua proiezione sull'ipotenusa.
- in ogni triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale fra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.
- se due corde di una circonferenza si intersecano, i segmenti in cui rimane divisa una corda sono i medi e i segmenti in cui rimane divisa l'altra corda sono gli estremi di una proporzione.
- se da un punto esterno ad una circonferenza si tracciano due semirette secanti, una secante e la sua parte esterna sono i medi, l'altra secante e la sua parte esterna sono gli estremi di una proporzione.
- se da un punto esterno ad una circonferenza si tracciano una tangente ed una secante, il segmento di tangente è medio proporzionale fra l'intera secante e la sua parte esterna.

Dimostriamo allora il seguente teorema.

Un triangolo isoscele ABC di vertice A è inscritto in una circonferenza. Dimostra che il lato del triangolo (AB oppure AC) è medio proporzionale fra l'altezza AH ed il diametro della circonferenza.

Scrivi innanzi tutto l'ipotesi e la tesi del teorema basandoti anche sulla figura a lato.



Hp. .... **Th.** ....

Dimostrazione.

Prolungata l'altezza AH fino ad incontrare in D la circonferenza e tracciato il segmento DC, il triangolo ACD è un triangolo rettangolo perché ....

Il cateto AC di questo triangolo è medio proporzionale tra ....

5 Da un punto P esterno ad una circonferenza manda due secanti che incontrano la circonferenza in A e D la prima ($PA < PD$) e in B e C la seconda ($PB < PC$). Dimostra che se il rapporto $\frac{PD}{PC} = 1$ il quadrilatero $ABCD$ è un trapezio isoscele.
(Suggerimento: applica il teorema delle secanti)

6 Traccia le altezze AH, BK e CR di un triangolo ABC e indica con O il loro punto di intersezione; individua quali fra i triangoli rettangoli che si vengono a formare sono simili fra loro.