

I triangoli e i criteri di congruenza



Matematica in laboratorio

1. I POLIGONI CON GEOGEBRA

La costruzione di un poligono avviene mediante l'uso dello strumento *5-Poligono*; la guida sintetica che si trova a lato della Barra degli strumenti ci avvisa che dobbiamo:

Fare clic su tutti i vertici e nuovamente sul punto iniziale

Vale a dire che se il poligono è un quadrilatero $ABCD$, dobbiamo cliccare nell'ordine sui punti A, B, C, D e di nuovo su A , altrimenti il poligono non viene "chiuso".

Mediante la scheda *Proprietà* del Menu contestuale (che si apre con un clic del tasto destro del mouse quando il puntatore si trova sul poligono) possiamo poi modificare il colore e il livello di riempimento, lo stile e lo spessore del tratto.

Nelle esercitazioni che seguono lavoreremo con i triangoli. Come prima cosa ci chiediamo quanti e quali elementi è necessario assegnare per costruire un triangolo. Osserviamo allora che, in base ai criteri di congruenza, due triangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti:

- 1 due lati e l'angolo fra essi compreso
- 2 un lato e i due angoli ad esso adiacenti
- 3 i tre lati.

È quindi possibile costruire un triangolo assegnando gli elementi indicati dai criteri in quanto gli altri vengono ad essere automaticamente individuati.

Esercitazione 1. Costruire un triangolo dati due lati e l'angolo fra essi compreso

Nel piano euclideo disegniamo due segmenti e un angolo mediante due semirette a e b aventi l'origine V in comune (usa il menu contestuale per rinominare il punto).

Dobbiamo adesso trasportare i due segmenti ciascuno su uno dei lati dell'angolo. Per farlo possiamo usare lo strumento **Trasporto di un segmento** che abbiamo costruito nel capitolo 1 oppure seguire questa procedura:

- 1 usando lo strumento *6-Compasso* disegniamo la circonferenza di centro V , vertice dell'angolo, e avente come raggio il primo lato: selezioniamo nell'ordine il primo lato e il punto V ;
- 2 determiniamo il punto di intersezione della circonferenza con uno dei lati dell'angolo, per esempio il lato a : usiamo lo strumento *2-Intersezione di due oggetti* e chiamiamo P questo punto;
- 3 ripetiamo i passi 1 e 2 per trasportare il secondo lato sull'altro lato dell'angolo e chiamiamo Q il punto di intersezione.

Abbiamo in questo modo individuato i tre vertici del triangolo.

- 4 Come ultimo passo disegniamo il triangolo VPQ con lo strumento *5-Poligono* selezionando in senso orario oppure

antiorario i tre vertici e come ultimo di nuovo il primo; per esempio clicchiamo nell'ordine su V, P, Q, V .

Per una migliore visualizzazione del triangolo, usando il Menu contestuale, è poi possibile nascondere gli oggetti ausiliari che sono serviti alla costruzione (togliere la spunta su *Mostra oggetto*), come per esempio i punti indicati con F e G e le due circonferenze.

I passi della costruzione geometrica

Il programma GeoGebra possiede uno strumento di grande utilità che permette di visualizzare i passi che sono stati affrontati per eseguire una costruzione; si accede ad esso con il comando **Visualizza/Protocollo di costruzione**.

Come si vede anche dalla figura a lato, e che è relativa alla precedente esercitazione, nella finestra relativa a questo comando, sono elencati nell'ordine tutti gli oggetti man mano costruiti ed è anche possibile ripercorrere a ritroso, oppure in avanti, tutto il processo, sia usando i quattro pulsanti che si trovano nell'ultima riga della finestra, sia facendo un doppio clic su ciascuna riga del protocollo.

Il primo pulsante riporta la costruzione direttamente al passo iniziale, il quarto all'ultimo passo; i due intermedi fanno rispettivamente retrocedere o avanzare la costruzione di un passo alla volta. Al centro è indicato il passo corrente rispetto al numero complessivo dei passi.

Uno strumento simile è la *Barra di navigazione per i passi della costruzione* a cui si accede sempre dal menu **Visualizza**.

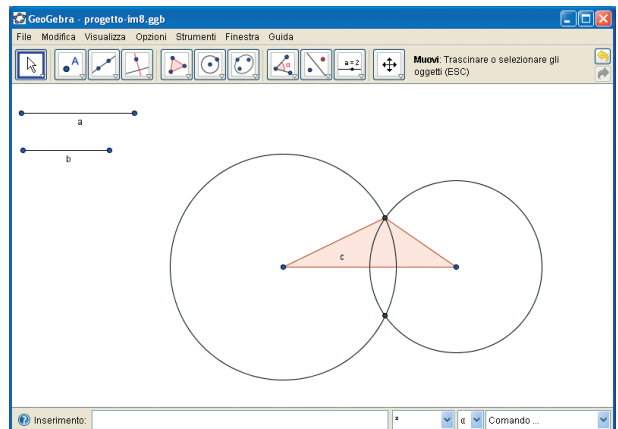
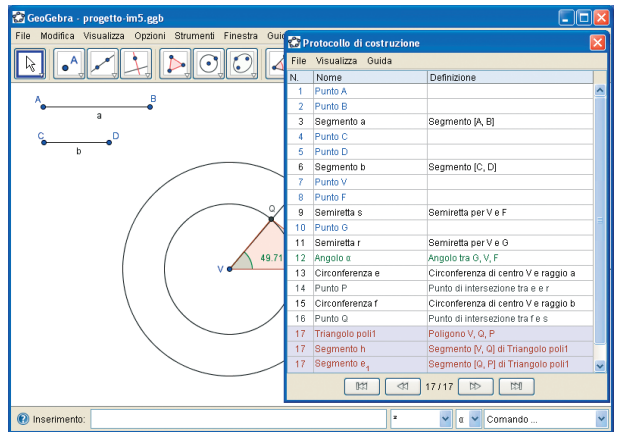
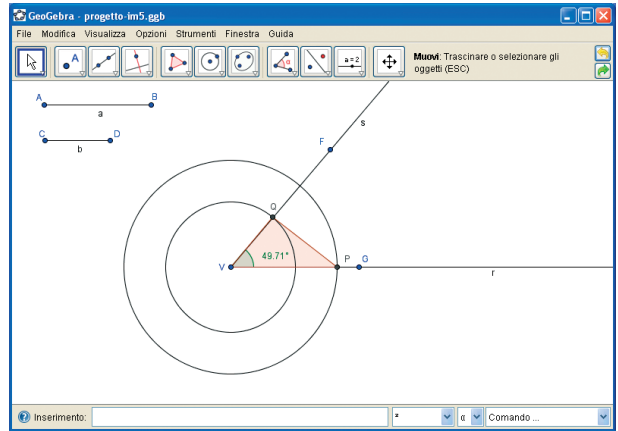
In questa barra, che si apre normalmente nella parte inferiore della pagina grafica, ci sono gli stessi quattro pulsanti del Protocollo di costruzione e, più a destra, si trova il pulsante *Esegui* che consente la ricostruzione passo passo dell'intera figura con un intervallo di tempo fra un passo e l'altro indicato dal numero di secondi nella casella a fianco. Al termine della riga un'icona permette di accedere direttamente al Protocollo di costruzione.

Esercitazione 2. Costruire un triangolo dati i tre lati

Disegniamo nel piano euclideo tre segmenti a, b, c , di lunghezze non molto diverse tra loro, e assumiamo il lato c come base del triangolo.

La costruzione è molto semplice:

- 1 con centro in uno degli estremi del lato c tracciamo la circonferenza avente per raggio il segmento a (strumento 6-Compasso);
- 2 con centro nell'altro estremo del lato c tracciamo la circonferenza avente per raggio il segmento b ;
- 3 troviamo il punto di intersezione delle due circonferenze;
- 4 disegniamo il triangolo avente per vertici gli estremi del lato c e il punto trovato al passo 3.



Abbiamo così disegnato il triangolo richiesto.

A questo punto si può controllare se questa costruzione funziona sempre. Proviamo a modificare la lunghezza del lato a facendola dapprima diminuire e poi aumentare: in modalità *1-Muovi* usiamo il metodo del trascinamento su uno dei punti estremi.

Ci accorgiamo che, ad un certo punto, le due circonferenze non si intersecano più e quindi non è più possibile definire il triangolo. Tutto ciò è giustificato dal teorema relativo alle disuguaglianze triangolari:

in ogni triangolo ciascun lato è minore della somma degli altri due e maggiore della loro differenza.

Quando facciamo diminuire il lato a , ad un certo punto c diventa maggiore di $a + b$; quando lo facciamo aumentare, c diventa minore di $a - b$ e le disuguaglianze triangolari non sono più rispettate.

Alla fine possiamo anche rivedere l'intera costruzione utilizzando il Protocollo di costruzione, oppure la Barra di navigazione.

ESERCIZI

1. Costruisci un triangolo isoscele e verifica che la mediana e la bisettrice relative alla base sono rappresentate dallo stesso segmento.
 2. Costruisci un triangolo isoscele che abbia base e lato obliquo di lunghezze assegnate; trova poi le ampiezze dei suoi angoli.
 3. Costruisci un triangolo equilatero di lato assegnato.
 4. Disegna due triangoli isosceli aventi la base in comune; verifica che la retta che passa per i vertici non comuni dei due triangoli è mediana e bisettrice.
 5. Disegna un triangolo isoscele ABC di vertice C e traccia le mediane AD e BE relative ai lati congruenti. Verifica che tali mediane sono congruenti e che i triangoli ADB e AEB sono congruenti.
 6. Disegna un triangolo equilatero e il triangolo che si ottiene congiungendo i punti medi dei suoi lati; verifica che tale triangolo è anch'esso equilatero.
 7. Di un triangolo sono assegnati due lati e l'angolo opposto a uno di essi. Determina il numero di triangoli che si possono costruire con queste informazioni.
 8. Due segmenti AB e CD , comunque disposti nel piano, sono le basi di altrettanti triangoli isosceli che hanno il vertice P in comune. Trova il vertice P e disegna i triangoli.
-