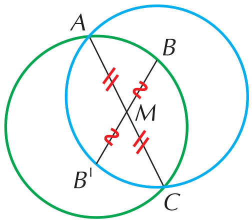
Esercizi di consolidamento

1 Date due rette parallele, considera l'insieme dei segmenti che hanno gli estremi su tali rette (un estremo per ciascuna retta). Qual è il luogo dei punti medi di tali segmenti?

2 Considera l'insieme dei triangoli ABC che hanno per base un segmento AB e per altezza un segmento di lunghezza h; qual è il luogo dei vertici C?

3 Dato un triangolo rettangolo ABC di ipotenusa BC, considera l'insieme delle corde del triangolo che sono parallele a BC. Qual è il luogo dei punti medi di tali corde?

4 Sia γ la circonferenza passante per tre punti non allineati A, B, C; detto M il punto medio della corda AC, sia $B' = \sigma_M(B)$. Dimostra che la circonferenza che passa per i punti A, C, B' è congruente a γ.
(Suggerimento: considera la simmetria di centro M)



5 Disegna una circonferenza, traccia una corda AB, il diametro DE parallelo ad AB, la corda $A'B'$ simmetrica di AB rispetto a DE. Dimostra che i triangoli ADA' e BEB' sono congruenti.

6 Disegna un angolo convesso $\widehat{ab}$ di vertice V, traccia la sua bisettrice e prendi un punto C su di essa in modo che si possa tracciare una circonferenza con centro in C e raggio minore del segmento CV, che incontri la semiretta a nei punti A e B e la semiretta b nei punti D ed E. Dimostra che:
a. le corde AB e DE sono congruenti
b. $VB \cong VE$.
(Suggerimento: ricorda che la bisettrice è il luogo dei punti equidistanti dai lati dell'angolo)

7 Considerate due corde congruenti PQ ed RS di una circonferenza che non si intersecano (i punti P, Q, R, S si susseguono nell'ordine), indica con T e V i punti di intersezione fra la circonferenza e la retta che unisce i punti medi M e N delle due corde. Dimostra la congruenza dei segmenti PT, VS e TQ, VR.
(Suggerimento: puoi dimostrarlo sia utilizzando i criteri di congruenza dei triangoli, sia considerando la simmetria rispetto all'asse della corda QR o PS)

8 Su una circonferenza di diametro AB considera un punto C in modo che l'angolo $\widehat{CAB}$ sia doppio dell'angolo $\widehat{CBA}$. Dimostra che la corda AC è congruente al raggio della circonferenza.

9 Su una circonferenza di diametro AB considera un punto C in modo che l'angolo $\widehat{CAB}$ sia doppio dell'angolo $\widehat{CBA}$. Dimostra che la corda AC è congruente al raggio della circonferenza.

10 Per un punto A di una circonferenza di centro O conduci la retta tangente e prendi su di essa, da parti opposte rispetto ad A, due punti B e C tali che sia $BA \cong CA$. Le rette BO e CO incontrano la circonferenza in D e in E (oltre O). Dimostra che il quadrilatero $BCDE$ è un trapezio isoscele.

11 Da un punto P esterno ad una circonferenza traccia due semirette secanti in modo che le corde AB e CD da esse individuate siano congruenti. Indicato con Q il punto di intersezione di AD con BC, dimostra che:
a. i triangoli ABC e ADC sono congruenti
b. il triangolo PAC è isoscele
c. PQ è asse del segmento AC.

12 Due circonferenze di centri O e O' e raggi r ed r' (con $r' > r$) sono tangenti esternamente; quale tra le seguenti relazioni è vera?
a. $r' - r = \overline{OO'}$ **b.** $r' + r < \overline{OO'}$ **c.** $r' - r > \overline{OO'}$ **d.** $r' + r = \overline{OO'}$ [d.]

13 Date le rette r e s fra loro parallele, sia RS un segmento su r e PQ il suo corrispondente nella simmetria avente per asse la bisettrice della striscia definita dalle due parallele. Dopo aver evidenziato che PQ appartiene alla retta s, stabilisci come deve essere preso il segmento RS affinchè le circonferenze di diametri RS e PQ si intersechino in due punti distinti. Indicati con H e K tali punti, dimostra che HK appartiene alla bisettrice della striscia.

14 Date due circonferenze concentriche, sia P un punto della circonferenza più esterna. Le tangenti uscenti da P alla circonferenza più interna intersecano l'altra nei punti A e B. Dimostra che il triangolo APB è isoscele.

15 Due circonferenze concentriche hanno i raggi che sono uno il doppio dell'altro; per un punto A della circonferenza di raggio maggiore traccia le tangenti alla circonferenza ad essa interna e indica con B e C i punti di tangenza. Dimostra che il triangolo ABC è equilatero.

16 Sia AB un arco di una circonferenza di centro O; considera l'insieme degli angoli alla circonferenza che insistono su AB. Dimostra che le bisettrici di questi angoli si incontrano su un punto della circonferenza e stabilisci di che punto si tratta.

17 Sia AB il diametro di una circonferenza di centro C e siano AE e BD due corde parallele. Dopo aver confrontato le due corde, dimostra che il segmento MN che congiunge i loro punti medi passa per il centro C e che è parallelo ai segmenti EB e AD.

18 Sia ABC un triangolo inscritto in una semicirconferenza di diametro AB. Da un punto D del diametro traccia la perpendicolare al diametro stesso che incontra la retta del lato BC in Q. Dimostra che il quadrilatero $ADCQ$ (oppure $ADQC$ a seconda della posizione dei vertici) è inscrittibile in una circonferenza. Sapresti dire qual è il diametro di questa circonferenza?

19 PQ e RS sono due corde parallele di una circonferenza. Indicato con O il punto di intersezione di QS con PR, dimostra che sono congruenti i triangoli PRS e QRS, PRQ e PSQ. Che tipi di triangoli sono OPQ e ORS?

20 Dimostra che, se in una circonferenza due corde fra loro congruenti AB e DE si intersecano in un punto R, esse sono simmetriche rispetto alla retta del diametro che passa per R.

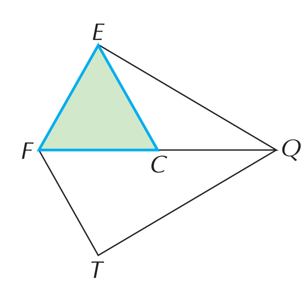
21 Su una circonferenza di centro C prendi tre punti A, B, D in modo che $AB \cong AD \cong BD$. Traccia il diametro AE uscente da A e dimostra che il triangolo CBE è equilatero e che ammette la retta BD come asse di simmetria.

22 Data una corda AE di una circonferenza, considera un triangolo isoscele AEV contenente il centro della circonferenza ed avente il vertice V esterno al cerchio. Indicati con B e D i punti di intersezione dei lati VA e VE con la circonferenza, dimostra che le corde BE ed AD sono congruenti e che $VB \cong VD$.

23 Due circonferenze congruenti si intersecano in A e B; una retta r passante per A interseca la prima in P e la seconda in Q; la parallela a r passante per B interseca la prima in R e la seconda in S. Dimostra che $AQ \cong BR$ e che $AP \cong BS$.

24 Due circonferenze γ e γ' sono tangenti internamente in A; conduci per A una retta secante le due circonferenze in P e P'. Dimostra che le due rette tangenti in P e P' sono parallele.

25 Dato un triangolo equilatero EFC, prolunga il lato FC di un segmento CQ congruente al lato del triangolo. Considera, adesso, il triangolo FQT simmetrico di FEQ rispetto alla retta FQ. Dimostra che il quadrilatero $EFTQ$ è inscrittibile in una circonferenza.



26 Ruota un triangolo OPQ di un angolo α intorno al vertice O; sia ORS il triangolo ottenuto. Dimostra che, se T è l'intersezione fra le rette PQ ed RS, il quadrilatero $PTRO$ è inscrittibile.

27 Un triangolo ABD isoscele sulla base BD è inscritto in una circonferenza di centro C ed è tale che la bisettrice DS passa per C (S è il punto di intersezione con AB). Dimostra che l'angolo $\widehat{SAC} \cong \frac{1}{2}\widehat{SCA}$. Che cosa puoi dire del triangolo ABD?

28 È dato un triangolo ABC rettangolo in A; da un punto D dell'ipotenusa BC conduci la perpendicolare all'ipotenusa stessa che incontra le rette dei cateti AB e AC rispettivamente in E e in F. Dimostra che sono inscrittibili in una circonferenza i quadrilateri convessi di vertici A, E, D, C e A, D, B, F.

29 Dimostra che se le bisettrici di tre angoli di un quadrilatero passano per uno stesso punto Q, il quadrilatero è circoscrittibile a una circonferenza.

30 Considera il quadrilatero convesso $ABCD$ inscritto in una circonferenza. Indica con E ed F le proiezioni dei vertici A e B sulla retta del lato CD e G e H le proiezioni dei vertici D e C sulla retta del lato AB. Dimostra che i quadrilateri convessi di vertici A, G, E, D; B, H, F, C e A, E, C, H sono inscrittibili in una circonferenza. Sai dire quali sono i diametri di tali circonferenze?

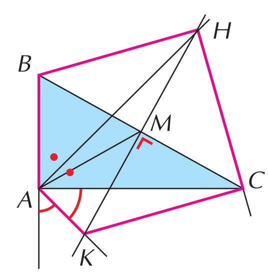
31 Data una circonferenza γ di centro O e diametro AB, siano C e D due punti di γ simmetrici rispetto ad AB. Come devono essere presi i punti C e D affinché il quadrilatero $ACOD$ sia un rombo? Che tipo di triangolo è CDB in questo caso?

32 Sia CS la bisettrice dell'angolo di vertice C del triangolo ABC; sia D il punto del lato AC per il quale $\widehat{ASD} \cong \widehat{ACB}$. Dimostra che:

a. il quadrilatero $BSDC$ è inscrittibile

b. $DS \cong SB$.

33 Considera un triangolo rettangolo ABC di ipotenusa BC, traccia le bisettrici degli angoli interno ed esterno di vertice A e indica con H e K i punti nei quali esse intersecano l'asse di BC. Dimostra che i vertici A, B, H, C, K del poligono convesso ottenuto appartengono ad una stessa circonferenza.



34 È dato il triangolo isoscele ABC di base AB. La semicirconferenza di diametro AB interseca i lati AC e CB rispettivamente in D e in E e F è il punto di intersezione tra DB e AE. Dimostra che il quadrilatero $DFEC$ è sia inscrittibile che circoscrittibile a una circonferenza e trova il centro e il raggio della circonferenza ad esso circoscritta. Il quadrilatero è ancora circoscrittibile se il triangolo ABC non è isoscele?

35 Un triangolo ABC rettangolo in A è inscritto in una circonferenza. La bisettrice dell'angolo $\widehat{ABC}$ interseca il cateto AC nel punto M, la circonferenza nel punto N e la tangente in C alla circonferenza nel punto Q. Dimostra che il triangolo CMQ è isoscele.

36 I due triangoli in figura sono inscritti in una semicirconferenza di diametro AB e D è il punto medio dell'arco AB.
Di essi si può dire che:

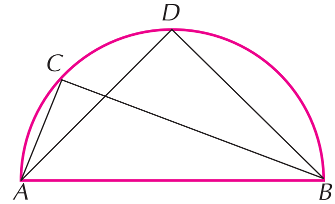
a. sono entrambi isosceli

b. hanno lo stesso perimetro

c. sono entrambi rettangolo

d. solo quello di vertice D è rettangolo.

Qual è la sola affermazione corretta? [c.]

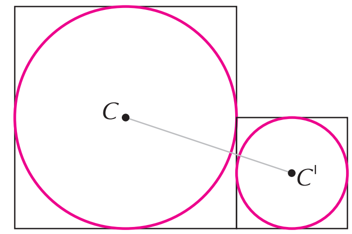


37 Due cerchi sono disposti all'interno di due quadrati, i cui lati sono uno il doppio dell'altro, come in figura.
Se il lato del quadrato più piccolo è di 2cm, quanto distano i centri dei due cerchi?

a. $4\sqrt{5}$cm **b.** $3\sqrt{2}$cm

c. $\sqrt{10}$cm **d.** 6cm

[**c.**]



38 Considera le seguenti affermazioni.
a. Qualunque triangolo si può sempre inscrivere in una circonferenza, ma si può circoscrivere solo se è rettangolo.
b. Un trapezio isoscele si può sempre circoscrivere ad una circonferenza.
c. Un rombo si può sempre inscrivere in una circonferenza.
d. Un parallelogramma qualunque non si può né inscrivere né circoscrivere ad una circonferenza.
Qual è la sola affermazione vera? [**d.**]

39 Considera un pentagono regolare $ABCDE$ e fissa sui suoi lati, nello stesso senso, i punti P, Q, R, S, T in modo che $AP \cong BQ \cong CR \cong DS \cong ET$. Che poligono ottieni? Tale poligono ha qualche elemento di simmetria in comune con il pentagono dato?

40 Considera il lato AB di un pentagono regolare di centro O. Disegna poi il simmetrico del triangolo AOB rispetto alla retta AB e indica con O' il corrispondente del punto O. Il quadrilatero $OAO'B$ è inscrittibile? È circoscrittibile?

41 Dimostra che in un esagono regolare $ABDEFG$ il punto di intersezione fra le diagonali AE e BF coincide con il centro C delle circonferenze circoscritta e inscritta nell'esagono. Dimostra inoltre che i lati dell'esagono sono paralleli a due a due.

42 Considera il triangolo equilatero ABC ed indica con O il punto di incontro degli assi dei suoi lati. Disegna il simmetrico del triangolo dato rispetto ad O. Congiungendo nell'ordine in cui si presentano i vertici di ABC e quelli del triangolo trasformato, che poligono si ottiene? È regolare? Se la tua risposta è affermativa qual è il centro della circonferenza inscritta?

43 Sui lati di un esagono regolare ed esternamente ad esso costruisci dei quadrati; il poligono che si ottiene unendo i dodici vertici più esterni è regolare? Ha qualche asse di simmetria in comune con l'esagono?

44 Dimostra che le bisettrici di due angoli esterni di un triangolo e dell'angolo interno non adiacente passano tutte per uno stesso punto.

45 Dimostra che in ogni triangolo rettangolo la somma di due cateti è congruente alla somma dei diametri delle circonferenze inscritta e circoscritta.